

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.13 ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Цель работы

Цель работы является изучение законов электричества и магнетизма; измерение параметров затухающих колебаний силы тока и напряжения на элементах цепи колебательного контура.

Краткая теория

Рассмотрим системы, в которых могут возникать свободные колебания, то есть такие колебания, которые совершаются в отсутствие внешней вынуждающей силы, изменяющейся по гармоническому закону.

Примером такой системы служит электрическая цепь, содержащая два элемента, способных накапливать энергию различных видов: конденсатор и катушку индуктивности. Замкнутая электрическая цепь, содержащая конденсатор C , катушку индуктивности L и резистор R , величины которых не изменяются во времени, называется линейным **колебательным контуром**. Если хотя бы один энергоёмкий элемент колебательного контура (конденсатор или катушка индуктивности) обладает энергией, то в цепи возникнет электрический ток. Законы, по которым изменяются во времени сила тока $I(t)$, заряд $q(t)$ и напряжение на элементах цепи, определяются свойствами колебательной системы. Затухающие свободные колебания в контуре можно возбудить различными путями.

Рассмотрим процессы, происходящие в колебательном контуре, схема которого изображена на рисунке 2.13.1 (R_1 - внутреннее сопротивление источника тока). Контур периодически подключается к источнику постоянного тока, величина ЭДС (элек-

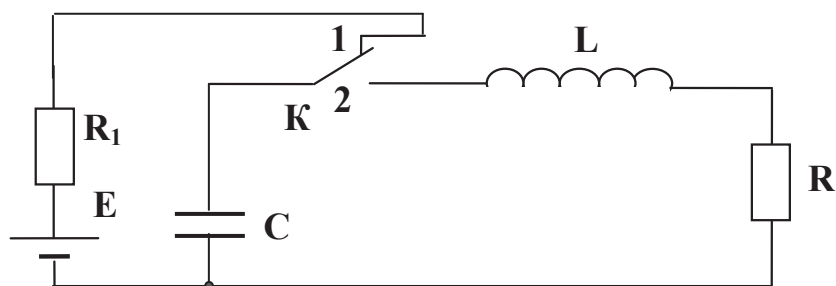


Рис. 2.13.1. Схема электрической цепи

тродвижущей силы) которого определяет максимальную величину накопленного конденсатором заряда.

Периодическое подключение конденсатора к источнику постоянного тока необходимо для того, чтобы обеспечить возможность многократного наблюдения возникающих в цепи затухающих колебаний, то есть таких колебаний, амплитуда которых, вследствие потерь энергии, уменьшается. Резистор с активным сопротивлением R (сопротивлением потерь) — это основной элемент цепи, превращающий электромагнитную энергию, запасённую контуром, в тепловую. Предположим, что последовательные коммутации цепи ключом K из положения 1 в положение 2 и обратно осуществляется после окончания переходных процессов, протекающих при заряде конденсатора (положение 1) и при его разряде через катушку индуктивности и резистор, как это показано на рисунке 2.13.2.

Допустим, в начальный момент времени ($t = 0$) конденсатор полностью заряжен, и ключ переводится в положение 2. Электрическая схема цепи для этого случая отображена на рисунке 2.13.3. Из определений разности потенциалов, ЭДС и напряжения получим для данной схемы

$$U_R = -U_C + E_{\text{сам}}, \quad (2.13.1)$$

где U_R — напряжение на резисторе,
 U_C — разность потенциалов на обкладках конденсатора,
 $E_{\text{сам}}$ — ЭДС самоиндукции катушки.

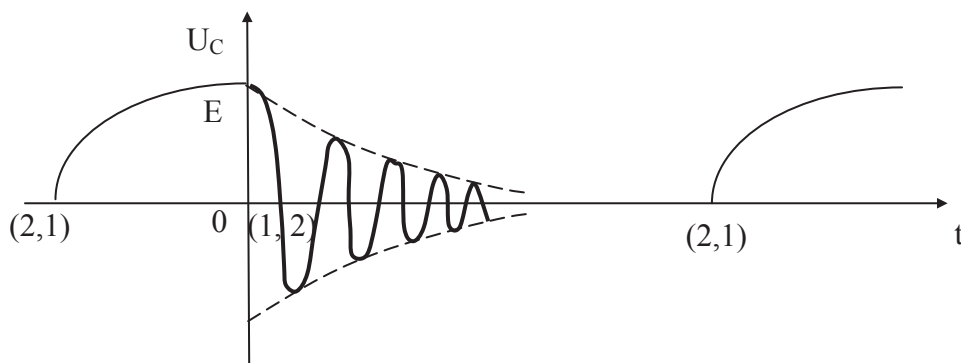


Рис. 2. 13. 2. Переходные процессы, протекающие в цепи

Используя определение электрической ёмкости, законы Ома и Фарадея, запишем

$$\frac{q}{C} + I \cdot R = -L \cdot \frac{dI}{dt} \quad (2.13.2)$$

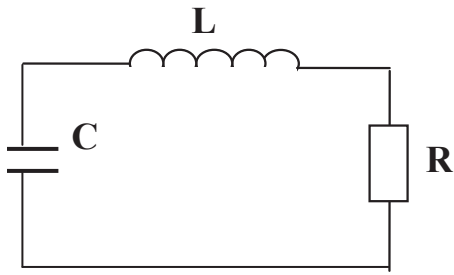


Рис. 2.13.3. Электрическая цепь при отключенном источнике тока

Учтя определение силы тока $I = dq/dt$, и введя коэффициент затухания

$$\beta = \frac{R}{2L} \quad (2.13.3)$$

и циклическую частоту собственных колебаний

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (2.13.4)$$

представим (2.13.2) в виде

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \cdot \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 \cdot q = 0. \quad (2.13.5)$$

Это уравнение является уравнением динамики затухающего колебательного процесса, а его решение есть уравнение кинематики затухающих колебаний. В случае малых затуханий, $\beta \ll \omega_0$, уравнение кинематики имеет вид:

$$q = q_0 \cdot \exp(-\beta t) \cdot \cos(\omega t + \alpha), \quad (2.13.6)$$

где q_0 — максимальная величина заряда, накопленная конденсатором и определяемая из начальных условий $q = E \cdot C$,

α — начальная фаза колебаний определяемая из начальных условий и в нашем случае равная нулю,

ω — циклическая частота свободных затухающих колебаний определяемая из решения дифференциального уравнения (2.13.5) и равная

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (2.13.7)$$

Затухание (в уравнении описано экспоненциальным множителем) нарушает периодичность колебаний, поэтому затухающие колебания не являются периодическими и, строго говоря, к ним неприменимо понятие периода или частоты. Однако, если затухание мало, то можно условно пользоваться этими понятиями и говорить, что затухающие колебания это такие «периодические»

колебания, которые описываются функциями синуса или косинуса с изменяющейся во времени амплитудой по закону:

$$A(t) = A_0 \cdot \exp(-\beta t), \quad (2.13.8)$$

где A_0 — амплитуда колебания в начальный момент времени (буквой A символически обозначена амплитуда колебаний любой физической величины). Величина коэффициента затухания определяет время $\tau = 1/\beta$, за которое происходит убывание амплитуды колебаний в $e \approx 2,7$ раз,

$$\frac{A(t)}{A(t + \tau)} = \exp(\beta \tau) = e. \quad (2.13.9)$$

За время равное 3τ колебания затухают практически полностью.

Отметим также, что амплитуда колебаний за один период уменьшается всегда в одно и тоже число раз. Характеристика, показывающая, во сколько раз уменьшается амплитуда колебаний за один период, называется декрементом затухания

$$\frac{A(t)}{A(t + T)} = \exp(\beta \cdot T). \quad (2.13.10)$$

На практике удобнее пользоваться логарифмом этого отношения, называемого логарифмическим декрементом затухания

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t + T)} = \ln[\exp(\beta \cdot T)] = \beta \cdot T. \quad (2.13.11)$$

Для более полной характеристики затухания определим число колебаний N_e , за которое амплитуда уменьшится в « e » раз. Это число равно числу периодов колебания, укладываемых в введённой ранее постоянной времени τ .

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\beta T} = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.13.12)$$

Таким образом, чем меньше коэффициент затухания системы, тем большее число колебаний в ней совершается, и, следовательно, она более добротна. Введём добротность системы как величину обратно пропорциональную логарифмическому декременту затухания

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi \cdot N_e. \quad (2.13.13)$$

Для разности потенциалов на обкладках конденсатора получим из (2.13.6) следующее соотношение:

$$U_c = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cdot \exp(-\beta \cdot t) \cdot \cos(\omega t + \alpha) \quad (2.13.14)$$

Как видно колебания $q(t)$ и $U_c(t)$ синфазны.

На рисунке 2.13.4 показаны эпюры колебаний разности потенциалов на обкладках конденсатора для различных добротностей контура.

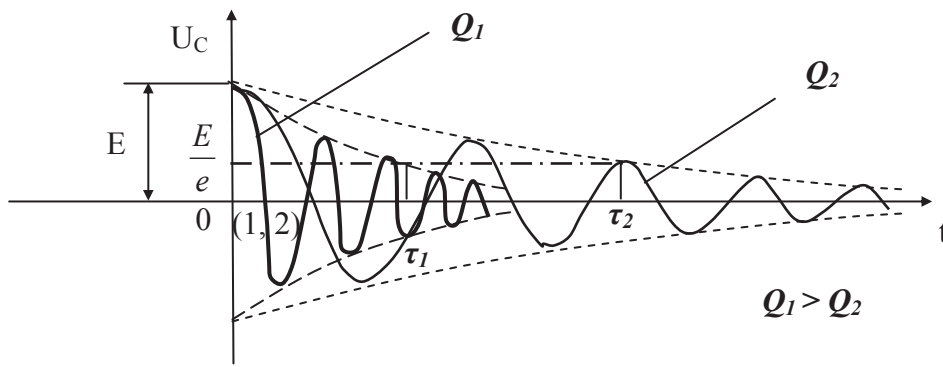


Рис. 2. 13. 4. Затухающие колебания при различных добротностях контура.

Запишем формулу, описывающую колебание силы тока

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = q_0 \cdot \omega_0 \cdot \exp(-\beta t) \cdot \cos(\omega t + \alpha + \psi). \quad (2.13.15)$$

где ψ — сдвиг фазы между колебаниями силы тока в контуре и колебаниями заряда, а, следовательно, и колебаниями U_c .

Величина сдвига фазы ψ определяется выражением

$$\operatorname{tg} \psi = -\frac{\omega}{\beta}, \quad (2.13.16)$$

из которого следует, что ψ может принимать значения в пределах от $\pi/2$ до π . В отсутствие потерь в контуре будут совершаться незатухающие колебания, при этом $\beta \rightarrow 0$ и $\psi \rightarrow \pi/2$. В этом факте вам представится возможность убедиться при выполнении лабораторной работы.

Выполнение работы

Экспериментальная установка

На рисунке 2.13.5 приведена схема экспериментальной установки, которая включает в себя лабораторный стенд и контрольно-измерительные приборы: двухканальный осциллограф С1 — 83, генератор периодических сигналов ГЗ-112 и комбинированный прибор В7—16А. Колебательный контур, необходимый для исследования, можно собрать из отдельных элементов на лабораторном стенде. На стенде для изменения добротности контура имеется набор резисторов, величины которых измеряются комбинированным прибором В7—16А, им же измеряют и активную составляющую R_5 полного сопротивления катушки индуктивности.

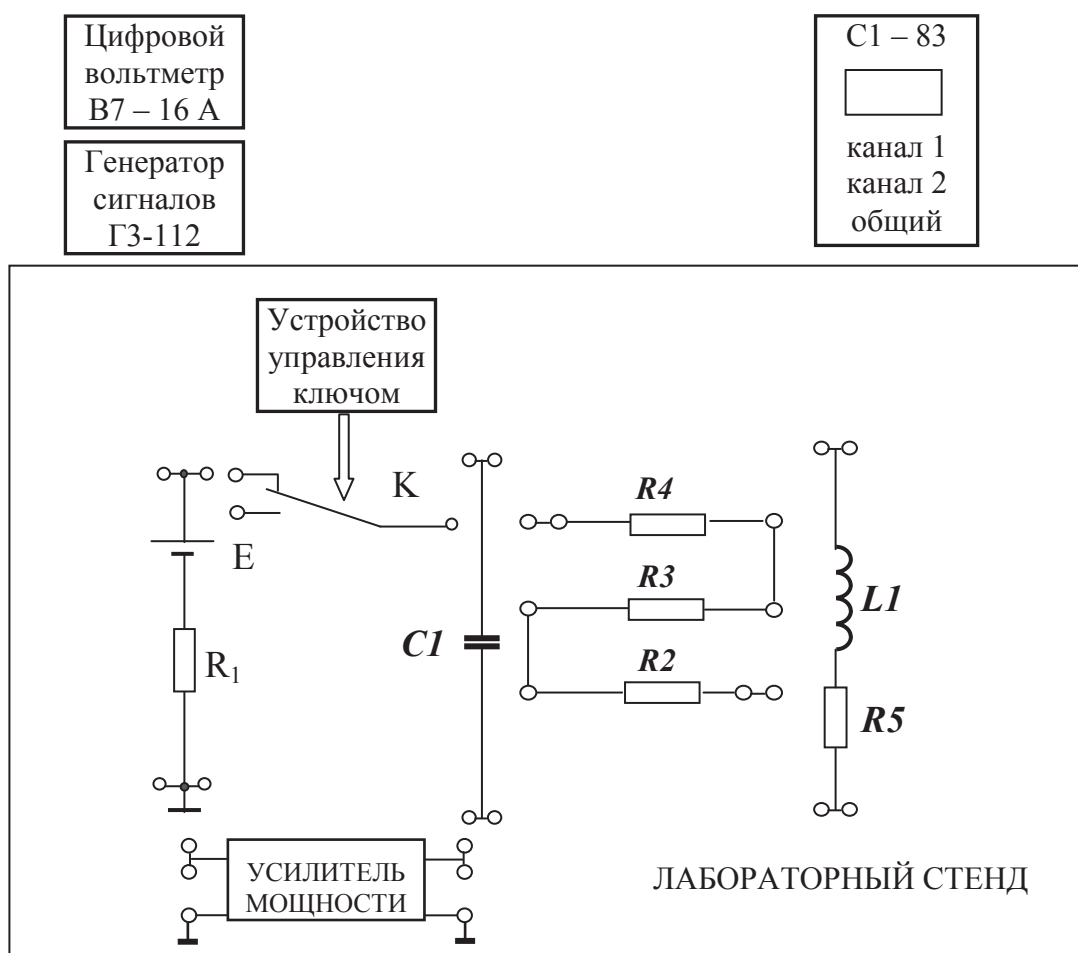


Рис.2.13.5. Схема экспериментальной установки

Порядок выполнения работы

Включить комбинированный прибор В7—16А и подготовить его для измерения величин сопротивлений резисторов R_2 , R_3 , R_4 , R_5 . Измерить их значения и результаты записать в таблицу 2.13.1.

Свободные колебания в контуре исследуем двумя способами. Во-первых, за счет включения в контур конденсатора заряженного от источника тока, во-вторых, при выключении внешнего источника гармонических вынуждающих колебаний.

Функциональная схема экспериментальной установки, позволяющей создать свободные колебания в контуре за счёт энергии заряженного конденсатора, показана на рисунке 2.13.6.

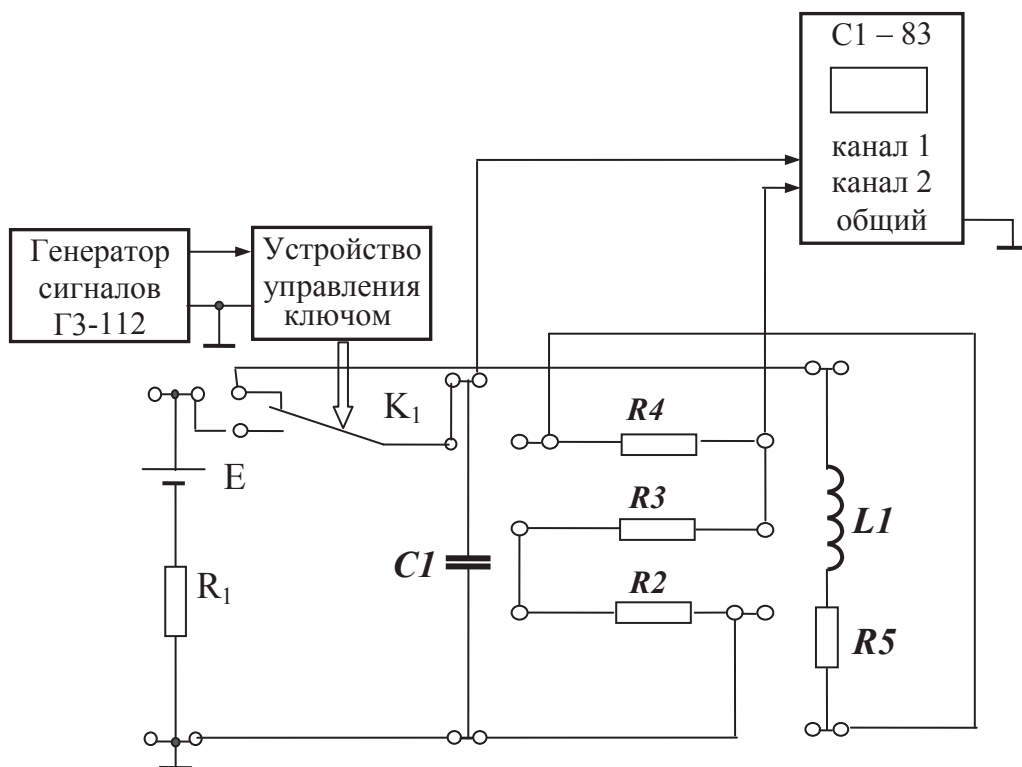


Рис.2.13.6. Функциональная схема экспериментальной установки (опыт 1)

После подсоединения всех переключателей и кабелей контрольно-измерительных приборов согласно схеме эксперимента, включите в сеть приборы и стенд для прогрева.

Замкнув переключателем резисторы R_2 , R_3 , R_4 , создайте минимально возможные потери в контуре. Установите частоту генератора сигналов такой, чтобы на экране осциллографа наблюдались как затухающие колебания, так и процесс заряда конденсатора (смотри рис.2.13.2). В дальнейшем длительность развертки осциллографа желательно установить такую, чтобы на экране наблюдались только затухающие колебания. Подготовка к проведению первого этапа эксперимента закончена.

По наблюдаемой осциллограмме определите время $t = 3\tau$, то есть время переходного процесса, в течение которого колебания практически затухнут. Затем определите период колебаний и число полных колебаний N_e , при совершении которых их амплитуда уменьшится приблизительно в "е" раз. В таблицу 2.13.1 запишите значения измеренных физических величин, по которым рассчитайте коэффициент затухания β и добротность Q контура, а также индуктивность катушки L .

Таблица 2.13.1

Экспериментальные значения параметров контура (опыт 1)

| Условия Параметры | $R = R_5 =$ Ом | $R=R_5+R_2=$ Ом | $R=R_5+R_2+R_3=$ Ом | $R=R_5+R_2+R_3+R_4=$ Ом |
|---------------------------------|-------------------|--------------------|------------------------|----------------------------|
| $t = 3\tau$, мс | | | | |
| T , мс | | | | |
| N_e | | | | |
| β , c^{-1} | | | | |
| Q | | | | |
| L , Гн | | | | |
| $L = \bar{L} \pm \Delta\bar{L}$ | | | | |

Измерения повторите трижды, изменяя добротность контура за счёт дополнительного включения резисторов (сопротивлений потерь) R_2 , R_3 и R_4 . По четырём значениям индуктивности рас-

считайте её среднее значение и погрешность его оценки. Спишите со стенда в отчёт значение электроёмкости конденсатора и рассчитайте период собственных незатухающих колебаний (T_0) этого контура в отсутствии потерь. Сравните значения T и T_0 .

Для случая, когда добротность контура наибольшая, запишите выражения для $q(t)$, $I(t)$ и $U_c(t)$ с численными значениями параметров колебаний этих физических величин.

Экспериментальная установка при наблюдении по I-му каналу осциллографа колебания напряжения на обкладках конденсатора, а по II –му каналу – колебания напряжения на резисторах R_2, R_3, R_4 , которые синфазны с колебаниями силы тока, позволяет измерить сдвиг фазы между колебаниями $U_c(t)$ и $I_K(t)$. Измерьте этот сдвиг фаз для двух случаев – когда добротность контура минимально возможная и любая другая из возможных. Результаты измерений запишите в отчёт и сделайте выводы.

Соберите экспериментальную установку, позволяющую исследовать затухающие колебания в контуре после прекращения действия в нём источника гармонических колебаний. Функциональная схема установки показана на рисунке 2.13.7.

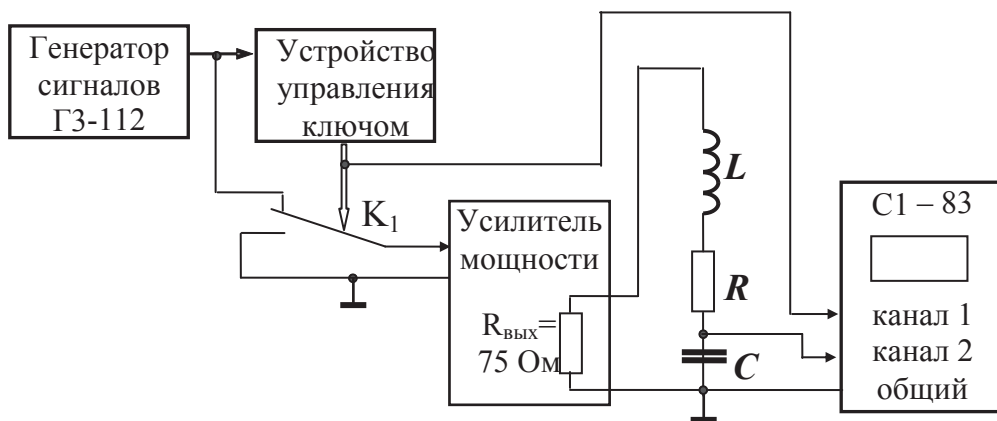


Рис.2.13.Функциональная схема экспериментальной установки (опыт 2)

Устройство управления ключом периодически переключает ключ K_1 через промежуток времени равный восьми периодам колебаний напряжения на его входе. Это колебание как синхронизирующее наблюдается по I – му каналу осциллографа. Устройство управления ключом с помощью ключа K_1 формирует на выходе усилителя мощности «пакеты колебаний», в радиотехнике

именуемые радиоимпульсами, вид которых показан на рисунке 2.13.8.

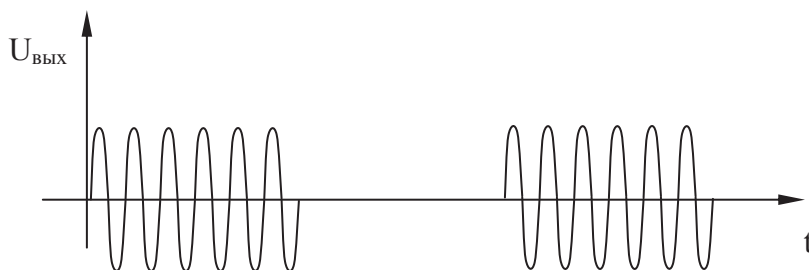


Рис. 2.13.8. Последовательность радиоимпульсов.

За время действия радиоимпульса в контуре установятся вынужденные гармонические колебания. В промежутках времени между радиоимпульсами на последовательный колебательный контур не действует источник периодической вынуждающей силы, и в нём будут возникать затухающие колебания. Создавая различные начальные условия возникновения затухающих колебаний, наблюдайте осциллограммы разности потенциалов на обкладках конденсатора $U_C(t)$. Опишите протекающие физические процессы, наблюдаемые вами, как для вынужденных, так и для свободных колебаний.

Как и в предыдущем опыте первоначально установите минимально возможные затухания в контуре. Ручкой «частота» на генераторе сигналов установите частоту равную ω_0 , значение которой приблизительно равно значению частоты свободных затухающих колебаний ω , известную из предыдущего опыта. Действительно, расчёт показывает, что даже для контура, имеющего добротность равную 10, коэффициент затухания $\beta=0,05 \cdot \omega_0$ и, следовательно, согласно формуле (2.13.7) можно записать $\omega \approx \omega_0$. Частота резонанса тока $\omega_0 = 2\pi f_0$ в последовательном контуре устанавливается по максимальной амплитуде вынужденных колебаний силы тока в колебательном контуре. Учитывая, что резонанс колебаний U_C на конденсаторе наблюдается вблизи частоты ω_0 , установите эту частоту на генераторе по максимальной амплитуде колебаний U_C , наблюдаемых по второму каналу осциллографа.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ

1. Дайте определение затухающих колебаний. Напишите уравнение затухающих колебаний.
2. Что называется коэффициентом затухания?
3. Что характеризует логарифмический декремент затухания?
4. Дайте определение добротности колебательной системы?
5. Нарисуйте графики зависимости силы тока и заряда от времени при затухающем процессе в последовательном колебательном контуре.
6. Расскажите о порядке выполнения работы.
7. Какие приборы используются при изучении затухающих колебаний в колебательном контуре.
8. Найти логарифмический декремент затухания λ математического маятника, если за время $t = 1$ мин амплитуда колебаний уменьшилась в два раза. Длина маятника $l = 1$ м.
9. Колебательный контур состоит из конденсатора $C = 405$ нФ, катушки с индуктивностью $L = 10$ мГн и сопротивления $R = 2$ Ом. Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за один период колебаний?

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2. — М.: Наука, 1982. — С. 258—.
2. Калашников С.Г. Электричество. Общий курс физики.- М.: Наука, 1985. — С. 448—.
3. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. — М.: Наука, 1990. — 400 с.