

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВПО
«Уральский государственный горный университет»

Факультет геологии и геофизики
кафедра физики

**Электронный
учебно-методический комплекс**

Электростатика, постоянный электрический ток, электромагнетизм, колебания и волны

по дисциплине общая «Физика»
для студентов заочного и дневных факультетов всех
направлений, специалитета и бакалавриата
по циклу Б.2. Математический и естественнонаучный цикл.
Объем аудиторных часов 60

Составители:

Горбатов Владимир Иванович,
кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры физики УГГУ

Полев Владимир Федорович,
кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры физики УГГУ

Екатеринбург, 2012

Г 67

Рецензент: *Ивлиев А. Д.*, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры
общей физики РГППУ

Курс лекций рассмотрен на заседании кафедры физики «28» сентября 2012 г.
(протокол №60) и рекомендован для издания в УГГУ

Горбатов В. И., Полев В. Ф.
Г 67 ФИЗИКА. Часть 2. Электростатика, постоянный электрический ток, электро-
магнетизм, колебания и волны: курс лекций по общей физике для студентов
всех специальностей заочного обучения / В. И. Горбатов, В. Ф. Полев;
Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. – 120 с.

Курс лекций составлен в соответствии с государственными образовательными стандартами третьего поколения и предназначен для студентов заочного обучения всех направлений (профилизаций) и специальностей (специализаций) УГГУ, а также может быть использован студентами дневного обучения. Рассмотрены электростатика, постоянный электрический ток, электромагнетизм, колебания и волны. Для лучшего восприятия законы и определения выделены курсивом и иллюстрированы. Достаточно полно представлены важнейшие физические явления, раскрыт их физический смысл. Описано применение основных законов в современной науке и технике. Изложение материала направлено на самостоятельное осмысление и уяснение предмета физики.

© Горбатов В. И., Полев В. Ф., 2012
© Уральский государственный
горный университет, 2012

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1. Электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда

Экспериментально установлено, что некоторые тела при определенных условиях приобретают свойство притягивать или отталкивать мелкие предметы, т. е. вступать с ними в некоторое взаимодействие. Очевидно, что объяснить это взаимодействие гравитацией, связанной с наличием у тел массы, не удастся. Это означает, что мы имеем дело с новым типом взаимодействия (и соответственно с новым типом сил), которое было названо электрическим.

Электрическим зарядом q называется скалярная физическая величина (СФВ), характеризующая свойство тел вступать в электрическое взаимодействие и определяющая интенсивность этого взаимодействия.

Фундаментальные свойства электрического заряда установлены опытным путем:

– В природе существуют два типа электрических зарядов, называемых условно *положительными и отрицательными*. Тела, заряженные зарядами одного знака, отталкиваются, зарядами разных знаков – притягиваются.

– Заряженное тело может иметь электрический заряд, равный по величине только целому числу элементарных зарядов $q = N \cdot e$ ($N = 1, 2, 3 \dots$). *Элементарный заряд* – минимальный электрический заряд равный $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Отрицательный элементарный заряд несет электрон ($m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг), а положительный (равный ему по величине) – протон ($m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг).

– Электрический заряд *инвариантен* – его величина не зависит от выбора системы отсчета, т. е. от того движется в ней заряд или покоится.

– Электрический заряд *аддитивен* – заряд любой системы частиц равен алгебраической сумме зарядов.

Точечный заряд – простейшая модель заряженного тела, не учитывающая его форму и размеры, когда можно ими пренебречь по сравнению с расстояниями до других заряженных тел.

Всякое заряженное тело можно рассматривать как совокупность точечных зарядов. Если заряды распределены в заряженном теле непрерывно, то в электростатике используются следующие характеристики заряда.

Линейная плотность заряда τ – СФВ, характеризующая распределение заряда по длине заряженного тела и численно равная заряду, приходящемуся на единицу длины тела:

$$\tau = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl}.$$

Поверхностная плотность заряда σ – СФВ, характеризующая распределение заряда по поверхности заряженного тела и численно равная заряду, приходящемуся на единицу площади поверхности тела:

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS}.$$

Объемная плотность заряда ρ – СФВ, характеризующая распределение заряда по объему заряженного тела и численно равная заряду, приходящемуся на единицу объема тела:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}.$$

Электрически изолированная система – система заряженных тел или частиц, не обменивающаяся электрическими зарядами с внешними телами.

Опыт показывает, что алгебраическая сумма электрических зарядов тел или частиц, входящих в электрически изолированную систему, есть величина постоянная

$$\sum_{i=1}^N q_i = \text{const.}$$

При этом в системе могут протекать процессы с образованием или исчезновением новых заряженных частиц или тел. Закон сохранения электрического заряда, как и любой другой закон сохранения, справедлив не для отдельно взятых тел, входящих в систему, а для всей замкнутой системы в целом.

2. Взаимодействие неподвижных зарядов. Закон Кулона

Кулон с помощью крутильных весов экспериментально установил, что *сила электростатического взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов в вакууме пропорциональна произведению их величинам и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:*

$$\vec{F} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}.$$

Коэффициент пропорциональности в системе СИ записывается в виде:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ (Н}\cdot\text{м}^2\text{)/Кл}^2,$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2\text{/(Н}\cdot\text{м}^2)$ – электрическая постоянная.

Сила, действующая на заряд q_2 со стороны заряда q_1 , направлена вдоль радиус-вектора \vec{r} , если заряды одноименные, и противоположно \vec{r} , если заряды разноименные (рис. 1).

Если взаимодействующие заряды находятся в изотропной среде, то кулоновская сила равна:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{\epsilon r^2},$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость среды (для вакуума $\epsilon = 1$).

Эта формула может быть использована и для расчета силы взаимодействия заряженных тел сферической формы при условии, что расстояние r между центрами сфер значительно больше суммы их радиусов $r \gg (R_1 + R_2)$. На расстояниях, сопоставимых с размерами сфер, возникает перераспределение зарядов по поверхностям, заметно изменяющее силу их взаимодействия.

В случае электростатического взаимодействия заряженных тел неправильной формы каждое тело представляют как совокупность точечных зарядов и затем рассчитывают силы попарного взаимодействия каждого точечного заряда одного тела с другим, которые впоследствии векторно суммируются. Математические расчеты в таких задачах оказываются чрезвычайно громоздкими и сложными.

3. Электрическое поле в вакууме. Напряженность электрического поля

Выяснение вопроса о *механизме* электрического взаимодействия, приводит к необходимости признать существование *электрического поля* – особого физического объекта, посредством которого осуществляется взаимодействие электрических зарядов. Это поле *материально*, оно существует помимо нашего сознания и может быть обнаружено, например, по его воздействию на специальные приборы.

Следует различать *электростатическое поле* и *вихревое электрическое поле*. Первое создается неподвижными в данной системе отсчета заряженными объектами (точечными зарядами, заряженными сферами, плоскостями и т.д.), а второе порождается меняющимся во времени магнитным полем.

Взаимодействие заряженных тел осуществляется по схеме «заряд–поле–заряд», то есть одно заряженное тело создает вблизи себя электрическое поле, которое и действует на второй заряд. В свою очередь, второй заряд создает свое электрическое поле, действующее на первый заряд. Существенно, что само поле не действует на заряд, его создавший.

Количественной характеристикой силового действия электрического поля на заряд служит величина, называемая *напряженностью*. *Напряженность электрического поля* \vec{E} – ВФВ, численно равная силе, действующей со стороны поля на неподвижный единичный положительный заряд, помещенный в эту точку:

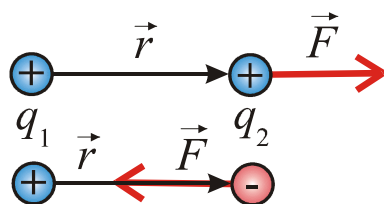


Рис.1. Направление силы Кулона для одноименных и разноименных зарядов.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_+}$$

Напряженность в данной точке поля направлена в ту же сторону, что и сила, действующая на положительный заряд.

Единица напряженности в СИ: $[E] = [Н/Кл] = [В/м]$.

Для графического изображения электрических полей используются *силовые линии* (линии напряженности) – воображаемые линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряженности. Линиям напряженности приписывается направление, совпадающее с направлением вектора \vec{E} (рис. 2). Так как в данной точке пространства вектор напряженности имеет лишь одно направление, то силовые линии никогда не пересекаются.

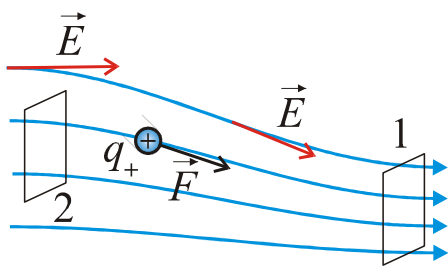


Рис.2. Силовые линии

Обычно их проводят таким образом, чтобы число линий, приходящихся на единицу площади поверхности, перпендикулярной направлению поля, было пропорционально абсолютной величине напряженности. На приведенной иллюстрации величина вектора напряженности в области 1 в среднем больше, чем в области 2, которой соответствует меньшая плотность расположения линий напряженности.

Следует отметить, что в общем случае линии напряженности нельзя отождествлять с возможными траекториями движения положительного заряда в данном поле, так как касательные к ним показывают направление действия силы, а значит, ускорения, тогда как касательные к траектории совпадают с направлением скорости.

4. Поле точечного заряда. Принцип суперпозиции электрических полей

Если электростатическое поле создано точечным зарядом Q , то сила, действующая со стороны поля на внесенный в определенную точку пробный заряд q_+ , определяется законом Кулона

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q_+}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

Тогда напряженность поля этого заряда в вакууме будет равна:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_+} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

где \vec{r} – радиус-вектор, соединяющий данную точку поля с зарядом Q .

Линии напряженности такого поля – радиальные прямые, направленные от заряда, если он положителен, и к нему, если заряд отрицателен (рис. 3).

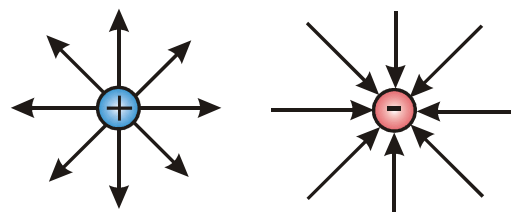


Рис.3. Линии напряженности поля точечных зарядов разного знака

Если поле в точке наблюдения создается несколькими зарядами, то каждый из них создает электрическое поле независимо от других. *Напряженность \vec{E} результирующего поля определяется как геометрическая сумма напряженностей полей, созданных в данной точке каждым источником в отдельности:*

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i .$$

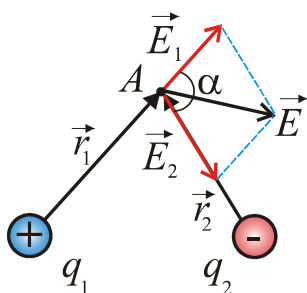


Рис. 4. Напряженность электрического поля двух зарядов

Эта формула выражает принцип суперпозиции электростатических полей.

В качестве примера вычислим напряженность поля, созданного двумя разноименными зарядами q_1 и q_2 . Для этого соединим заряды с точкой наблюдения A радиус-векторами \vec{r}_1 и \vec{r}_2 . Положительный заряд q_1 создаст в этой точке напряженность \vec{E}_1 , вектор которой направлен от заряда, а отрицательный заряд q_2 напряженность \vec{E}_2 , направленную к заряду. Именно так будут действовать силы со стороны зарядов на пробный положительный заряд, если его мысленно поместить в точку A . Направление полного вектора напряженности \vec{E} определяется по правилу параллелограмма, построенного на векторах E_1 и E_2 (рис. 4), а его модуль в данной точке найдем как

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{q_1}{r_1^2} \frac{q_2}{r_2^2} \cos \alpha} .$$

5. Работа электростатических сил. Потенциальная энергия

Поместим точечный электрический заряд q в поле, созданное другим неподвижным точечным зарядом Q . Для определенности будем считать, что заряды имеют одинаковые знаки. Пусть под действием электрического поля заряда Q заряд q переместился из точки с координатой r_1 в точку с координатой r_2 . Приложенная к заряду сила совершает работу. Работа силы \vec{F} на элементарном перемещении $d\vec{l}$ равна

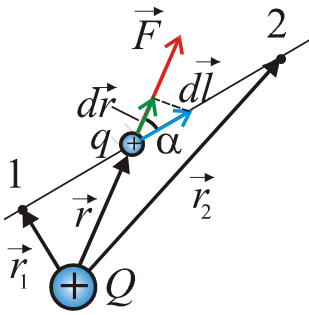


Рис.5. Работа электростатических сил

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F dl \cos \alpha = F dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} dr.$$

Полная работа (рис. 5) при перемещении заряда q из точки 1 в точку 2 определяется интегралом:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} dr = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r_2}.$$

Из полученной формулы видно, что полная работа не зависит от вида траектории перемещения, а определяется только начальным и конечным положением заряда q . Следовательно, электростатическое поле точечного заряда является *стационарным* и *потенциальным*. Доказанное утверждение справедливо для электростатического поля, созданного любой конфигурацией системы зарядов.

В потенциальном поле работа совершается за счет убыли потенциальной энергии системы

$$A_{12} = -\Delta W_p = W_{p1} - W_{p2}.$$

Сравнивая правую часть этого выражения с правой частью формулы для работы A_{12} , полученной выше, приходим к выводу, что потенциальная энергия точечного заряда q в поле заряда Q равна:

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qq}{r} + C.$$

Величина потенциальной энергии зависит от выбора *нулевого уровня* (так же, как и потенциальная энергия для любого другого взаимодействия). В рассматриваемом случае потенциальная энергия электростатического взаимодействия равна нулю, если заряды находятся на бесконечном расстоянии друг от друга ($r \rightarrow \infty$), поскольку не взаимодействуют друг с другом. Отсюда следует, что $C = 0$.

6. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля

В общем случае, силу, действующую на перемещаемый заряд q со стороны любого электростатического поля, можно выразить через напряженность электростатического поля как $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$. Тогда, учитывая, что работа по замкнутому контуру в электростатическом поле всегда равна нулю, получим:

$$A = q \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = q \oint_l E \cdot \cos \alpha \cdot dl = q \oint_l E_l \cdot dl = 0,$$

где E_l – проекция вектора \vec{E} на направление элементарного перемещения $d\vec{l}$.

В этом выражении интеграл $\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_l E_l \cdot dl$ называют *циркуляцией вектора напряженности* по заданному замкнутому контуру l . Следовательно, *циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю*. Это означает, что линии напряженности электростатического поля всегда разомкнуты: они начинаются на положительных зарядах (или в бесконечности) и заканчиваются на отрицательных зарядах (или в бесконечности). Действительно, в случае разомкнутых силовых линий (рис. 6), поле совершает положительную работу по перемещению положительного заряда из точки 1 в точку 2, так как проекция вектора напряженности, а значит, и силы, на направление $d\vec{l}$ в каждой точке положительна. При возвращении заряда из точки 2 в точку 1 полем совершается работа равная по величине и отрицательная по знаку $A_{12} = -A_{21}$. Полная работа равна нулю.

В случае же замкнутых линий поля проекция напряженности на касательную к траектории и, следовательно, величина работы на всем пути будут иметь одинаковый знак. Работа не равна нулю, что свидетельствует о неконсервативности сил, создающих такое поле.

Данную теорему о циркуляции вектора напряженности можно рассматривать как определение потенциальности поля.

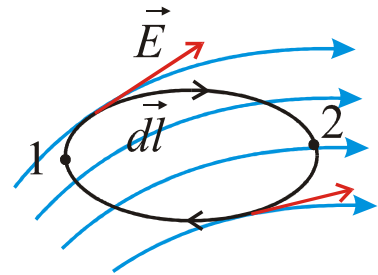


Рис. 6. Контур в электростатическом поле

7. Потенциал электростатического поля. Разность потенциалов

Для потенциальных полей можно ввести понятие потенциала.

Потенциал φ электростатического поля – СФВ, характеризующая энергетическое состояние поля в рассматриваемой точке и численно равная потенциальной энергии единичного положительного заряда, помещенного в данную точку поля:

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{W_p(\vec{r})}{q_+}.$$

В соответствии с этим определением потенциал электростатического поля, созданного в вакууме точечным зарядом Q равен:

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}.$$

Единицей измерения потенциала в СИ является вольт: $[\varphi]=[\text{В}]$.

Так же как и потенциальная энергия, потенциал электростатического поля точечного заряда, в отличие от напряженности, является неоднозначной характеристикой поля. Поэтому во многих задачах электростатики он условно нормируется на определенную величину. Например потенциал электростатического поля точечного заряда принят (нормирован) на бесконечности равным нулю

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \varphi = 0.$$

С введением потенциала работа электростатического поля по переносу заряда q из точки с координатой r_1 в точку с координатой r_2 , может быть представлена в виде:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов поля в этих точках.

Разность потенциалов электростатического поля – СФВ, характеризующая свойство поля совершать работу и численно равная работе электростатических сил по переносу единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2. Необходимо отметить, что величина разности потенциалов (в отличие от потенциала) не зависит от условий нормировки.

Если перемещать положительный заряд из произвольной точки за пределы поля, где потенциал φ_2 равен нулю, то работа сил электростатического поля равна $A_\infty = q_+ \cdot \varphi$. Отсюда следует, что *потенциал данной точки электростатического поля численно равен работе электростатических сил по переносу единичного положительного заряда из рассматриваемой точки в бесконечность:*

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q_+}.$$

Если электростатическое поле создается совокупностью точечных зарядов Q_i , то при перемещении пробного заряда q_+ работа результирующего поля будет складываться из работ электростатических полей точечных зарядов. Поэтому сформулированный ранее принцип суперпозиции электрических полей следует дополнить следующим положением: *если поле создается несколькими заряженными источниками, то его потенциал в данной точке пространства определяется как алгебраическая сумма потенциалов полей, созданных каждым источником в отдельности*

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i.$$

Например потенциал поля, созданного двумя разноименными зарядами q_1 и q_2 , в точке A (рис. 4) определяется как:

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(-\frac{|q_2|}{r_2} \right).$$

8. Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля. Эквипотенциальные поверхности

Напряженность и потенциал являются двумя различными характеристиками электростатического поля, описывающими соответственно его силовое и энергетическое состояния. Установим между ними связь.

Пусть точечный заряд q переместился в электростатическом поле на малое расстояние dx вдоль оси x . Тогда бесконечно малая работа, совершаемая полем, может быть рассчитана как $dA = q \cdot E_x \cdot dx$, и как $dA = -q \cdot d\varphi$, где $d\varphi$ – бесконечно малая разность потенциалов между конечной и начальной точками движения. Приравнивая правые части этих выражений, получим

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x},$$

где символ частной производной подчеркивает, что дифференцирование производится только по x . Повторив аналогичные рассуждения для других осей, можно окончательно записать:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi,$$

где $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$ – оператор Гамильтона, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы координатных осей x, y, z . Данное соотношение показывает, что вектор напряженности электростатического поля численно равен быстроте изменения потенциала по координатам и направлен в сторону *его убывания*.

В интегральной форме связь между напряженностью и потенциалом представляется в виде:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}d\vec{l},$$

где интегрирование можно вести вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки.

Введение потенциала дает, наряду с силовыми линиями, дополнительную возможность графического описания поля с помощью эквипотенциальных по-

верхностей.

Эквипотенциальная поверхность – геометрическое место точек электростатического поля, имеющих одинаковые потенциалы.

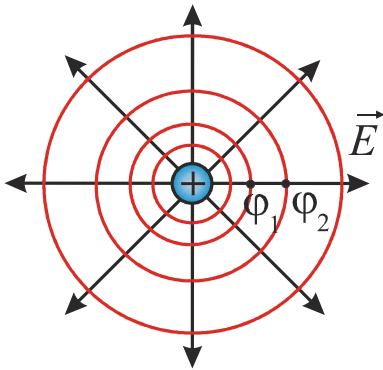


Рис.7. Эквипотенциальные поверхности и линии напряженности точечного заряда

Эквипотенциальные поверхности поля, созданного точечным зарядом, представляют собой концентрические сферы, в центре которых расположен заряд (рис. 7). Обычно их проводят так, что потенциалы двух соседних эквипотенциальных поверхностей отличаются друг от друга на равную величину. Поэтому по мере удаления от заряда густота проведения эквипотенциальных поверхностей уменьшается.

Так как, линии напряженности точечного заряда – прямые радиально направленные линии, то они всегда перпендикулярны эквипотенциальной поверхности, проходящей через рассматриваемую точку.

9. Поток вектора напряженности

Если взять элементарную площадку dS , нормаль \vec{n} к которой образует угол α с вектором \vec{E} , то число линий напряженности, пронизывающих её, равно:

$$N = E \cdot dS \cdot \cos \alpha = E_n \cdot dS,$$

где E_n – проекция вектора напряженности на нормаль \vec{n} к площадке dS (рис. 8). Величина

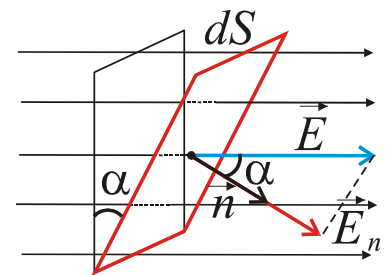


Рис. 8. К определению потока вектора

$$d\Phi_E = E_n \cdot dS = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

называется *поток вектора напряженности* через площадку dS . Здесь $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ – вектор, модуль которого равен dS , а направление совпадает с нормалью \vec{n} к площадке.

Единица потока вектора напряженности в СИ: $[\Phi_E] = [В \cdot м]$.

Поток сквозь произвольную замкнутую поверхность S равен:

$$\Phi_E = \oint_S E_n \cdot dS = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}.$$

Поток вектора \vec{E} величина алгебраическая, её знак зависит не только от

конфигурации поля, но и от выбора направления нормали. Для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали \vec{n} выбирается внешняя нормаль, т.е. нормаль, направленная наружу области. Поэтому знак потока Φ_E определяется следующим образом: если линии выходят из объема, то поток положительный, а если входят, то поток отрицательный.

10. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

Рассчитаем поток вектора напряженности сквозь сферическую поверхность радиуса r , охватывающую точечный заряд Q , находящийся в её центре. Силовые линии заряда центрально симметричны, поэтому в каждой точке поверхности этой сферы проекция вектора \vec{E} на внешнюю нормаль имеет одно и то же значение: $E_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$. Следовательно, поток равен

$$\Phi_E = \oint_S E_n \cdot dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

Если окружить сферу произвольной замкнутой поверхностью (рис. 9), то каждая линия напряженности, пронизывающая сферу пройдет и сквозь эту поверхность. Если замкнутая поверхность не охватывает заряда, то поток сквозь нее равен нулю, так как число линий напряженности, входящих в поверхность, равно числу линий, выходящих из неё. Следовательно, полученная формула справедлива для замкнутой поверхности любой формы.

Теперь рассмотрим случай, когда произволь-

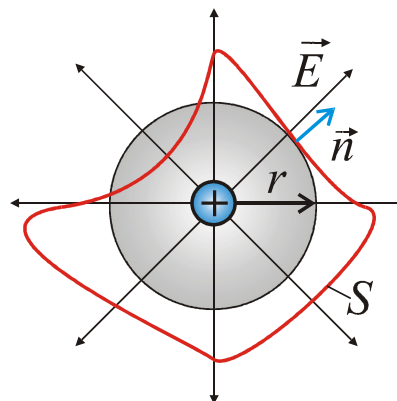


Рис. 9. Поток вектора напряженности сквозь замкнутую поверхность

ная замкнутая поверхность окружает N зарядов. Тогда, в соответствии с принципом суперпозиции электрических полей $\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$, поток вектора напряженности равен:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S \left(\sum_{i=1}^N \vec{E}_i \right) \cdot d\vec{S} = \sum_{i=1}^N \left(\oint_S \vec{E}_i \cdot d\vec{S} \right) = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N Q_i.$$

Из полученной формулы видно, что поток вектора \vec{E} сквозь произвольную замкнутую поверхность S определяется только алгебраической суммой зарядов, находящихся внутри поверхности S . Даже если заряды передвинуть без пересечения поверхности S , то поток вектора \vec{E} через эту поверхность останется

прежним.

Таким образом, поток вектора напряжённости электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на электрическую постоянную ϵ_0 . Эта формула выражает теорему Гаусса для электростатического поля.

В общем случае электрические заряды могут быть непрерывно распределены с объемной плотностью зарядов ρ , различной в разных местах пространства. Тогда теорема Гаусса принимает вид:

$$\oint_S \vec{E}_n \cdot dS = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \int_V \rho \cdot dV .$$

Для применения теоремы Гаусса необходимо:

- а) специальная симметрия поля (*плоская, цилиндрическая, сферическая*);
- б) чтобы была возможность найти достаточно простую замкнутую поверхность, и рассчитать ее площадь;
- в) вычисление потока Φ_E свести к простому умножению напряженности на площадь поверхности.

Если эти условия не выполняются, то задачу о нахождении \vec{E} поля нужно решать другими способами.

11. Поле равномерно заряженной сферы

Рассмотрим электрическое поле в вакууме, созданное зарядом Q , равномерно распределенным по сфере радиусом R с поверхностной плотностью σ .

Такое поле обладает сферической симметрией относительно центра сферы, поэтому линии напряженности будут направлены радиально. Для расчета

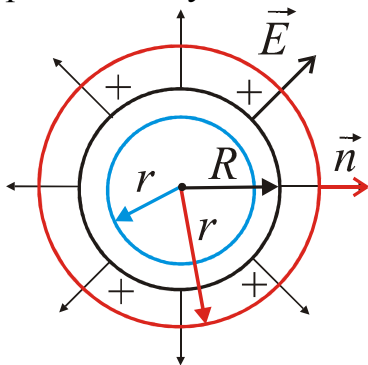


Рис. 10. Электростатическое поле заряженной сферы

величины напряженности воспользуемся теоремой Гаусса. Построим мысленно вспомогательную сферу радиуса r , имеющую общий центр с заряженной сферой. Если $r \geq R$, то весь заряд, создающий поле, попадет внутрь вспомогательной сферы (рис. 10). Учитывая, что на одинаковых расстояниях от центра проекции векторов напряженности равны, получим:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}_n \cdot dS = E \oint_S dS = E \cdot 4\pi r^2 .$$

$\Phi_E = Q/\epsilon_0$. Тогда

В то же время, в соответствии с теоремой Гаусса,

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Напряженность за пределами заряженной сферы убывает по закону обратной пропорциональности квадрату расстояния от ее центра.

При $r < R$ вспомогательная сфера не содержит внутри себя зарядов. В этом случае напряженность электростатического поля равна нулю ($E = 0$).

Теперь рассчитаем потенциал поля. Для этого воспользуемся связью между напряженностью поля и потенциалом в интегральной форме, согласно которой разность потенциалов между двумя точками $r_2 > r_1$, лежащими за пределами сферы, вычисляется как

$$\varphi(r_1) - \varphi(r_2) = \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Полагая $\lim_{r \rightarrow \infty} \varphi(r) = 0$, получаем, что потенциал поля вне сферы равен

$$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad r > R.$$

Равенство нулю напряженности поля внутри сферы означает, что потенциал всюду одинаков и равен потенциалу на ее поверхности

$$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}, \quad r \leq R.$$

12. Поле бесконечной равномерно заряженной плоскости

Рассмотрим равномерно заряженную бесконечную плоскость с поверхностной плотностью заряда $+\sigma$. Вблизи плоскости напряженность электрического поля определяется суперпозицией полей, созданных отдельными ее участками. При этом каждой точке B можно поставить в соответствие симметричную ей точку C плоскости, такую, что горизонтальные составляющие напряженностей \vec{E}_B и \vec{E}_C оказываются скомпенсированными, а вертикальные складываются.

Таким образом, напряженность электростатического поля, созданного бесконечной равномерно заряженной плоскостью, направлена по нормали к каждой стороне этой плоскости (рис. 11).

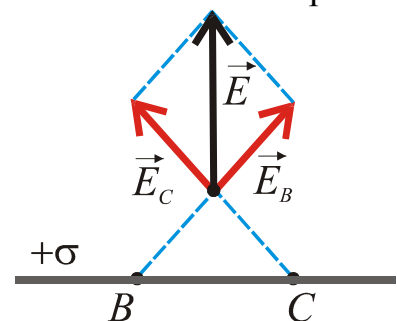
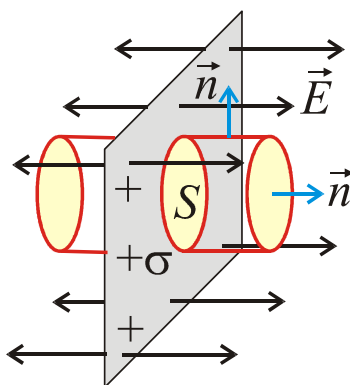


Рис. 11. Направление напряженности поля, созданного равномерно заряженной плоскостью

Для расчета величины напряженности E в качестве вспомогательной замкнутой поверхности выберем поверхность цилиндра, основания которого параллельны бесконечной плоскости, а ось цилиндра перпендикулярна плоскости. Тогда поток вектора напряженности через эту поверхность равен:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{S_{\text{осн1}}} E \cdot \cos \alpha_1 \cdot dS_{\text{осн1}} + \int_{S_{\text{осн2}}} E \cdot \cos \alpha_2 \cdot dS_{\text{осн2}} + \int_{S_{\text{бок}}} E \cdot \cos \alpha_3 \cdot dS_{\text{бок}},$$



где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ - углы между вектором напряженности и нормальми к поверхности цилиндра. Так как основания цилиндра равны по площади ($S = S_{\text{осн1}} = S_{\text{осн2}}$) (рис. 12) и перпендикулярны линиям напряженности ($\cos \alpha_1 = \cos \alpha_2 = 1$), а боковая поверхность - параллельна ($\cos \alpha_3 = 0$), то полный поток сквозь цилиндрическую поверхность равен сумме потоков сквозь его основания

$$\Phi_E = 2 \cdot E \cdot S.$$

Рис.12. Вспомогательная поверхность и линии напряженности поля

По теореме Гаусса: $\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot S}{\epsilon_0}$, тогда

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Напряженность электростатического поля, созданного равномерно заряженной бесконечной плоскостью, не зависит от длины цилиндра и на любых расстояниях от плоскости одинакова по модулю. Линии напряженности параллельны друг другу, поле по каждую сторону плоскости оказывается *однородным* (действительно, в формулу напряженности не входит расстояние от рассматриваемой точки поля до плоскости).

Разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях x_1 и x_2 от плоскости, равна

$$\varphi(x_1) - \varphi(x_2) = \int_{x_1}^{x_2} E \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1).$$

Полагая потенциал поля равным нулю в точках заряженной плоскости $x = 0$, получаем:

$$\varphi(x) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} x \text{ для } x \geq 0 \text{ и } \varphi(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} x \text{ для } x < 0.$$

13. Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра

Пусть цилиндр, имеющий радиус R , равномерно заряжен по поверхности с линейной плотностью заряда τ . Вдали от концов заряженного цилиндра и на расстоянии $r \ll l$ от его оси поле можно считать осесимметричным – линии напряженности направлены по радиусам круговых сечений цилиндра с одинаковой густотой. В качестве замкнутой вспомогательной поверхности возьмем цилиндр радиуса r и высотой $h \ll l$, ось которого совпадает с осью заряженного цилиндра, а основания перпендикулярны ей (рис. 13). Тогда

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{S_{\text{осн1}}} E \cdot \cos \alpha_1 \cdot dS_{\text{осн1}} + \int_{S_{\text{осн2}}} E \cdot \cos \alpha_2 \cdot dS_{\text{осн2}} + \int_{S_{\text{бок}}} E \cdot \cos \alpha_3 \cdot dS_{\text{бок}}$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – углы между вектором напряженности \vec{E} и нормальми к поверхности цилиндра. Поток вектора напряженности сквозь основания цилиндра будет равен 0, поскольку углы $\alpha_1 = \alpha_2 = 90^\circ$, а сквозь боковую поверхность

$$\int_{S_{\text{бок}}} E \cdot \cos \alpha_3 \cdot dS_{\text{бок}} = E \cdot 2\pi r h.$$

Согласно теореме Гаусса: $\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\tau \cdot h}{\epsilon_0}$, тогда

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

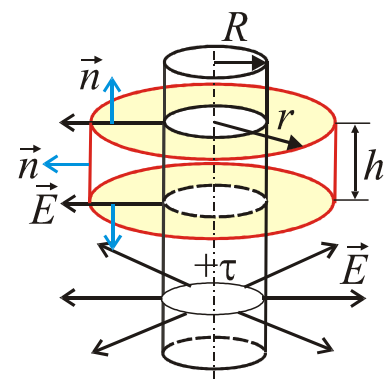


Рис.13. Вспомогательная поверхность и линии напряженности заряженного цилиндра

Если $r < R$, то замкнутая поверхность зарядов внутри не содержит, поэтому внутри равномерно заряженного по поверхности круглого бесконечного цилиндра поля нет.

Разность потенциалов между двумя точками $r_2 > r_1$, лежащими вне цилиндра, равна

$$\varphi(r_1) - \varphi(r_2) = \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} \cdot dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Равенство нулю напряженности поля внутри цилиндра означает, что потенциал всюду одинаков и равен потенциалу на ее поверхности. Удобно принять эту константу равной нулю

$$\varphi(r) = 0, \quad r \leq R.$$

Тогда потенциал поля вне цилиндра будет вычисляться как

$$\varphi(r) = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{R}, \quad r > R.$$

14. Поле бесконечного плоского конденсатора

Бесконечный плоский конденсатор – система из двух бесконечных параллельных равномерно заряженных плоскостей, расположенных в вакууме и имеющих одинаковые по величине, но разные по знаку поверхностные плотности заряда.

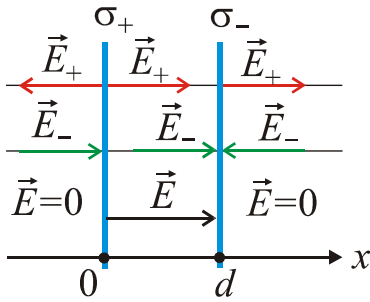


Рис. 14. Поле внутри и снаружи параллельных заряженных плоскостей

Каждая из плоскостей создает возле себя однородное электрическое поле с напряженностью $E_+ = \frac{\sigma_+}{2\epsilon_0}$ и $E_- = \frac{\sigma_-}{2\epsilon_0}$ соответственно. Вектора \vec{E}_+ и \vec{E}_- равны между собой по модулю ($|\sigma_+| = |\sigma_-| = \sigma$), перпендикулярны плоскостям и направлены, соответственно, от положительно заряженной плоскости к отрицательно заряженной плоскости. Поэтому в пространстве вне конденсатора они компенсируют друг друга, а внутри складываются и образуют однородное поле с напряженностью

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Электрические потенциалы слева и справа от пластин будут постоянными, так как напряженность поля в этих областях пространства равна нулю. Однако численные значения этих постоянных φ_1 и φ_2 различны из-за наличия поля внутри конденсатора. Предположим, что положительно заряженная пластина находится в начале координат, а отрицательная – на расстоянии d от неё. Тогда изменение потенциала между точками x_1 и x_2 внутри конденсатора можно найти как

$$\varphi(x_1) - \varphi(x_2) = \int_{x_1}^{x_2} E \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0} (x_2 - x_1).$$

Полагая, что потенциал положительно заряженной плоскости равен φ_1 , получим:

$$\varphi_2 = \varphi_1 - \frac{\sigma}{\epsilon_0} d.$$

В общем случае начало отчета φ может быть выбрано в любом месте.

Кроме того, для упрощения расчета, можно положить равным нулю любое из значений φ_1 и φ_2 .

Контрольные вопросы

- Перечислите фундаментальные свойства электрического заряда.
- В чем заключается закон сохранения заряда?
- Что такое линейная, поверхностная и объемная плотности зарядов?
- Запишите, сформулируйте и объясните закон Кулона.
- Какие поля называют электростатическими?
- Что такое напряженность \vec{E} электростатического поля?
- Каково направление вектора напряженности \vec{E} поля, созданного положительным точечным зарядом? Единица напряженности в СИ.
- Что такое поток вектора \vec{E} ?
- Сформулируйте теорему о циркуляции вектора напряженности электростатического поля.
- Пользуясь принципом суперпозиции, найдите в поле двух точечных зарядов $(-q)$ и $(+2q)$, находящихся на расстоянии 1 метр друг от друга, точку, где напряженность поля равна нулю.
- В чем заключается физический смысл теоремы Гаусса для электростатического поля в вакууме?
- Как показать, что электростатическое поле является потенциальным?
- Что называется циркуляцией вектора напряженности?
- Дайте определения потенциала данной точки электростатического поля и разности потенциалов двух точек поля. Каковы их единицы?
- Приведите графики зависимостей $E(r)$ и $\varphi(r)$ для равномерно заряженной сферической поверхности. Дайте их объяснение и обоснование.
- Какова связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля? Выведите ее и объясните. Каков физический смысл этих понятий?
- Чему равна работа по перемещению заряда вдоль эквипотенциальной поверхности?

15. Диполь в электростатическом поле

Электрический диполь – система, состоящая из двух связанных между собой равных по величине, но противоположных по знаку точечных электрических зарядов q , расстояние l между которыми мало по сравнению с расстоянием r от этой системы до рассматриваемых точек её поля.

Диполь характеризуется следующими величинами:

1) *плечо диполя* \vec{l} – ВФВ, численно равная расстоянию между точечными зарядами, образующими диполь, и направленная от отрицательного заряда к положительному;

2) дипольный (электрический) момент \vec{p}_e – ВФВ, численно равная произведению положительного заряда диполя на его плечо

$$\vec{p}_e = q \cdot \vec{l}.$$

Поместим диполь в однородное внешнее электростатическое поле с напряженностью \vec{E} (рис. 15). Если предположить, что между зарядами существует жесткая связь, то действующая на диполь пара сил

$$\vec{F}_1 = q \cdot \vec{E} \text{ и } \vec{F}_2 = -q \cdot \vec{E}$$

создает вращающий момент

$$\vec{M} = [\vec{l} \times \vec{F}] = [q\vec{l} \times \vec{E}] = [\vec{p}_e \times \vec{E}],$$

стремящийся повернуть диполь по полю. Состоянию устойчивого равновесия будет соответствовать случай, когда дипольный момент \vec{p}_e совпадет по направлению с напряженностью поля \vec{E} . В этом случае $M = p_e \cdot E \cdot \sin 0^\circ = 0$.

Если электрический диполь поместить в неоднородное поле, напряженность которого изменяется по длине l диполя, то на него кроме вращающего момента $\vec{M} = [\vec{p}_e \times \vec{E}]$ действует еще результирующая сила

$$\vec{F}_1 = q \cdot \vec{E}_1 - q \cdot \vec{E}_2,$$

где \vec{E}_1 и \vec{E}_2 - напряженности поля в точках, где находятся соответственно заряды q и $-q$. Под действием этой силы диполь, электрический момент которого \vec{p}_e образует острый угол с вектором \vec{E} , втягивается в область более сильного поля.

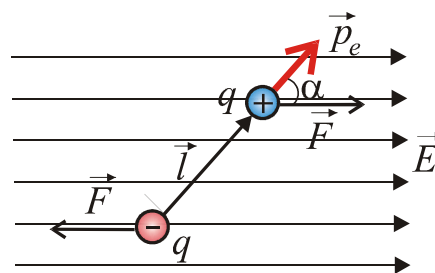


Рис. 15. Диполь в однородном электрическом поле

16. Поляризация диэлектриков

Диэлектрики – вещества, в которых носители электрического заряда локализованы, т.е. принадлежат отдельным атомам (молекулам) или осуществляют химическую связь между ними.

Все молекулы диэлектрика электрически нейтральны: суммарный заряд электронов и атомных ядер, входящих в состав молекулы, равен нулю. Тем не менее, молекулы обладают определенными электрическими свойствами. В первую очередь это связано с тем, что центры тяжести суммарного положительного заряда всех атомных ядер q_+ и суммарного отрицательного заряда всех элек-

тронов q_- молекулы могут пространственно не совпадать. Тогда любую молекулу можно рассматривать в первом приближении как электрический диполь с электрическим моментом $\vec{p}_e = q \cdot \vec{l}$, где q – суммарный положительный заряд всех атомных ядер в молекуле, \vec{l} – вектор, равный по величине расстоянию между *центрами тяжести* положительных и отрицательных зарядов в молекуле.

В соответствии с этим все диэлектрики можно разделить на три группы:

а) *полярные диэлектрики*, молекулы которых имеют электроны, расположенные несимметрично относительно ядер и обладающие, таким образом, *собственным дипольным моментом*;

б) *неполярные диэлектрики*, в молекулах которых в отсутствие внешнего поля центры тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадают и, следовательно, *их собственный дипольный момент равен нулю*;

в) *ионные диэлектрики* – это диэлектрики, имеющие ионную кристаллическую решетку с правильным чередованием ионов разных знаков.

К первой группе относятся все асимметричные молекулы с ковалентной полярной и донорно-акцепторной связью (например H_2O и NH_3), ко второй – все симметричные молекулы (например H_2 , N_2 , CH_4), а к третьей – твердые вещества типа $NaCl$.

В отсутствие внешнего электрического поля суммарный дипольный момент любого объема диэлектрика, даже с полярными хаотически ориентированными молекулами, равен нулю.

Во внешнем электрическом поле диэлектрик объемом V приобретает дипольный момент \vec{p}_V . Это явление превращения электрически нейтральной системы связанных зарядов вещества в систему ориентированных диполей называется *поляризацией*.

Можно выделить 3 механизма поляризации диэлектриков:

1) *Ориентационная поляризация* – происходит в полярных диэлектриках за счет ориентации в пространстве уже имеющихся диполей по полю. Считается, что полярная молекула по своим электрическим свойствам подобна *жесткому диполю*, модуль \vec{p}_e которого постоянен (рис. 16).

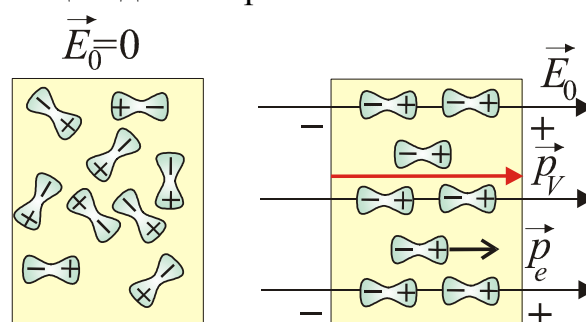


Рис. 16. Ориентационная поляризация полярного диэлектрика.

2) *Деформационная поляризация* – происходит за счет деформации электронных орбит неполярных молекул и появления у них индуцированного дипольного момента $\vec{p}_e = \alpha \epsilon_0 \vec{E}_0$, пропорционального напряженности внешнего поля (рис. 17). Неполярная молекула подобна *упругому диполю*, длина плеча которого изменяется в зависимости от напряженности внешнего поля.

3) *Ионная поляризация* – происходит за счет смещения положительных ионов вдоль поля, а отрицательных ионов против поля, что приводит к возник-

новению дипольных моментов.

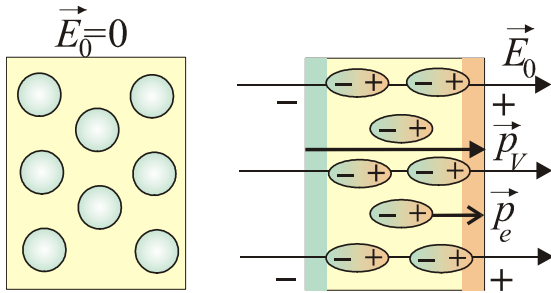


Рис. 17. Деформационная поляризация неполярного диэлектрика.

Таким образом, *механизм поляризации* связан с конкретным строением диэлектрика. Однако во всех случаях положительные заряды смещаются по полю, а отрицательные – против поля. В результате поляризации на поверхности диэлектрика появляются нескомпенсированные заряды, которые называются *связанными*. Связанные заряды могут свободно перемещаться только внутри электрически нейтральных молекул. Если заряды смещаются далеко за пределы одной молекулы, то эти заряды называются *свободными*.

Если заряды смещаются далеко за пределы одной молекулы, то эти заряды называются *свободными*.

17. Поляризованность

Количественной мерой поляризации диэлектрика служит векторная величина – *поляризованность* \vec{P} , которая определяется как суммарный электрический дипольный момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{V} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_{ei},$$

где p_{ei} – дипольный момент i -й молекулы; N – общее число молекул в объеме V . Единица поляризованности в СИ: $[\vec{P}] = [\text{Кл/м}^2]$.

Найдем связь между поляризованностью \vec{P} и поверхностной плотностью поляризационных зарядов σ' . Для этого рассмотрим наклонный параллелепипед, поляризованный вдоль одного из ребер (рис. 18).

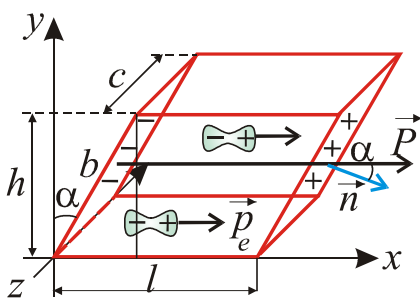


Рис. 18. Поверхностная плотность заряда и поляризованность

В однородном электрическом поле его полный дипольный момент можно вычислить двумя способами:

$$p_V = P \cdot V = P \cdot S \cdot l = P \cdot c \cdot l \cdot h,$$

и

$$p_V = Q' \cdot l = \sigma' \cdot S \cdot l = \sigma' \cdot b \cdot c \cdot l,$$

где: S – площадь боковой грани диэлектрика, Q' – поляризационный заряд каждой грани; l – плечо между поляризационными зарядами.

Сравнивая обе формулы, видим, что

$$\sigma' = P \frac{h}{b} = P \cos \alpha = P_n,$$

т. е. поверхностная плотность поляризационных зарядов на границе диэлектрик-вакуум численно равна проекции поляризованности \vec{P} диэлектрика на внешнюю нормаль \vec{n} к грани параллелепипеда.

В случае изотропного диэлектрика и в не слишком сильных полях зависимость поляризованности от напряженности внешнего поля носит линейный характер:

$$\vec{P} = \chi \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E},$$

где χ – безразмерная положительная величина, называемая *диэлектрической восприимчивостью* диэлектрика.

Следует заметить, что в отличие от напряженности \vec{E} линии \vec{P} начинаются на отрицательных и заканчиваются на положительных связанных зарядах.

18. Напряженность поля в диэлектриках

Поместим прямоугольную пластину диэлектрика толщиной d в однородное внешнее электрическое поле с напряженностью \vec{E}_0 , созданное двумя параллельными бесконечными плоскостями с поверхностной плотностью заряда $\pm \sigma_0$. В результате объемной поляризации на боковых гранях диэлектрика возникнут *связанные заряды* с поверхностной плотностью $\mp \sigma'$.

Образование поляризационных зарядов приводит к возникновению дополнительного электрического поля \vec{E}' , которое направлено против внешнего поля и ослабевает последнее. Таким образом, результирующее поле внутри диэлектрика будет иметь напряженность $E = E_0 - E'$.

Дополнительное поле \vec{E}' может быть рассчитано как поле, созданное двумя плоскими гранями диэлектрика, равномерно покрытыми зарядами с поверхностной плотностью $\pm \sigma'$. Напряженность такого поля равна $E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$. Тогда получим, что напряженность поля внутри диэлектрика

$$E = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

совпадает с напряженностью поля в вакууме, когда поверхностная плотность заряда на обкладках конденсатора равна $\sigma = \sigma_0 - \sigma'$.

Учитывая, что $\sigma' = P$, а поляризованность полярных и неполярных ди-

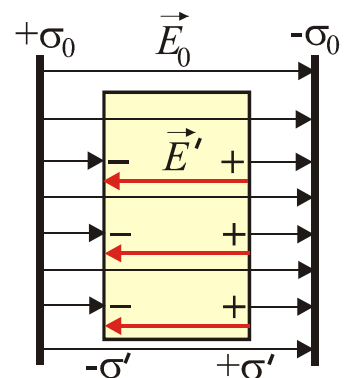


Рис. 19. Напряженность электрического поля внутри диэлектрика

электриков определяется как $P = \chi \cdot \epsilon_0 \cdot E$, получим

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\epsilon_0} = E_0 - \frac{\chi \epsilon_0 E}{\epsilon_0} = E_0 - \chi \cdot E.$$

Тогда искомая величина результирующего электрического поля E внутри диэлектрика будет равна

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\epsilon},$$

где: $\epsilon = 1 + \chi$ - относительная диэлектрическая проницаемость среды.

Относительная диэлектрическая проницаемость среды ϵ – СФВ, характеризующая диэлектрические свойства среды и численно равная отношению силы взаимодействия двух неподвижных точечных электрических зарядов в вакууме к силе их взаимодействия в данной среде при прочих равных условиях:

$$\epsilon = \frac{E_0}{E} = \frac{F_0}{F} > 1.$$

Это означает, что диэлектрическая среда ослабляет электрическое поле. Степень ослабления внешнего электрического поля зависит от среды и может являться ее характеристикой. Например, с учетом диэлектрических свойств среды, напряженность и потенциал электростатического поля, созданного точечным зарядом, приобретают соответственно вид

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad \text{и} \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}.$$

19. Электрическое смещение (индукция)

Вектор напряженности \vec{E} в диэлектрике характеризует результирующее поле, создаваемое как свободными, так и связанными зарядами. По теореме Гаусса

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} (Q_0 + Q'),$$

где: Q_0 и Q' – алгебраическая сумма всех свободных и связанных зарядов, охватываемых вспомогательной замкнутой поверхностью, соответственно.

Найдем связанный заряд Q' , который образуется при поляризации диэлектрика внутри замкнутой поверхности, являющейся границей диэлектрика объемом V . Для этого мысленно выделим единичную площадку на поверхно-

сти этого объема. При поляризации через неё перемещается заряд $\sigma' = P_n$, где P_n – проекция вектора поляризованности на положительную нормаль к этой площадке. Тогда через всю замкнутую поверхность переместится заряд, равный

$$Q' = \oint_S \sigma' \cdot dS = \oint_S P_n \cdot dS = \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}.$$

Заряд, который остается внутри замкнутой поверхности, отличается от перемещенного заряда только знаком, то есть

$$Q' = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}.$$

Теперь подставим значение суммарного связанного заряда в формулу для теоремы Гаусса:

$$\oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{S} = Q_0.$$

Введем новую вспомогательную векторную величину $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, которую назовем *электрическим смещением* (электрической индукцией). С учетом введенного вектора теорема Гаусса приобретет следующий вид

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_0,$$

т.е. *поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных электрических зарядов.*

Вектор \vec{D} характеризует электростатическое поле, создаваемое свободными зарядами, но при таком их распределении в пространстве, какое имеется при наличии диэлектрика.

В изотропной диэлектрической среде поляризованность \vec{P} пропорциональна \vec{E} , поэтому

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}.$$

Так как $\epsilon \cdot \vec{E} = \vec{E}_0$, то $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0 = D_0$, т.е. электрическое смещение внутри диэлектрика совпадает с электрическим смещением внешнего поля \vec{D}_0 .

Линии вектора напряженности \vec{E} начинаются и заканчиваются на любых зарядах – свободных и связанных, в то время как линии вектора \vec{D} – только на свободных зарядах. Через области поля, где находятся связанные заряды, линии электрического смещения проходят не прерываясь (рис. 20. б), а линии напря-

женности претерпевают разрыв на границе диэлектрик – вакуум (рис. 20. а), создавая затруднения при расчете электростатических полей.

Непрерывность линий электрического смещения облегчает вычисление

\vec{D} при заданном распределении зарядов, например, с помощью теоремы Гаусса. Однако, в конечном счете, целью вычислений является нахождение силового вектора поля – напряженности $\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon\epsilon_0}$. Поэтому электрическое

смещение не имеет физического смысла, и, как следует из определения, является вспомогательной величиной.

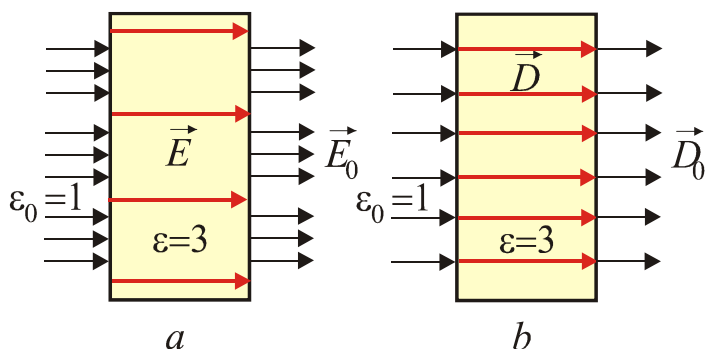


Рис. 20. Линии напряженности и линии электрического смещения внутри диэлектрика

20. Сегнетоэлектрики

Сегнетоэлектриками называются кристаллические диэлектрики (например сегнетова соль и титанат бария), обладающие в определенном диапазоне температур спонтанной поляризацией, которая существенно изменяется под влиянием внешних воздействий.

В отсутствие внешнего электрического поля весь объем сегнетоэлектрика самопроизвольно разбит на небольшие области, которые поляризованы до насыщения и называются *доменами*. Возможные направления поляризованности доменов определяются симметрией кристалла.

Поляризация сегнетоэлектрического образца во внешнем электрическом поле заключается:

– в смещении границ доменов и роста тех доменов, векторы электрических дипольных моментов которых близки по направлению к напряженности поля \vec{E} ;

– в повороте дипольных моментов по полю.

Для сегнетоэлектриков характерна нелинейная связь между поляризованностью и напряженностью внешнего электрического поля. В достаточно сильном поле достигается состояние насыщения, т. е. состояние, когда сегнетоэлектрик однородно поляризован по полю и его поляризованность \vec{P} не изменяется при дальнейшем увеличении \vec{E} .

Кроме того, в сегнетоэлектриках наблюдается явление диэлектрического гистерезиса – сохранение *остаточной поляризованности* $\vec{P}_{ост}$ при снятии внешнего поля. Поляризация образца исчезает полностью лишь под действием электрического поля про-

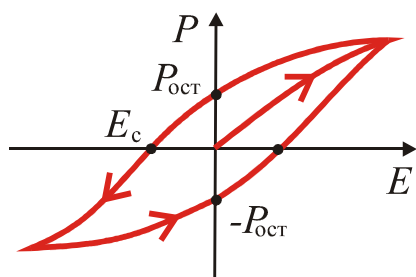


Рис. 21. Диэлектрический гистерезис в сегнетоэлектриках

твояположного направления, напряженность которого $E = -E_c$. Величина E_c называется *коэрцитивной силой*.

Пьезоэлектрики – это кристаллические диэлектрики, в которых при сжатии или растяжении возникает электрическая поляризация (кристалл кварца). При этом на противоположных гранях кристалла возникает разность потенциалов. При переходе от растяжения к сжатию и обратно меняется знак поляризации и возникающей разности потенциалов. В подобных кристаллах обязательно наблюдается и *обратный пьезоэлектрический эффект*: если к кристаллу приложить внешнюю разность потенциалов, то вследствие поворота диполей будут наблюдаться деформации растяжения и сжатия.

Пьезоэлектрические и электрострикционные свойства кристаллов используются в электроакустических приборах для преобразования звуковых и ультразвуковых колебаний в электрические колебания и обратно.

21. Проводники в электростатическом поле

Проводники – любые вещества, в которых имеются свободные носители заряда. Под свободными носителями заряда следует понимать любые заряженные частицы (электроны, ионы и т. д.), которые могут перемещаться под действием сколь угодно малых сил электрического поля. Наиболее типичными проводниками являются металлы.

Равновесное распределение свободных электрических зарядов в проводнике должно отвечать минимуму энергии системы. Поэтому *собственные* заряды проводника распределены по нему таким образом, что суммарная напряженность поля внутри проводника всегда равна нулю. В противном случае свободные заряды будут перемещаться по проводнику, создавая электрический ток в отсутствие источника энергии.

Внесение незаряженного проводника во внешнее электрическое поле приводит к тому, что свободные заряды положительного знака начинают двигаться вдоль направления вектора напряженности \vec{E}_0 , а отрицательные – в противоположную сторону (рис. 22). Перераспределение зарядов будет продолжаться до тех пор, пока поле внутри проводника не станет равным нулю за счет появления на противоположных концах проводника *индуцированных* зарядов разных знаков, электрическое поле которых компенсирует внешнее. В состоянии равновесия зарядов силовые линии результирующего поля окажутся частично видоизмененными по сравнению с линиями напряженности внешнего поля \vec{E}_0 : некоторые из них будут начинаться на *индуцированных* положительных зарядах, другие – заканчиваться на *индуцированных* отрицательных зарядах. Индуцированные заряды располагаются на внешней поверхности проводника таким образом, что силовые линии направлены перпен-

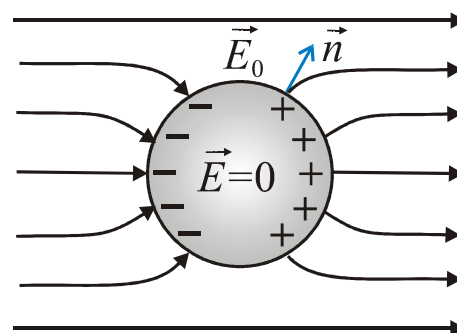


Рис. 22. Незаряженный проводник в электрическом поле

дикулярно этой поверхности. Наличие составляющей вектора напряженности, направленной вдоль поверхности проводника, вызвало бы движение свободных зарядов в отсутствие внешнего источника энергии.

Сторонний электрический заряд, помещенный на проводник сложной формы, распределяется так же, как и индуцированный заряд – по внешней поверхности проводника, которая в свою очередь является эквипотенциальной. Потенциал всех точек проводника одинаков и равен потенциалу его поверхности. В противном случае происходило бы движение зарядов.

Поверхностная плотность заряда в каждой точке поверхности определяется ее кривизной: она растет с увеличением положительной и уменьшается с увеличением отрицательной кривизны. Самая большая поверхностная плотность заряда, таким образом, наблюдается на остриях и выступающих острых кромках. Кривизна сферической поверхности одинакова во всех ее точках, поэтому поверхность проводящей сферы является равномерно заряженной.

22. Электроемкость уединенного проводника

Рассмотрим *уединенный* проводник сферической формы радиуса R , находящийся в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ .

Будем увеличивать заряд на проводнике, измеряя его потенциал. При этом обнаружим, что зависимость $q = f(\varphi)$ имеет линейный вид. Вводя соответствующий коэффициент пропорциональности, получим $q = C\varphi$. Коэффициент C называется *электрической ёмкостью проводника*.

Электрическая ёмкость уединенного проводника – СФВ, характеризующая свойство проводника накапливать электрический заряд и численно равная заряду, который необходимо поместить на данный проводник, чтобы создать на нем единичный потенциал:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

По определению ёмкость – неотрицательная величина, измеряемая в фарадах $[C] = [\Phi]$.

Потенциал проводящего шара одинаков во всех точках внутри него и равен потенциалу на его поверхности

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R}.$$

Сравнивая его с формулой потенциала заряженного проводника сферической формы, получаем

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R.$$

Анализ приведенной формулы показывает, что электроёмкость провод-

ника зависит:

– от его геометрических размеров (R) – проводник большего размера имеет, при прочих равных условиях, большую электрическую емкость;

– от диэлектрических свойств окружающей среды (ϵ) – чем сильнее поляризуется окружающая среда, тем больше электроемкость проводника,

и не зависит:

– от величины накопленного заряда;

– от агрегатного состояния проводника и от наличия полостей внутри проводника.

23. Взаимная электроемкость. Конденсаторы

Если вблизи проводника находятся другие проводники, то заряжаясь, он наводит на поверхности соседних проводников заряды обоих знаков. Эти индуцированные заряды будут создавать дополнительное поле. Дополнительные поля \vec{E}' индуцированных и поляризационных зарядов всегда направлены против поля источника \vec{E}_0 . Поэтому при внесении в среду, окружающую заряженный проводник, других проводников и диэлектриков поле рассматриваемого проводника ослабевает, а его потенциал падает. В соответствии с формулой $C = \frac{q}{\phi}$

электрическая емкость проводника при этом возрастает по сравнению с емкостью того же проводника в вакууме в отсутствие других проводников.

Взаимная электроемкость – СФВ, характеризующая свойство системы проводников накапливать электрический заряд и численно равная заряду, который необходимо поместить на один из них, чтобы разность потенциалов между проводниками стала равна единице:

$$C = \frac{q}{\phi_1 - \phi_2} .$$

Взаимная емкость системы проводников зависит от их геометрических размеров и взаимного расположения, а также от диэлектрических свойств окружающей среды.

Для накопления электрического заряда особый интерес представляет система из двух проводников, форма и расположение которых таковы, что электрическое поле этих проводников при сообщении им равных по модулю и противоположных по знаку электрических зарядов полностью локализовано в ограниченной области пространства. Такая система называется *конденсатором*, а сами проводники – *обкладками конденсатора*.

Внешние электрические поля, одинаковым образом воздействуя на все элементы конденсатора, не могут изменить параметров внутреннего поля, расположенного между обкладками конденсатора.

Конструкции конденсаторов весьма разнообразны. Их основными харак-

теристиками являются *электроемкость* и *напряжение пробоя* – минимальная разность потенциалов между обкладками, при которой происходит электрический разряд через слой диэлектрика. Пробивное напряжение зависит от конструкции конденсатора (формы и размеров обкладок) и свойств диэлектрика внутри него.

Рассмотрим плоский конденсатор, состоящий из двух параллельных плоских обкладок, находящихся на расстоянии d одна от другой. Пространство между обкладками заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ . Площади обкладок S достаточно велики, чтобы их можно было считать бесконечными. Заряд $\pm q$ распределен по пластинам равномерно с поверх-

ностной плотностью $\sigma = \frac{q}{S}$. Разность потенциалов, создаваемая этим зарядом, вычисляется как

$$\varphi_1(0) - \varphi_2(d) = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} \cdot d = \frac{qd}{\epsilon\epsilon_0 S}.$$

Учитывая, что взаимная электроемкость такой системы по определению

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

получаем формулу для расчета электроемкости плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}.$$

Для конденсаторов других конструкций емкость рассчитывается следующим образом:

– емкость цилиндрического конденсатора $C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln \frac{R}{r}},$

где R и r – внешний и внутренний радиусы коаксиальных цилиндров, l – длина образующей цилиндров;

– емкость сферического конденсатора $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{rR}{R - r},$

где R и r – внешний и внутренний радиусы сфер.

24. Соединение конденсаторов в батарею

Для предотвращения пробоя конденсаторов прибегают к их последовательному соединению.

При *последовательном* соединении конденсаторов разность потенциалов на ее концах равна сумме разностей потенциалов между обкладками каждого из

конденсаторов $\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i$ (рис. 23). Заряд на каждой из обкладок всех конденсаторов по модулю одинаков $q = \text{const}$. Разделив левую и правую части этого

уравнения на q , и учитывая, что $\frac{\Delta\varphi}{q} = \frac{1}{C}$, получим

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

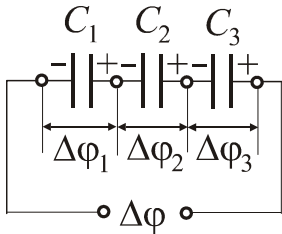


Рис. 23. Последовательное соединение конденсаторов

Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов величина, обратная электроемкости батареи, равна сумме величин, обратных электроемкостям всех конденсаторов, входящих в батарею. Это означает, что присоединение к батарее дополнительного конденсатора уменьшает ее электроемкость.

Положительным для практики результатом последовательного соединения конденсаторов является увеличение максимально допустимого напряжения, которое можно подавать на такую батарею по сравнению с одним конденсатором.

Для увеличения емкости конденсаторов без сильного увеличения их линейных размеров конденсаторы соединяются в батарею параллельно.

При *параллельном* соединении конденсаторов в батарею разность потенциалов между обкладками каждого из них одинакова $\Delta\varphi = \text{const}$. Заряд батареи равен сумме зарядов всех конденсаторов $q = \sum_{i=1}^n q_i$. Поэтому емкость батареи по определению равна

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{\Delta\varphi} = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i.$$

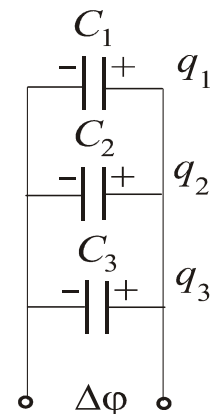


Рис. 24. Параллельное соединение конденсаторов

При параллельном соединении конденсаторов общая электроемкость батареи равна сумме электроемкостей всех входящих в нее конденсаторов (рис. 24).

25. Энергия электрического поля

Потенциальная энергия взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов определяется соотношением

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qq}{\epsilon r}.$$

Если учесть, что потенциал поля, созданного зарядом Q в той точке, где находится заряд q , равен $\phi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\epsilon r}$, а потенциал поля, созданного зарядом q в точке, где находится заряд Q , равен $\phi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r}$, то энергия взаимодействия зарядов может быть представлена как

$$W_p = \frac{1}{2}(q\phi_1 + Q\phi_2).$$

Существенно, что в таком виде формула применима не только для точечных зарядов, но и для заряженных тел произвольной формы.

Рассмотрим электрическое поле, созданное в конденсаторе. Заряды его обкладок равны по величине и противоположны по знаку. В этом случае потенциальная энергия

$$W_p = \frac{1}{2}(q\phi_1 - q\phi_2) = \frac{q}{2}(\phi_1 - \phi_2).$$

Учитывая, что $C = \frac{q}{\phi_1 - \phi_2}$, получаем выражение для энергии электрического поля заряженного конденсатора:

$$W = \frac{C \cdot \Delta\phi^2}{2}.$$

Емкость плоского конденсатора $C = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}$. Тогда

$$W = \frac{\epsilon\epsilon_0 \cdot \Delta\phi^2}{2d} \cdot S = \frac{\epsilon\epsilon_0 \cdot \Delta\phi^2}{2d^2} \cdot V,$$

где $V = S \cdot d$ – его объем. Учитывая, что $\frac{\Delta\phi}{d} = E$ – напряженность поля в конденсаторе, получаем

$$W = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} \cdot V.$$

Электрическое поле конденсатора полностью сосредоточено между его обклад-

ками. Отсюда энергия единицы объема, или *объемная плотность* энергии электрического поля

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2}$$

оказывается прямо пропорциональной квадрату напряженности электрического поля.

Объемная плотность энергии поляризованного диэлектрика определяется как

$$w_{\text{диэл}} = \frac{(\epsilon - 1)\epsilon_0 E^2}{2} = \frac{1}{2} PE,$$

где P – поляризованность. Эти соотношения, выведенные нами для частного случая поля плоского конденсатора, справедливо и для любого другого электрического поля.

Подтверждением того, что носителем энергии является электрическое поле, а не сами заряженные объекты, является, например, существование электромагнитных волн, переносящих энергию, но не связанных с заряженными телами.

Контрольные вопросы

- Что такое диполь и как он ведет себя в электрическом поле?
- Что такое поляризованность?
- В чем различие поляризации диэлектриков с полярными и неполярными молекулами?
- Что показывает диэлектрическая проницаемость среды?
- Выведите связь между диэлектрической восприимчивостью вещества и проницаемостью среды.
- Как определяется вектор электрического смещения?
- Сформулируйте теорему Гаусса для электростатического поля в диэлектрике.
- Каковы напряженность и потенциал поля, а также распределение зарядов внутри и на поверхности заряженного проводника?
- Три одинаковых конденсатора один раз соединены последовательно, другой — параллельно. Во сколько раз и когда емкость батареи будет больше?
- Может ли электростатика ответить на вопрос: где локализована энергия и что является ее носителем — заряды или поле? Почему?
- Выведите формулы для энергии заряженного конденсатора, выражая ее через заряд на обкладках конденсатора и через напряженность поля.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

26. Постоянный ток, его характеристики и условия существования

Электрический ток – упорядоченное движение *электрических зарядов*.

Ток, возникающий в проводнике под действием приложенного к нему электрического поля, называется *током проводимости*.

Совокупность различных приборов и устройств, потребляющих, преобразующих и создающих электрический ток, соединенных между собой при помощи проводников называется *электрической цепью*.

Основной количественной характеристикой электрического тока является *сила тока* – СФВ, характеризующая интенсивность упорядоченного движения электрических зарядов и численно равная заряду, перенесенному через поперечное сечение проводника, перпендикулярное вектору напряженности \vec{E} , в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

В системе СИ единица тока является основной и носит название *ампер*: $[I]=[A]$. За направление тока условно принимают направление движения положительных зарядов. Линии тока направлены по движению зарядов, т.е. вдоль линии \vec{E} . Поэтому величина тока является положительной величиной.

В общем случае проводники могут содержать свободные заряды положительного и отрицательного знаков. Во внешних электрических полях эти заряды движутся во встречных направлениях, давая вклад в общий ток

$$I = \frac{dq_+}{dt} + \left| \frac{dq_-}{dt} \right|.$$

Если за любые равные промежутки времени через любое сечение проводника проходит одинаковое количество электричества и направление движения зарядов не изменяется, то такой ток называется *постоянным* $I = \frac{q}{t}$.

Если выделить в пространстве трубку, направленную вдоль линии \vec{E} и разделить ток dI , протекающий внутри трубки, на её поперечное сечение dS , перпендикулярное линиям тока, то получим векторную величину, называемую *плотностью тока* (рис. 25).

Плотность тока \vec{j} – ВФВ, характеризующая распределение тока по площади проводника, численно равная силе тока, приходящейся на единицу площади поперечного сечения и направленная по касательной к линии тока:

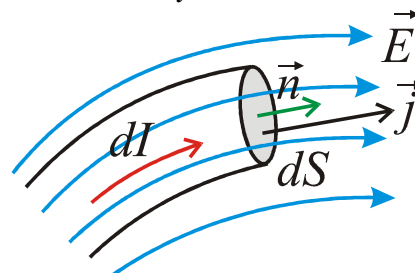


Рис. 25. Вектор плотности тока

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS} \cdot \frac{\vec{E}}{E}.$$

Сила тока, протекающего через любую поверхность S , будет равна потоку вектора \vec{j} через эту поверхность: $I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$.

Единица плотности тока в СИ: $[\vec{j}] = [\text{А}/\text{м}^2]$

Если за время dt через поперечное сечение проводника dS в направлении скорости $\langle \vec{u} \rangle$ переносится электрический заряд $dQ = nq\langle u \rangle dS dt$, то плотность тока и сила тока соответственно равны

$$\vec{j} = qn\langle \vec{u} \rangle \text{ и } I = \int_S qn\langle u \rangle dS,$$

где n , q , $\langle u \rangle$ – концентрация, заряд и средняя скорость (дрейфовая) упорядоченного движения зарядов.

Для существования электрического тока необходимо одновременное выполнение двух условий:

- а) наличие свободных носителей заряда;
- б) наличие электрической силы, вынуждающей их упорядоченно двигаться.

27. Сторонние силы в электрической цепи. Источники тока

Если в проводнике создать электрическое поле и не принять мер для его поддержания, то перемещение носителей заряда очень быстро приведет к тому, что поле внутри проводника исчезнет и, следовательно, ток прекратится. Для поддержания тока нужно от конца проводника с меньшим потенциалом непрерывно отводить приносимые сюда током заряды, а к концу с большим потенциалом непрерывно их подводить. Рассматриваемый проводник, следовательно, должен быть подсоединен к устройству, в котором на одном из полюсов создается избыток свободных зарядов, а на другом – недостаток.

Пространственное разделение зарядов не может быть сделано силами электростатического поля, поскольку эти силы решают обратную задачу – соединяют разноименные заряды. Следовательно, разделение зарядов должны выполнять силы неэлектрического происхождения, которые способны действовать на заряженные частицы либо на протяжении всей цепи, либо на отдельных ее участках. Такие силы называются *сторонними*. Следует заметить, что сторонние силы не действуют на сам *электрический заряд*, а в зависимости от их физической природы действуют на *другие свойства заряженных частиц*. Сторонние силы могут быть обусловлены химическими процессами, диффузией носителей заряда в неоднородной среде или через границу двух разнородных веществ, электрическими (но не электростатическими) полями, порожденными меняющимися во времени магнитными полями и т.д.

Устройство, в котором за счет сторонних сил осуществляется разделение электрических зарядов и их концентрация на специальных проводниках (полюсах), называется *источником тока*.

Рассмотрим несколько подробнее работу сторонних сил в *идеальном* источнике постоянного тока, т.е. в источнике, не имеющем внутреннего сопротивления. Это значит, что внутренние потери энергии отсутствуют, а вся энергия сторонних сил целиком переходит в электрическую. Положим, что на всем пути между полюсами на частицу, несущую положительный электрический заряд q_+ , действует постоянная сторонняя сила $F_{\text{стор}}$ (рис. 26). Величина этой силы определяется ее природой и *не зависит* от электрического заряда частицы. Такую силу можно условно представить как результат воздействия на частицу *напряженности некоторого поля сторонних сил*, которая определяется силой, действующей на единичный положительный заряд:

$$\vec{E}_{\text{стор}} = \frac{\vec{F}_{\text{стор}}}{q_+}.$$

Под действием сторонних сил положительно заряженные частицы устремляются к положительному полюсу источника, а отрицательные частицы – к отрицательному. По мере того, как на выходных клеммах накапливаются заряды противоположного знака, возрастает разность потенциалов между полюсами. Одновременно растет и внутреннее электрическое (потенциальное) поле $\vec{E}_{\text{кул}}$, направленное *против* сторонних сил. Когда сила воздействия $\vec{F}_{\text{кул}}$ этого поля *на электрический заряд* частицы достигает (по модулю) силы $\vec{F}_{\text{стор}}$ стороннего поля, наступает равновесие $\vec{E}_{\text{кул}} = -\vec{E}_{\text{стор}}$, и направленное движение заряженных частиц прекращается. На клеммах источника тока устанавливается разность потенциалов $U = \phi_1 - \phi_2$, которая численно равна работе, затрачиваемой *сторонними силами* на перемещение единицы *электрического заряда* внутри источника.

Если клеммы замкнуть на нагрузку R , по цепи потечет постоянный ток, движение заряженных частиц в источнике возобновится. При этом количество зарядов на клеммах источника и разность потенциалов на них остаются постоянными.

В реальном источнике тока внутреннее сопротивление r отлично от нуля. Поэтому в рабочем режиме движение заряженных частиц в источнике тока остается равномерным, но сторонние силы немного превышают силы электростатические – на величину сил сопротивления движению частиц *внутри* источни-

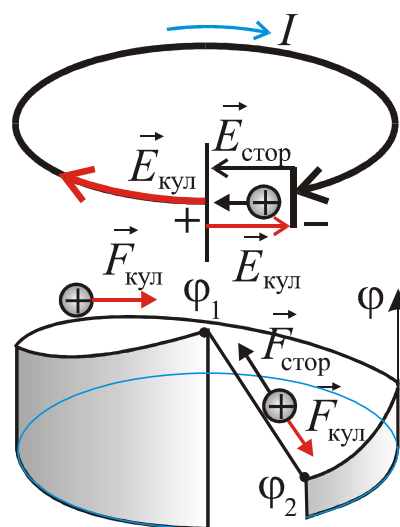


Рис. 26. Схема движения зарядов при наличии в цепи источника тока

ка.

Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы, называется *однородным*. Участок цепи, на котором на носители тока действуют и электрические и сторонние силы, называется *неоднородным*.

28. ЭДС, разность потенциалов, напряжение

Сторонние силы можно охарактеризовать работой, которую они совершают над перемещающимися по цепи зарядами, возвращая их обратно. Эта работа складывается из работы, совершаемой против электрического поля внутри источника тока и работы, совершаемой против механического сопротивления среды источника (вязкости электролита и т.п.). За пределами источника тока электрические заряды перемещаются, как правило, электрическим полем. Работа электрических сил по замкнутому контуру равна нулю. Поэтому работа, которая может быть совершена электрическим током во всей цепи, равна работе сторонних сил:

$$A_{\text{стор}} = \oint_l \vec{F}_{\text{стор}} d\vec{l} = q_+ \cdot \left(\oint_l \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l} \right).$$

Эта работа совершается за счет энергии, затрачиваемой в источнике тока.

Скалярная величина, являющаяся энергетической характеристикой источника тока и численно равная отношению работы, которую совершают сторонние силы при перемещении положительного заряда вдоль всей цепи, включая и источник тока, к величине заряда, называется *электродвижущей силой источника тока* (ЭДС):

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{стор}}}{q_+} = \oint_l \vec{E}_{\text{стор}} \cdot d\vec{l}.$$

Отсюда ЭДС, действующая в замкнутой цепи, может быть определена как *циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил*. Поскольку она не равна нулю, то поле сторонних сил – *непотенциально*. ЭДС, как и потенциал, измеряется в *вольтах*: $[\varepsilon] = [\text{В}]$.

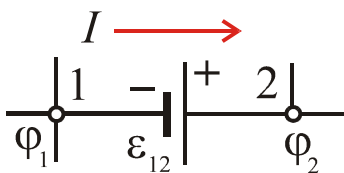


Рис. 27. Неоднородный участок цепи

Рассмотрим неоднородный участок цепи 1–2 (рис. 27). На заряд q_+ одновременно действуют сторонние силы и силы электростатического поля. Работа, совершаемая результирующей силой над зарядом q_+ на этом участке цепи, задается выражением

$$A_{12} = q_+ \int_1^2 \vec{E}_{\text{кул}} \cdot d\vec{l} + q_+ \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} \cdot d\vec{l} = q_+ (\varphi_1 - \varphi_2) + q_+ \varepsilon_{12} = q_+ (-\Delta\varphi + \varepsilon_{12}),$$

где $\varepsilon_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} \cdot d\vec{l}$ – ЭДС, действующая на участке цепи 1–2.

Введем в рассмотрение новую физическую величину – электрическое напряжение. *Электрическое напряжение* U – СФВ, характеризующая работу сил любой природы при протекании тока в электрической цепи, численно равная работе по перемещению единичного положительного заряда между данными точками цепи

$$U = \frac{A_{12}}{q_+} = \varepsilon_{12} - \Delta\varphi.$$

При отсутствии сторонних сил (однородный участок цепи) напряжение U совпадает с разностью потенциалов $U = (\varphi_1 - \varphi_2)$.

Если участок цепи замкнуть, то $\Delta\varphi = 0$ и $U = \varepsilon$. Это значит, что результирующее напряжение на всех элементах одноконтурной цепи равно сумме ЭДС всех источников тока, включенных в эту цепь.

29. Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление проводников

Ом экспериментально установил закон, согласно которому *сила тока, текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна напряжению U на проводнике:*

$$I = U/R.$$

Коэффициент пропорциональности в этой формуле называется электрическим сопротивлением проводника.

Электросопротивление R – СФВ, характеризующая свойство проводника препятствовать протеканию электрического тока и численно равная разности потенциалов, создающей в данном проводнике единичную силу тока. Единицей сопротивления СИ служит *ом*: $[R] = [\text{Ом}]$.

Экспериментально установлено, что величина сопротивления зависит от температуры, формы и размеров проводника, а также от свойств материала, из которого он сделан. Для однородного цилиндрического проводника

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S},$$

где l – длина проводника, S – площадь поперечного сечения, ρ – коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств материала, который называется удельным электрическим сопротивлением.

Удельное электросопротивление ρ – СФВ, характеризующая свойство вещества препятствовать протеканию электрического тока и численно равная сопротивлению проводника единичной длины с единичной площадью попереч-

ного сечения, изготовленного из данного вещества. Единица удельного сопротивления в СИ: $[\rho] = [\text{Ом} \cdot \text{м}]$.

Удельное сопротивление практически всех металлов монотонно убывает с уменьшением температуры. В области не очень низких температур зависимость удельного сопротивления от температуры примерно одинакова для любых металлов и может быть описана уравнением

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где ρ_0 – удельное сопротивление металла при температуре $t = 0^\circ \text{C}$, α – температурный коэффициент сопротивления.

При очень низких температурах зависимость значительно отклоняется от линейной и может сильно отличаться для различных металлов. Причем у некоторых металлов удельное сопротивление скачкообразно уменьшается до нуля, и они становятся абсолютными проводниками. Это явление называется *сверхпроводимостью*.

Учитывая геометрические размеры проводника, можно получить зависимость его сопротивления от температуры: $R = R_0(1 + \alpha t)$.

Величина обратная сопротивлению называется проводимостью $Y = 1/R$.

Проводимость измеряется в *сименсах*: $[Y] = [\text{См}]$.

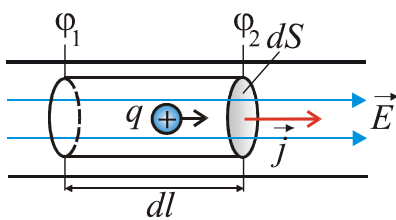


Рис. 28. К выводу локального закона Ома

Представим закон Ома в дифференциальной (локальной) форме. Для этого выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем с образующими, параллельными вектору напряженности поля \vec{E} внутри объема (рис. 28). Пусть dS – поперечное сечение этого цилиндра, а dl – его длина. Сопротивление выделенного участка проводника равно

$$R = \rho \frac{dl}{dS}. \text{ Напряжение, приложенное к цилиндру,}$$

выразим как

$$dU = -d\phi = \vec{E}_{\text{кул}} \cdot d\vec{l} = E_{\text{кул}} \cdot dl.$$

Под действием этого напряжения через поперечное сечение цилиндра течет ток силой

$$dI = \frac{dU}{R} = \frac{E_{\text{кул}} \cdot dl \cdot dS}{\rho \cdot dl} = \frac{E_{\text{кул}} \cdot dS}{\rho}.$$

Разделим левую и правую части данного уравнения на dS и, учитывая, что плотность тока определяется как $j = \frac{dI}{dS}$, получим $j = \frac{E}{\rho} = \sigma E_{\text{кул}}$, где $\sigma = 1/\rho$ – удельная электропроводность.

Носители заряда в каждой точке изотропного проводника движутся в направлении вектора $\vec{E}_{\text{кул}}$ и поэтому направления векторов \vec{j} и \vec{E} совпадают. Таким образом, можно написать

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}_{\text{кул}}.$$

Формула представляет собой закон Ома в дифференциальной форме. Она не содержит производных, а свое название получила потому, что в нем устанавливается связь между величинами, относящимися к одной точке проводника.

30. Сопротивление соединения проводников

Используя законы параллельного и последовательного соединений, можно рассчитать полное сопротивление любой, сколь угодно разветвленной цепи, выделяя в ней участки с выраженным типом соединения проводников.

Последовательным называется такое соединение участков электрической цепи, при котором конец предыдущего участка соединяется с началом последующего (рис. 29).

Все участки рассматриваемой цепи однородны. Заряд, протекающий в единицу времени через каждый из участков, должен быть одинаков, т.е.

$$I = \frac{q}{t} = \text{const}.$$

Напряжение на концах цепи в силу аддитивности работы сил электрического поля равно сумме напряжений на каждом из ее участков $U = \sum_{i=1}^n U_i$. Поэтому полное сопротивление цепи можно

рассчитать как

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\sum_{i=1}^n U_i}{I}.$$

Отношение напряжения на участке цепи к величине тока в нем, в соответствии с законом Ома, равно сопротивлению данного участка: $\frac{U_i}{I} = R_i$. Окончательно получаем

$$R = \sum_{i=1}^n R_i.$$

Полное сопротивление цепи при последовательном соединении проводников равно сумме их сопротивлений.

Параллельным называется такое соединение участков цепи, при котором начала всех участков соединяются в одной точке, а концы – в другой (рис. 30).

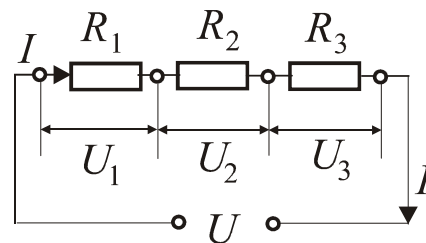


Рис. 29. Последовательное соединение сопротивлений

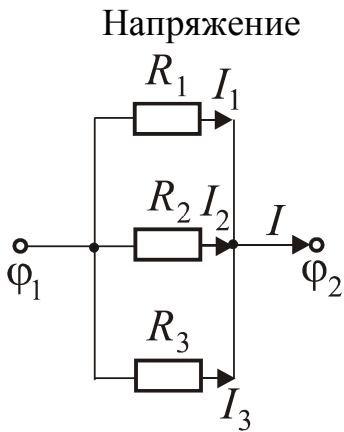


Рис. 30. Параллельное соединение сопротивлений

Напряжение на концах каждого из участков одинакова $U = \varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$. Полный ток в цепи равен сумме токов, протекающих через каждый из ее участков $I = \sum_{k=1}^n I_k$. Величина, обратная полному сопротивлению цепи, в соответствии с законом Ома, равна

$$\frac{1}{R} = \frac{I}{U} = \frac{\sum_{k=1}^n I_k}{U}.$$

Сила тока в проводнике, отнесенная к разности потенциалов на его концах, равна величине, обратной его сопротивлению $\frac{I_k}{U} = \frac{1}{R_k}$.

Окончательно получаем

$$\frac{1}{R} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}.$$

При параллельном соединении проводников величина, обратная полному сопротивлению цепи равна сумме величин, обратных их сопротивлениям.

31. Закон Ома для неоднородного участка цепи.

Рассмотрим участок цепи 1-2, на котором включен источник тока с внутренним сопротивлением r . Будем считать, что на этом участке площадь поперечного сечения проводника постоянна и равна S . Выделим малый элемент проводника длиной dl . Для любой точки внутри проводника напряженность \vec{E} результирующего поля равна сумме напряженности поля кулоновских сил и поля сторонних сил (рис. 31). В этом случае закон Ома в дифференциальной форме будет иметь вид

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} (\vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}).$$

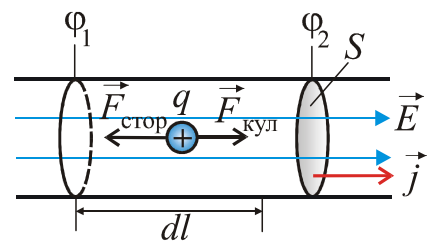


Рис. 31. К выводу закона Ома для неоднородного участка цепи

Умножим скалярно обе части этого уравнения на вектор $d\vec{l}$, численно равный элементу dl длины проводника и направленный по касательной к проводнику в ту же сторону, что и вектор плотности тока \vec{j} . Учитывая, что $\vec{j} \cdot d\vec{l} = j \cdot dl$, запишем:

$$\rho \cdot j \cdot dl = \vec{E}_{\text{кул}} \cdot d\vec{l} + \vec{E}_{\text{стор}} \cdot d\vec{l}.$$

Проинтегрируем это выражение по длине проводника от сечения 1 до сечения 2, учитывая, что $j = I/S$ и что сила тока во всех сечениях проводника одинакова. Получим

$$I \int_1^2 \frac{\rho \cdot dl}{S} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{кул}} \cdot d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} \cdot d\vec{l}.$$

Первый интеграл равен полному сопротивлению участка цепи: $R_{12} = \int_1^2 \frac{\rho \cdot dl}{S}$. Второй интеграл

численно равен работе, совершаемой кулоновскими силами при перенесении единичного положительного заряда с точки 1 в точку 2. В электростатике

было показано, что $\Phi_1 - \Phi_2 = \int_1^2 \vec{E}_{\text{кул}} \cdot d\vec{l}$. Интеграл,

содержащий вектор напряженности поля сторонних сил, представляет собой ЭДС, действующей на этом участке: $\epsilon_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} \cdot d\vec{l}$. Тогда

$$I = \frac{\Phi_1 - \Phi_2 + \epsilon_{12}}{R_{12}} = \frac{U_{12}}{R_{12}}.$$

Данное уравнение – это закон Ома в интегральной форме для неоднородного участка цепи (рис. 32).

Пользуясь обобщенным законом Ома, нужно соблюдать следующее правило знаков для ЭДС источников тока, включенных на участке цепи 1-2: если напряженность поля сторонних сил в источнике совпадает с направлением обхода участка цепи, то при подсчете ЭДС этого источника берется с положительным знаком.

Рассмотрим частные случаи.

1. Цепь разомкнута $I = 0$. ЭДС источника равна разности потенциалов на его полюсах.

2. Замкнем цепь, соединив между собой точки 1 и 2. При этом потенциалы Φ_1 и Φ_2 оказываются одинаковыми, а $(\Phi_1 - \Phi_2) = 0$. Тогда $I = \frac{\epsilon}{R + r}$, где ϵ – алгебраическая сумма отдельных ЭДС данной цепи, r – внутреннее сопротивление источников тока, R – сопротивление внешней цепи.

3. Если $R \rightarrow 0$, то $I_{\text{к.з.}} = \frac{\epsilon}{r}$. Такое соединение называется коротким замыканием.

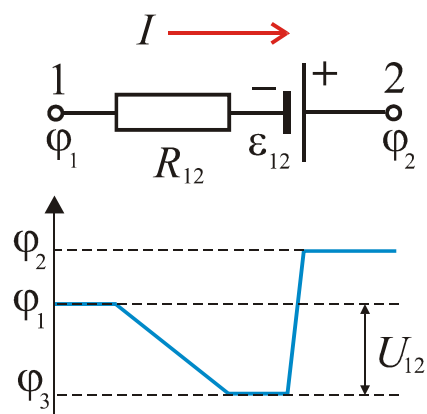


Рис. 32. Схематичное изображение неоднородного участка цепи

32. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа

Расчет разветвленных цепей упрощается, если пользоваться правилами Кирхгофа.

Первое правило относится к узлам цепи. *Узлом* называется точка, в которой сходится три или более проводника.

Алгебраическая сумма токов сходящихся в узле равна нулю: $\sum_{i=1}^N I_i = 0$.

Ток, текущий к узлу, считается положительным, от узла – отрицательным. Первое правило Кирхгофа является выражением того факта, что в случае установившегося постоянного тока ни в одной точке проводника и ни на одном его участке не должны накапливаться электрические заряды.

Первое правило Кирхгофа можно написать для каждого из N узлов цепи, но только $N - 1$ уравнений являются независимыми.

Второе правило Кирхгофа является обобщением закона Ома на разветвленные электрические цепи (рис. 33).

В любом замкнутом контуре произвольной разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивление, соответствующих участков этого контура, равна алгебраической сумме ЭДС входящих в контур:

$$\sum_{i=1} I_i R_i = \sum_{k=1} \varepsilon_k .$$

Контур – любой замкнутый путь, который можно обойти без пересечений, перемещаясь по любым веткам цепи. *Ветвью* электрической цепи называется участок цепи, вдоль которой проходит один и тот же ток.

Чтобы учесть знаки в указанной сумме выбирается произвольное направление обхода контура. Если выбранное произвольное направление тока совпадает с направлением обхода, то в сумму соответствующее слагаемое входит со знаком плюс, в противном случае – со знаком минус. Знак ЭДС определяется ориентацией полюсов батареи относительно обхода. Если потенциал полюсов возрастает в направлении обхода, то ЭДС берется со знаком плюс, если нет, то со знаком минус.

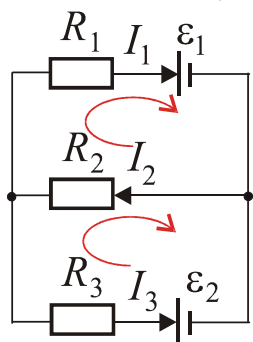


Рис. 33. Разветвленная электрическая цепь

При решении задач рекомендуется следующий порядок:

1. Произвольно выбрать и обозначить на чертеже направление токов во всех участках цепи.
2. Записать уравнение для всех $N - 1$ узлов.

3. Выделить произвольный контур в цепи и выбрать направление обхода. Записать второе правило Кирхгофа. Вторые правила Кирхгофа можно записать только для простейших, наименьших замкнутых контуров, внутри которых нет других участков цепи.

Полная система уравнений должна быть достаточной для определения

всех неизвестных токов I_i во всех ветвях цепи.

33. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца. КПД электрической цепи

Рассмотрим однородный участок цепи. На концах участка проводника приложена разность потенциалов $U = \varphi_1 - \varphi_2$ и течет ток I . Тогда, за некоторый промежуток времени dt , через участок пройдет заряд $dq = I \cdot dt$. При этом силы электрического поля совершат работу по переносу заряда dq на этом участке:

$$dA = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot dq = U \cdot I \cdot dt = I^2 \cdot R \cdot dt = \frac{U^2}{R} \cdot dt.$$

Если участок цепи неоднородный, то при переносе заряда dq работу совершают как силы электрического поля, так и сторонние силы:

$$dA_{12} = (-\Delta\varphi + \varepsilon) \cdot I_{12} \cdot dt = U_{12} \cdot I_{12} \cdot dt.$$

В случае замкнутой цепи первое слагаемое обращается в нуль, так как полное падение потенциала во всей цепи равно нулю. Тогда

$$dA = \varepsilon \cdot I \cdot dt = I^2 \cdot (R + r) \cdot dt,$$

где r – внутреннее сопротивление источников тока, R – сопротивление внешней цепи.

Мощность, выделяемая во внешней цепи, равна

$$N_{\text{внеш}} = \frac{dA}{dt} = I \cdot U = I^2 R = \frac{U^2}{R},$$

а во всей цепи

$$N_{\text{полн}} = I \cdot \varepsilon.$$

Если в проводнике течет постоянный ток и проводник остается неподвижным, то работа сторонних сил расходуется на его нагревание. Опыт показывает, что в любом проводнике происходит выделение теплоты, равное работе, совершаемой электрическими силами по переносу заряда вдоль проводника

$$dQ = dA = U \cdot I \cdot dt = I^2 \cdot R \cdot dt = \frac{U^2}{R} \cdot dt.$$

За конечный промежуток времени во всем объеме проводника выделяется количество теплоты равное

$$Q = \int_0^t I^2 \cdot R \cdot dt.$$

Соотношение выражает закон Джоуля-Ленца в интегральной форме.

Закон Джоуля-Ленца можно записать в дифференциальной форме. Для этого выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем $dV = dS \cdot dl$ с образующими, параллельными вектору напряженности поля \vec{E} внутри объема. Через поперечное сечение dS цилиндра, сопротивление выделенного которого равно $R = \rho \frac{dl}{dS}$, течет ток силой dI . За время dt в этом объеме выделится теплота

$$dQ = dI^2 \cdot R \cdot dt = \frac{\rho \cdot dl}{dS} \cdot (j \cdot dS)^2 \cdot dt = \rho \cdot j^2 \cdot dV \cdot dt.$$

Количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единицу объема, называется *удельной тепловой мощностью тока*. Она равна

$$w = \frac{dQ}{dV \cdot dt} = \rho \cdot j^2 = \sigma E^2.$$

Эта формула выражает закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме: *объемная плотность тепловой мощности тока в проводнике равна произведению его удельной электрической проводимости на квадрат напряженности электрического поля*.

Таким образом, при протекании тока в замкнутой цепи работу совершают и электрические и сторонние силы (энергия выделяется и во внешней цепи и в источнике тока). Причем полезная работа совершается только на *потребителе* тока – сопротивлении нагрузки R . Коэффициент полезного действия (КПД) в этом случае равен

$$\eta = \frac{I^2 R \cdot dt}{I^2 (R + r) \cdot dt} = \frac{R}{R + r}.$$

На практике в целом ряде случаев может стоять задача получения от имеющегося источника тока максимально возможной полезной мощности

$N = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}$ на некотором сопротивлении нагрузки. Расчеты показывают, что

такая возможность реализуется, если сопротивление нагрузки *согласовано* с внутренним сопротивлением источника тока, т.е. если $R = r$.

Контрольные вопросы

- Что называют силой тока?
- Что называется плотностью тока?
- Назовите условия возникновения и существования электрического тока.
- Что такое сторонние силы? Какова их природа?
- В чем заключается физический смысл электродвижущей силы, напряжения и разности потенциалов?
- Запишите закон Ома для однородного участка цепи в интегральной и дифференциальной форме?
- Какова связь между сопротивлением и проводимостью, удельным сопротивлением и удельной проводимостью?
- Проанализируйте обобщенный закон Ома. Какие частные законы можно из него получить?
- Поясните физический смысл электродвижущей силы, разности потенциалов и напряжения на участке электрической цепи.
- Как формулируются правила Кирхгофа? На чем они основаны?
- Как составляются уравнения, выражающие правила Кирхгофа?
- Выведите законы Ома и Джоуля — Ленца в дифференциальной форме.
- В чем заключается физический смысл удельной тепловой мощности тока?

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

34. Взаимодействие между движущимися зарядами

Основываясь на постулатах теории относительности и на инвариантности электрического заряда, можно показать, что магнитное взаимодействие зарядов и токов является следствием закона Кулона и представляет собой релятивистский эффект.

Представим себе два точечных одноименных заряда q_1 и q_2 , расположенных на прямой параллельной оси y и движущихся параллельно друг другу со скоростью \vec{v} вдоль оси x относительно некоторой системы K . Свяжем с этими зарядами подвижную систему K' , в которой они покоятся. Между силами, действующими на заряд в подвижной и неподвижной системах отсчета (с точки зрения специальной теории относительности), существует связь

$$\vec{F}_y = \vec{F}'_y \sqrt{1 - \beta^2},$$

где \vec{F}_y — сила, действующая на заряд в неподвижной системе отсчета; \vec{F}'_y — сила,

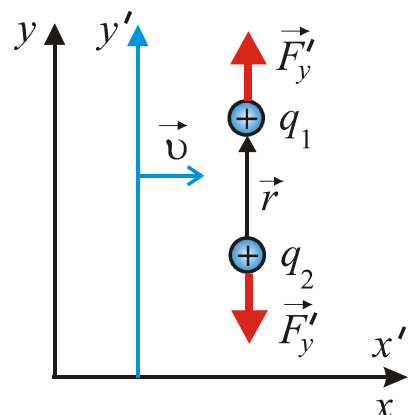


Рис. 34. Взаимодействие 2-х положительных зарядов

действующая на заряд в подвижной системе отсчета. В системе K' сила взаимодействия зарядов – чисто кулоновская

$$\vec{F}'_y = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}.$$

Проекция этой силы на оси x и z равны нулю. Поэтому поперечная составляющая играет роль полной силы $\vec{F} = \vec{F}'_y$.

В системе K , относительно которой заряды движутся со скоростью \vec{v} , получим:

$$\vec{F}_y = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \sqrt{1 - \beta^2},$$

где $\beta = v^2 / c^2$. Заметим, что сила взаимодействия в системе K оказалась меньше силы взаимодействия неподвижных зарядов. Умножим числитель и знаменатель этого выражения на $\sqrt{1 - \beta^2}$. После несложных преобразований получим:

$$\vec{F}_y = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r \cdot \sqrt{1 - \beta^2}} + \left(-\frac{v^2}{c^2} \right) \cdot \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r \cdot \sqrt{1 - \beta^2}} = \vec{F}_{\text{кул}} + \vec{F}_{\text{маг}}.$$

Первое слагаемое ни при каких скоростях движения зарядов не равно нулю. При малых скоростях оно переходит в обычный закон Кулона и представляет, таким образом, чисто *электрическую* силу взаимодействия зарядов. Второе слагаемое описывает взаимодействие иного типа. Оно зависит от скорости движения зарядов, направлено против электрического (знак минус перед слагаемым) и называется силой *магнитного* взаимодействия.

Отношение магнитной и электрической составляющей силы \vec{F}_y равно:

$$\frac{F_{\text{маг}}}{F_{\text{кул}}} = \frac{v^2}{c^2}. \text{ Если } v \ll c, \text{ то } F_{\text{маг}} \ll F_{\text{кул}} \text{ и можно сказать, что магнитное взаимодействие}$$

представляет собой релятивистскую поправку к электрическому взаимодействию, которой можно было бы пренебречь. Однако магнитное взаимодействие становится заметным, если удастся скомпенсировать электрическое взаимодействие зарядов. В частности, такая компенсация наблюдается при движении зарядов по проводнику, поскольку любой элемент проводника остается электрически нейтральным. При этом силы магнитного взаимодействия отличны от нуля, так как обусловлены взаимодействием движущихся зарядов одного знака.

Запишем выражение для магнитной силы в предположении $v \ll c$:

$$\vec{F}_{\text{маг}} = -\frac{q_1 q_2 v^2}{4\pi \epsilon_0 c^2 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}.$$

Обозначим: $\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$. Эта величина называется *магнитной постоянной*. Тогда

$$\vec{F}_{\text{маг}} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^3} v^2 \vec{r}.$$

Действие магнитной силы на движущийся заряд q_1 со стороны q_2 следует рассматривать как силовое воздействие магнитного поля, созданного движущимся зарядом q_2 . В этом случае для определения величины магнитной силы можно

записать $F_{\text{маг}} = q_1 v B_2$, где $B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q_2 v}{r^2}$ – характеристика магнитного поля. Ис-

пользуя аппарат векторной алгебры можно показать, что $(-v^2 \vec{r}) = [\vec{v} \times [\vec{v} \times \vec{r}]]$. Тогда, в общем виде выражения для магнитной силы и для вектора \vec{B} запишутся как:

$$\vec{F}_{\text{маг}} = q_1 [\vec{v} \times \vec{B}], \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 q_2}{4\pi r^3} [\vec{v} \times \vec{r}].$$

35. Взаимодействие токов. Относительный характер электрического и магнитного взаимодействия

Рассмотрим два параллельных проводника с током. Внутри проводников число положительных (неподвижных ионов кристаллической решетки) и отрицательных зарядов (свободных электронов) одинаково и проводники в целом электронейтральны. Кулоновские силы отталкивания проводников равны нулю. А поскольку есть движение зарядов, в окружающем пространстве возникает магнитное поле у каждого проводника, индукция которого пропорциональна скорости направленного движения и концентрации свободных зарядов.

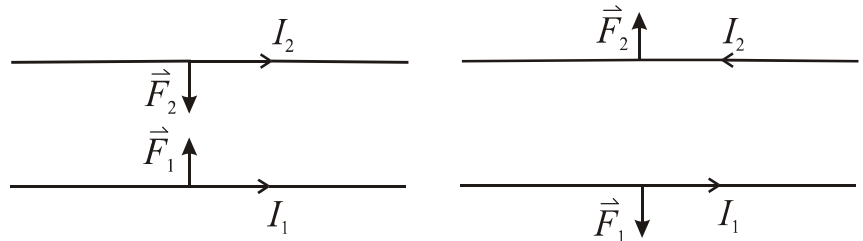


Рис. 35. Взаимодействие проводников с током

Проводники притягиваются, если токи текут в одну сторону и отталкиваются, если текут в противоположных направлениях (рис. 35).

В общем случае, когда скорости зарядов непараллельны и не равны по величине, магнитные силы не направлены вдоль линии, соединяющей заряды, но действующая на заряд магнитная сила всегда будет перпендикулярна вектору скорости его движения.

Нельзя противопоставлять электрическую и магнитную составляющую силы, так как это части единого электромагнитного взаимодействия. При этом очень существенным оказывается выбор системы отсчета. Так, например, если в данной системе отсчета заряд покоится ($I = 0$), то магнитного поля вокруг этого заряда (тока) не существует $B = 0$. При переходе в подвижную систему отсчета, с которой связан движущийся электрический заряд, появляется магнитная компонента электромагнитного поля ($B \neq 0$). Относительно других систем отсчета то же поле представляет собой совокупность электрического и магнитного полей.

Итак, *магнетизм, как релятивистский эффект, выражается в том, что в различных инерциальных системах отсчета поля одной и той же совокупности зарядов оказываются различными.*

36. Магнитное поле. Индукция магнитного поля движущегося заряда

Выясним физический смысл вектора \vec{B} . Для этого найдем его модуль в зависимости от величины магнитной силы:

$$B = \frac{F_{\text{маг}}}{qv \sin \alpha},$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} . Если $\vec{v} \perp \vec{B}$, то $\sin \alpha = 1$. Отсюда следует, что вектор \vec{B} является силовой характеристикой магнитного поля, его модуль численно равен модулю магнитной силы, действующей на единичный заряд, движущийся с единичной скоростью, если $\vec{v} \perp \vec{B}$ и называется вектором индукции магнитного поля.

В системе единиц СИ единицей измерения индукции магнитного поля является тесла $[B] = [\text{Тл}] = \left[\frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} \right]$.

Отметим, что магнитное поле – форма материи, которая создается движущимися зарядами (токами) и проявляется в действии магнитных сил на другие движущиеся заряды (токи).

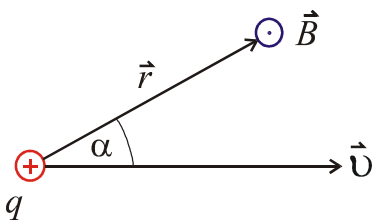


Рис. 36. Возникновение магнитного поля

Выражение $\vec{B} = \frac{\mu_0 q}{4\pi r^3} [\vec{v} \times \vec{r}]$ говорит о том,

что источником магнитного поля является заряд q , движущийся со скоростью \vec{v} и на расстоянии \vec{r} от заряда. Индукцию магнитного поля можно вычислить по этому выражению в любой точке пространства. Кроме того, векторное произведение

указывает в данной точке направление вектора \vec{B} (рис. 36), которое в частности зависит от знака заряда и определяется правилом правого винта. На рисунке точка в кружочке означает направление вектора \vec{B} к нам.

37. Закон Био-Савара-Лапласа

На практике обычно имеют дело с полями, созданными не отдельными зарядами, а их системой – токами. Рассмотрим тонкий проводник – т.е. такой, что его толщиной можно пренебречь, по сравнению с расстояниями от этого проводника до точек, в которых будем рассчитывать индукцию магнитного поля.

На рисунке фрагмент тонкого, проводника разбит на бесконечно-малые отрезки. Введем вектор $d\vec{l}$, направление которого совпадает с направлением тока в проводнике, а модуль совпадает с длиной бесконечно-малого отрезка. Тогда от этого малого элемента $d\vec{l}$ с зарядом dq можно рассчитать индукцию магнитного поля $d\vec{B}$ на расстоянии r от этого элемента по формуле

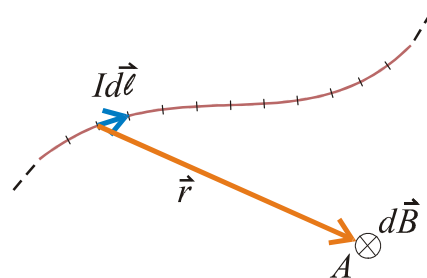


Рис. 37. Магнитное поле элемента тока

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} dq[\vec{v} \times \vec{r}].$$

Разделим и умножим правую часть на dt , получим:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \frac{dq}{dt} [\vec{v} \cdot dt \times \vec{r}] = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} [d\vec{l} \times \vec{r}]. \quad (1)$$

Поскольку $d\vec{B}$ является результатом векторного произведения векторов $d\vec{l}$ и \vec{r} , то он перпендикулярен к плоскости, образованной векторами-сомножителями, а его направление определяется правилом правого винта.

В 1820 году французские физики Био и Савар провели исследование магнитных полей текущих по тонким проводникам различной формы. Проанализировав их экспериментальные данные, Лаплас нашел, что индукция магнитного поля любого тока может быть вычислена как векторная сумма (*суперпозиция*) полей, создаваемых отдельными элементарными участками токов. Для индукции магнитного поля, создаваемого элементом тока, Лаплас получил формулу (1). Поэтому она носит название *закона Био-Савара-Лапласа*.

Исходя из этого закона и принципа суперпозиции полей для проводника произвольной формы, индукция магнитного поля будет равна:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B} = \int_l \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} [d\vec{l} \times \vec{r}],$$

а для нескольких проводников различной конфигурации принцип суперпозиции

запишется так:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \dots + \vec{B}_n = \sum_i^n \vec{B}_i .$$

В общем случае, задача расчета магнитного поля в данной точке довольно сложна. Однако в ряде случаев решение оказывается простым.

38. Применение закона Био-Савара-Лапласа к расчету магнитных полей

1. Рассмотрим *проводник конечной длины*. На рисунке 38 ток по проводнику течет от точки 1 к точке 2. Разобьем проводник на бесконечно малые отрезки и выделим произвольный элемент тока $Id\vec{l}$. В точке А, расположенной на кратчайшем расстоянии r_0 от проводника, все вектора $d\vec{B}$ от всех элементов будут параллельны и направлены от нас. Результирующее поле направлено также как $d\vec{B}$. Запишем закон Био-Савара-Лапласа для *модуля* индукции магнитного поля

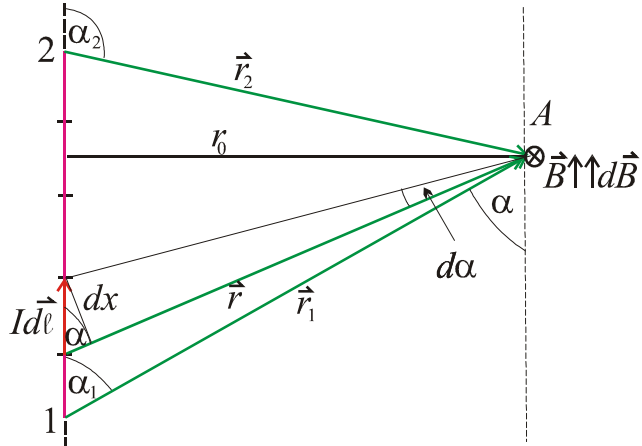


Рис. 38. Магнитное поле проводника конечной длины

$$B = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \cdot \sin \alpha ,$$

где α – угол между направлением тока в проводнике $Id\vec{l}$ и направлением \vec{r} на рассматриваемую точку поля А.

Выразим r и dl через α и r_0 , сведя тем самым интегрирование не по длине проводника, а по углу α , который меняется в пределах от α_1 до α_2 . Учитывая всё это, получим:

$$r = \frac{r_0}{\sin \alpha} \quad \text{и} \quad dl = \frac{r_0 d\alpha}{\sin^2 \alpha} .$$

Подставляя полученные соотношения в интеграл, будем иметь:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I \sin^2 \alpha \cdot r_0 d\alpha}{4\pi r_0^2 \sin^2 \alpha} \cdot \sin \alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \cdot (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) .$$

Теперь представим, что проводник удлиняется, становится бесконечно длинным. Тогда угол $\alpha_1 \rightarrow 0$, а угол $\alpha_2 \rightarrow \pi$. Подставив эти значения в полученную формулу, получим, что для *бесконечно длинного проводника*:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}.$$

2. Возьмем теперь **проводник в виде окружности (виток)**. Определим индукцию магнитного поля кругового тока силой I в произвольной точке на оси витка, проходящей через центр перпендикулярно его плоскости. Для этого

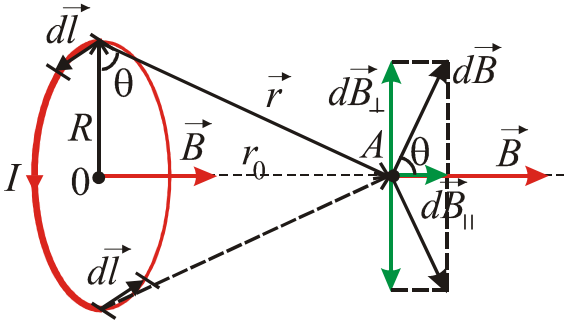


Рис. 39. Индукция магнитного поля кругового тока

разобьем проводник на бесконечно-малые отрезки и выделим произвольный элемент тока. Каждый элемент тока, как следует из формулы (1), создает в точке A , расположенной на расстоянии r_0 от центра проводника индукцию $d\vec{B}$, направленную под углом θ к оси проводника. Разложим $d\vec{B}$ на две составляющие: $d\vec{B}_{\parallel} = d\vec{B} \cos \theta$, направленную вдоль оси, и $d\vec{B}_{\perp} = d\vec{B} \sin \theta$, перпендикулярную ей. Из рисунка 39

можно установить, что для каждой пары диаметрально противоположных участков dl составляющие $d\vec{B}_{\perp}$ равны по величине и противоположны по направлению, а составляющие $d\vec{B}_{\parallel}$ равны по величине и одинаково направлены. Поэтому при геометрическом сложении элементарных индукций $d\vec{B}$ от всех участков dl составляющие $d\vec{B}_{\perp}$ взаимно уничтожаются и результирующая индукция магнитного поля \vec{B} в точке A на оси витка будет равна интегралу, взятому от $d\vec{B}_{\parallel}$ по всему круговому контуру:

$$B = \int_l dB_{\parallel} = \int_l dB \cos \theta = \int_l \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \sin \alpha \cdot dl \cdot \cos \theta.$$

Учитывая, что $\cos \theta = R/r$, $\alpha = 90^\circ$ ($d\vec{l} \perp \vec{r}$), а значения r , I и R для всех участков витка одинаковы, получим:

$$B = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3} = \frac{\mu_0 IR^2}{2(\sqrt{R^2 + r_0^2})^3}.$$

Индукция магнитного поля в центре витка ($r_0 = 0$) равна: $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$.

Для любого контура с током вводят понятие *магнитного момента*. Магнитный момент плоского контура с током определяется так: $\vec{p}_m = IS\vec{n}$, где S – площадь контура; \vec{n} – нормаль к контуру. Направление нормали связано с направлением тока правилом правого винта.

39. Графическое изображение магнитного поля. Поток вектора индукции магнитного поля. Теорема Гаусса

Стационарное магнитное поле может быть изображено графически – линиями вектора \vec{B} . Это такие линии, касательные к которым в любой точке совпадают с направлением вектора индукции магнитного поля (рис. 40). Свойства линий индукции магнитного поля:

а) линии всегда замкнуты и окружают токи, создающие магнитное поле;

б) линии одного тока никогда не пересекаются.

Направление вектора \vec{B} и тока I связаны правилом правого винта: если головку правого винта вращать в направлении вектора \vec{B} , то сам винт, двигаясь поступательно, покажет направление тока.

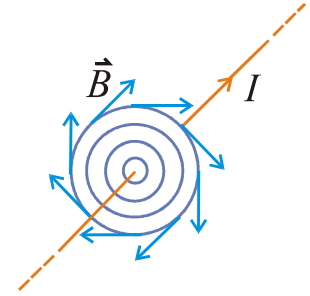


Рис. 40. Линии индукции магнитного поля кругового тока

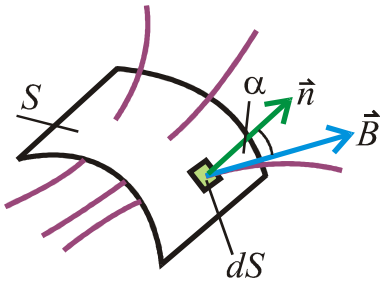


Рис. 41. Поток вектора индукции

В точке, где одна из линий пересекает поверхность, выделим бесконечно малый участок, площадью dS (рис. 41). В этой точке вектор индукции \vec{B} идет по касательной к линии индукции и образует угол α с единичным вектором нормали \vec{n} к площадке dS . Тогда элементарным потоком вектора магнитной индукции $d\Phi_B$ через площадку $d\vec{S}$, называется скалярная величина, определяемая выражением:

$$d\Phi_B = \vec{B}d\vec{S} = B dS \cos \alpha,$$

где $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$. В зависимости от знака $\cos \alpha$ поток может быть положительным и отрицательным. Поток вектора магнитной индукции или просто магнитный поток в системе СИ измеряется в веберах: $[\Phi] = [Вб] = [Тл \cdot м^2]$.

Полный поток через всю поверхность S определяется как:

$$\Phi_B = \oint_S d\Phi_B = \int_S \vec{B}d\vec{S}.$$

Магнитный поток, созданный контуром с током, через поверхность, ограниченную им самим, всегда положителен. Поскольку линии индукции \vec{B} всегда замкнуты вокруг токов, то это говорит об отсутствии в природе магнитных зарядов. Для любого магнитного поля и произвольной замкнутой поверхности выполняется условие: $\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$, так как число линий, входящих в замкнутую поверхность, равно числу линий выходящих из нее. Это выражение определяет сущность *теоремы Гаусса для магнитных полей*.

40. Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля. Вихревой характер магнитного поля

Циркуляцией вектора индукции магнитного поля \vec{B} по замкнутому контуру l называют интеграл $C_l = \oint_l \vec{B} d\vec{l}$, где $d\vec{l}$ – элемент длины контура, направленный вдоль обхода контура (рис. 42).

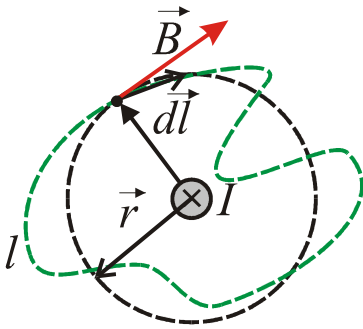


Рис. 42. Циркуляция вектора B (ток направлен от нас)

Из закона Био-Савара-Лапласа и принципа суперпозиции магнитных полей как экспериментальных факторов вытекает важное следствие, которое облегчает расчет магнитных полей. *Циркуляция вектора индукции магнитного поля в вакууме по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром интегрирования:*

Из закона Био-Савара-Лапласа и принципа суперпозиции магнитных полей как экспериментальных факторов вытекает важное следствие, которое облегчает расчет магнитных полей. *Циркуляция вектора индукции магнитного поля в вакууме по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром интегрирования:*

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i,$$

где n – число проводников с током. Это соотношение называется *теоремой о циркуляции*. Она доказывает, что в отличие от электростатического поля, для которого $\oint_l \vec{E} d\vec{l} = 0$, магнитное поле является не потенциальным. Поля, обладающие таким свойством, называются *вихревыми или соленоидальными*. Их силовые линии – замкнутые кривые. Теорему о циркуляции легко доказать, смотри, например, «Курс общей физики, т. 2» И. В. Савельева.

Заметим, что ток – величина алгебраическая. Ток в сумме считается положительным, если его направление связано с направлением обхода контура правилом правого винта. Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он пересекает плоскость, ограниченную контуром. Если контур, расположенный в магнитном поле, не охватывает тока или внутри его $\sum_i I_i = 0$, то $\oint_l \vec{B} d\vec{l} = 0$.

Заметим, что ток – величина алгебраическая. Ток в сумме считается положительным, если его направление связано с направлением обхода контура правилом правого винта. Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он пересекает плоскость, ограниченную контуром. Если контур, расположенный в магнитном поле, не охватывает тока или внутри его $\sum_i I_i = 0$, то $\oint_l \vec{B} d\vec{l} = 0$.

Для примера рассмотрим магнитное поле прямого тока (рис. 42). Замкнутый контур представим в виде окружности радиусом r . В каждой точке этой

окружности вектор \vec{B} одинаков по модулю и направлен по касательной. Тогда

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = B \oint_l dl = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I, \text{ где } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

41. Применение теоремы о циркуляции к расчету магнитных полей

1. Рассмотрим применение теоремы для расчета магнитного поля длинного соленоида. Соленоидом называют катушку цилиндрической формы из провода, витки которой намотаны в одном направлении и плотно прилегают друг к другу. Магнитное поле соленоида представляет собой результат сложения полей, создаваемых несколькими круговыми токами, расположенными рядом и имеющими общую ось (рис. 43). Внутри соленоида силовые линии каждого отдельного витка имеют одинаковое направление. Поэтому принято считать поле бесконечно длинного соленоида (такого, у которого диаметр d гораздо меньше длины l) однородным и существующим только внутри его. Это означает, что снаружи $\vec{B} \approx 0$.

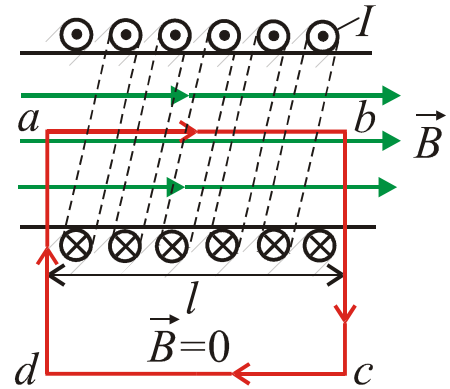


Рис. 43. Магнитное поле соленоида

Пусть I – сила тока в соленоиде. Выберем контур интегрирования в виде прямоугольника так, чтобы он охватывал все N витков провода (смотри рисунок). Применим теорему о циркуляции к выбранному нами контуру:

$$\oint_{abcd} \vec{B} d\vec{l} = \int_{ab} B \cos \alpha dl + \int_{bc} B \cos \alpha dl + \int_{cd} B \cos \alpha dl + \int_{da} B \cos \alpha dl = \mu_0 NI.$$

Интегралы по участкам da и bc равны 0, так как векторы $d\vec{l} \perp \vec{B}$ и соответственно $\cos \alpha = 0$. По участку cd , находящемуся снаружи соленоида, интеграл также равен нулю, так как снаружи $\vec{B} \approx 0$. В интеграле по стороне ab $\cos \alpha = 1$ (направление обхода и направление \vec{B} совпадают), а $B = \text{const}$. Следовательно,

$$\oint_{abcd} \vec{B} d\vec{l} = B \int_{ab} dl = \mu_0 NI.$$

Отсюда получим, что

$$B = \mu_0 n I,$$

где $n = \frac{N}{l}$ – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида.

2. Применим теорему о циркуляции к тороиду, который представляет собой соленоид, свитый в кольцо. Пусть по катушке тороида, со средней линией радиусом R и количеством витков N , течет ток силой I . Магнитное поле внут-

ри него однородно, а снаружи отсутствует. Линии вектора \vec{B} , как следует из соображений симметрии, представляют собой концентрические окружности, центры которых совпадают с центром самого тороида (рис. 44).

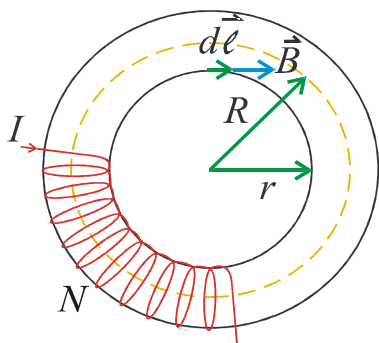


Рис. 44. Магнитное поле тороида

В качестве контура интегрирования выберем одну такую окружность радиусом r . В силу симметрии в каждой точке контура векторы \vec{B} и $d\vec{l}$ параллельны друг другу. По теореме о циркуляции

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI.$$

Введем величину $n = \frac{N}{2\pi R}$ – число витков, приходящихся на единицу длины тороида (длину средней линии). Тогда, после несложных преобразований получим:

$$B = \mu_0 n I \frac{R}{r}.$$

Если R мало отличается от r , то формула для тороида совпадает с формулой для длинного соленоида.

Контрольные вопросы

- Докажите, что магнитное взаимодействие зарядов является релятивистским эффектом?
- Запишите выражение для магнитной силы взаимодействия двух параллельно движущихся положительных зарядов?
- Что называют индукцией магнитного поля? Каково направление вектора магнитной индукции?
- Записав закон Био – Савара – Лапласа, объясните его физический смысл.
- Рассчитайте, применяя закон Био – Савара – Лапласа, магнитное поле прямого тока и кругового проводника с током.
- Нарисуйте и покажите, как ориентированы линии магнитной индукции поля прямого тока?
- Что называют потоком вектора магнитной индукции? Запишите теорему Гаусса для магнитного поля, объяснив ее физический смысл.
- В чем заключается теорема о циркуляции вектора магнитной индукции \vec{B} ? Применив её, рассчитайте магнитное поле прямого тока.
- Какой вывод можно сделать, сравнивая циркуляцию векторов \vec{E} и \vec{B} ?
- Почему магнитное поле является вихревым?
- Используя теорему о циркуляции вектора магнитной индукции \vec{B} , рассчитайте магнитное поле тороида.

42. Магнитное поле в веществе. Диа- и парамагнетики. Вектор намагниченности. Магнитная восприимчивость

Если в магнитное поле, образованное токами проводимости, внести какое-нибудь вещество, то поле изменится. Это объясняется тем, что всякое вещество является *магнетиком*, т.е. способно под действием магнитного поля намагничиваться – приобретать магнитный момент.

Намагниченное вещество создает свое магнитное поле \vec{B}' , которое вместе с первичным полем \vec{B}_0 , обусловленным токами проводимости, образует результирующее поле $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$. Поле \vec{B}' , как и поле токов проводимости \vec{B}_0 , не имеет источников (магнитных зарядов), поэтому для результирующего поля при наличии магнетика справедлива теорема Гаусса: $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$. Это означает, что линии вектора индукции магнитного поля \vec{B} и при наличии вещества остаются всюду непрерывными.

В настоящее время установлено, что молекулы многих веществ обладают магнитным моментом \vec{p}_m , обусловленным внутренним движением электронов вокруг ядер и собственными магнитными моментами (спинами) микрочастиц. Каждому магнитному моменту соответствует элементарный круговой ток $I_{\text{мол}} = p_m / S_{\text{мол}}$. При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты молекул ориентированы беспорядочно, поэтому обусловленное ими результирующее магнитное поле равно нулю. Равен нулю и суммарный магнитный момент вещества. Последнее относится и к тем веществам, молекулы которых при отсутствии внешнего поля не имеют магнитных моментов.

Если же вещество поместить во внешнее магнитное поле, то под действием этого поля магнитные моменты молекул приобретают преимущественную ориентацию в одном направлении и вещество намагничивается – его суммарный магнитный момент становится отличным от нуля. При этом магнитные поля отдельных молекул уже не компенсируют друг друга, в результате возникает поле \vec{B}' , совпадающее по направлению с внешним полем и усиливающее его. Такой эффект называется *парамагнитным* (например, Pt, Al...).

Иначе происходит намагничивание веществ, молекулы которых при отсутствии внешнего поля не имеют магнитного момента. Внесение таких веществ во внешнее поле индуцирует элементарные круговые токи в молекулах, и молекулы, а вместе с ними и все вещество приобретают магнитный момент, что также приводит к возникновению поля \vec{B}' , направленного против внешнего поля. Такой эффект называется *диамагнитным* (например, Ag, Au, Cu...).

Пара- и диамагнетики по-разному ведут себя в неоднородных магнитных полях: парамагнетики втягиваются в область сильного поля, в то время как диамагнетики выталкиваются из этой области.

Степень намагничивания вещества характеризуют магнитным моментом единицы объема. Эту величину называют *намагниченностью*

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^{\Delta N} \vec{p}_{mi},$$

где \vec{p}_{mi} – магнитный момент i -той молекулы; ΔN – число молекул в микроскопически малом объеме ΔV . Если воспользоваться определением среднего магнитного момента молекулы по объему ΔV , то $\vec{J} = \langle \vec{p}_m \rangle \cdot n$, где n – концентрация молекул.

Опыт показывает, что для однородных пара- и диамагнетиков во всем диапазоне используемых в экспериментах магнитных полей величина намагниченности пропорциональна индукции внешнего магнитного поля:

$$\vec{J} = \frac{\chi}{\mu_0} \vec{B}_0, \quad (2)$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества – параметр, описывающий "легкость", с которой при данном поле у молекулы появляется магнитный момент. У *диамагнетиков* магнитная восприимчивость отрицательна и мала по абсолютной величине $10^{-8} \leq |\chi| \leq 10^{-4}$. У *парамагнетиков* χ положительна, но тоже невелика $10^{-6} \leq |\chi| \leq 10^{-1}$.

43. Токи намагничивания. Напряженность магнитного поля

Для объяснения намагничивания Ампер предположил, что в молекулах вещества циркулируют круговые (молекулярные) токи $I_{\text{мол}}$, приводящие к появлению макроскопических токов $I_{\text{нм}}$, называемых *токами намагничивания*.

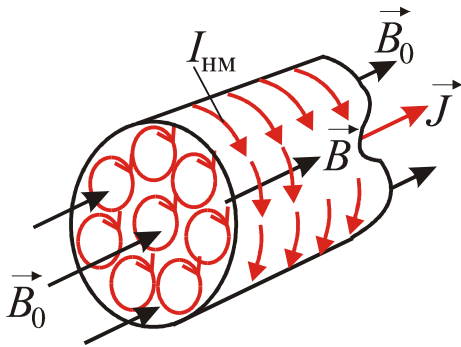


Рис. 45. Ток намагничивания

Чтобы понять, как возникают токи намагничивания, представим себе сначала цилиндр из однородного магнетика (рис. 45), намагниченность \vec{J} которого однородна и направлена вдоль оси. Молекулярные токи в намагниченном магнетике ориентированы, как показано на рисунке. У соседних молекул элементарные токи в местах их соприкосновения текут в противоположных направлениях и микроскопически взаимно компенсируют друг друга.

Некомпенсированными остаются только те молекулярные токи, которые выходят на боковую поверхность цилиндра. Эти токи и образуют макроскопический поверхностный ток намагничивания $I_{\text{нм}}$, циркулирующий по боковой поверхности цилиндра. Именно ток намагничивания является причиной возникновения магнитного поля намагниченного образца \vec{B}' .

Для определения связи \vec{B}' с намагниченностью \vec{J} используем аналогию с длинным соленоидом, для которого $B = \mu_0 I \frac{N}{L}$. В случае магнетика $I = I_{\text{мол}}$ – молекулярный ток, а N – число молекул, уместившихся на отрезке длиной L , проведенном параллельно оси образца: $N = S_{\text{мол}} \cdot L \cdot n$, где n – концентрация. Тогда

$$B' = \mu_0 I_{\text{мол}} \frac{S_{\text{мол}} L n}{L} = \mu_0 (I_{\text{мол}} S_{\text{мол}}) \cdot n = \mu_0 \langle p_m \rangle \cdot n = \mu_0 J.$$

Если учесть, что направления \vec{B}' и \vec{J} связаны с направлением протекания молекулярных токов правилом правого винта, то становится ясно, что для однородного образца они параллельны, т.е. $\vec{B}' = \mu_0 \vec{J}$.

Теперь легко получить связь между результирующим полем \vec{B} и внешним полем \vec{B}_0 для однородного магнетика:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{J} = \vec{B}_0 + \mu_0 \frac{\chi}{\mu_0} \vec{B}_0 = (1 + \chi) \vec{B}_0 = \mu \vec{B}_0,$$

где μ – магнитная проницаемость вещества, показывающая во сколько раз магнитное поле в присутствии магнетика больше поля в его отсутствие.

В магнетиках, помещенных во внешнее магнитное поле постоянных токов, циркуляция вектора \vec{B} будет определяться не только токами проводимости, но и токами намагничивания, а именно:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \left(\sum_i I_i + \sum_j I_{\text{нм}j} \right),$$

где I_i и $I_{\text{нм}j}$ – токи проводимости и намагничивания, охватываемые заданным контуром l . Ввиду того, что определение токов $I_{\text{нм}}$ в общем случае задача сложная, формула становится малоприменимой в практическом отношении. Однако можно найти некоторый вспомогательный вектор, циркуляция которого будет определяться только токами проводимости, охватываемые контуром l .

Расчеты показывают, что для стационарного случая циркуляция намагниченности \vec{J} по произвольному контуру l , проведенному в магнетике, равна алгебраической сумме токов намагничивания $I_{\text{нм}j}$, охватываемых контуром интегрирования: $\oint_l \vec{J} d\vec{l} = \sum_j I_{\text{нм}j}$. Предполагая, что циркуляция векторов \vec{B} и \vec{J} берется по одному и тому же контуру l , после преобразований получим

$$\oint_l \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = \sum_i I_i.$$

Величину, стоящую под интегралом в скобках, обозначают буквой \vec{H} и называют *напряженностью* магнитного поля. Тогда:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_i I_i.$$

Эта формула выражает теорему о циркуляции вектора \vec{H} : *циркуляция вектора напряженности \vec{H} по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром*. Правило знаков для токов то же, что и в случае циркуляции вектора \vec{B} .

Заметим, что вектор \vec{H} представляет собой комбинацию двух совершенно разных величин \vec{B}/μ_0 и \vec{J} . Поэтому вектор напряженности \vec{H} – это действительно вспомогательный вектор, не имеющий сколько-нибудь глубокого физического смысла. Его введение оправдывается простыми уравнениями для его нахождения. Поэтому \vec{H} можно считать характеристикой магнитного поля, создаваемого внешними по отношению к рассматриваемому объекту макротоками. Размерность напряженности магнитного поля $[H] = [A/m]$.

Вектор \vec{J} был введен как вектор, зависящий от вектора индукции внешнего магнитного поля \vec{B}_0 (формула (2)). Однако принято связывать не эти два вектора, а вектора \vec{J} и \vec{H} . Для большинства веществ эта связь линейна: $\vec{J} = \chi \vec{H}$. Поэтому в случае однородной, изотропной среды для вектора результирующего магнитного поля можно записать

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}.$$

44. Кривая намагничивания ферромагнетика, гистерезис, домены

Ферромагнетиками называют вещества, которые обладают *спонтанной намагниченностью*, т.е. намагничены уже при отсутствии внешнего поля. В магнитном поле χ может возрастать в несколько тысяч раз и зависит от температуры. Закон Кюри–Вейса (1907 год) описывает эту зависимость в виде:

$$\chi = \frac{C}{T - T_c},$$

где T_c – называется точкой Кюри. Выше этой температуры ферромагнетик превращается в парамагнетик. Типичные представители этого класса магнетиков – это железо, кобальт, никель и многие их сплавы.

Характерной особенностью ферромагнетиков является сложная нелинейная зависимость $J = f(H)$ и $B = f(H)$. Кривая $J = f(H)$, для которой намагниченность $J = 0$ при $H = 0$, называется *основной кривой намагничивания* (рис. 46). При увеличении магнитного поля намагниченность выходит на насыщение уже для малых H . Это говорит о том, что достаточно небольших полей, чтобы ориентировать все имеющиеся у молекул магнитные моменты вдоль поля. Ввиду нелинейной зависимости $B = f(H)$ магнитная проницаемость ферромагнетика является функцией $\mu = f(H)$, т.е. её величина – не постоянна. Максимальное значение магнитной проницаемости для ферромагнетиков может достигать величин 10^5 .

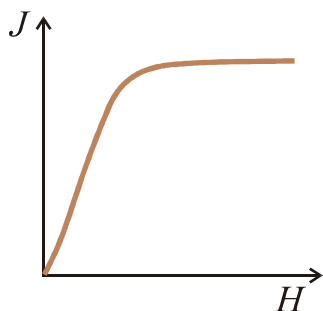


Рис. 46. Кривая намагничивания ферромагнетика

Рассмотрим, как ведет себя магнитная индукция в зависимости от напряженности магнитного поля. Если довести процесс намагничивания до насыщения, а затем уменьшить напряженность магнитного поля, то индукция B следует не по первоначальной кривой, а по кривой, лежащей несколько выше. В момент, когда напряженность $H = 0$, $B = B_{\text{ост}}$ (*остаточная индукция*). Намагниченность при этом равна $J_{\text{ост}}$ (*остаточная намагниченность*). Индукция B обращается в нуль лишь под действием противоположного поля напряженностью H_c , которая называется *коэрцитивной (задерживающей) силой*.

Таким образом, при переменном изменении направления намагничивающего поля зависимость $B = f(H)$ будет изображаться петлеобразной кривой, которая носит название *петли гистерезиса*. Если каждый раз намагниченность J будет достигать насыщения, мы получим *предельную (максимальную) петлю гистерезиса* (рис. 47). Существование остаточной намагниченности дает возможность изготовления постоянных магнитов. Магнитные материалы бывают разные – жесткие с большими значениями и мягкие с малыми значениями коэрцитивной силы.

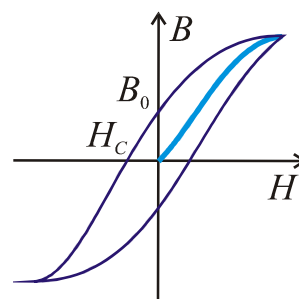


Рис. 47. Петля гистерезиса

Перемагничивание ферромагнетика сопровождается выделением тепла. Энергия, идущая на нагрев единицы объема вещества ферромагнетика за один полный цикл намагничивания, численно равна площади петли гистерезиса

$$W = S_{BH} = \oint B(H)dH .$$

Физическую природу ферромагнетизма удалось понять только с помощью квантовой механики. Она такова. При определенных условиях в кристаллах возникают так называемые обменные силы, которые заставляют магнитные моменты электронов устанавливаться параллельно друг другу. В результате образуются области спонтанного намагничивания – *домены*. Так как обменные

силы короткодействующие, то размер домена исчисляется микронами. В пределах каждого домена ферромагнетик намагничен до насыщения и имеет определенный магнитный момент. Направления магнитных моментов для каждого домена различны, поэтому при отсутствии внешнего магнитного поля полный магнитный момент всего объема ферромагнетика равен нулю и образец не намагничен. При включении внешнего магнитного поля домены, ориентированные по полю, растут за счет доменов, ориентированных против поля. Такой рост в слабых полях имеет обратимый характер. В более сильных полях происходит одновременная переориентация магнитных моментов в пределах всего домена. Этот процесс является необратимым, что и служит причиной гистерезиса и существования постоянных магнитов.

Упомянем еще одну группу магнетиков. Это *антиферромагнетики*. В них собственные магнитные моменты соседних молекул (атомов) попарно самопроизвольно ориентированы антипараллельно друг другу (хром, марганец и др.). Магнитная восприимчивость у них крайне мала и они ведут себя как очень слабые парамагнетики. В зависимости от температуры они могут быть и ферромагнетиками и парамагнетиками.

Контрольные вопросы

- Из каких магнитных моментов складывается магнитный момент атома?
- Можно ли провести аналогию между намагничиванием диамагнетика и поляризацией диэлектрика с неполярными молекулами?
- Можно ли провести аналогию между намагничиванием парамагнетика и поляризацией диэлектрика с полярными молекулами?
- Что такое диамагнетики и парамагнетики? В чем различие их магнитных свойств?
- Что такое намагниченность?
- Проанализируйте теорему о циркуляции вектора \vec{B} в веществе. Что представляет собой напряженность магнитного поля?
- Выведите соотношение между векторами магнитной индукции, напряженности магнитного поля и намагниченности.
- Запишите и объясните соотношения между магнитной проницаемостью и восприимчивостью.
Какую температуру для ферромагнетика называют точкой Кюри?
- Объясните петлю гистерезиса ферромагнетика.
- Каков механизм намагничивания ферромагнетиков?

45. Действие магнитного поля на ток. Закон Ампера

Рассмотрим действие магнитного поля с индукцией \vec{B} на проводники, по которым текут токи, т.е. когда в движение вовлекаются не отдельные заряды, а множество заряженных частиц с концентрацией n . Разобьем этот проводник на бесконечно малые отрезки длиной $d\vec{l}$ так, чтобы их направления совпадали с

направлением тока в данном месте проводника. Тогда со стороны магнитного поля на каждый элемент dl будет действовать магнитная сила:

$$d\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}]dN = q[\vec{v} \times \vec{B}]nSdl = [qn\vec{v} \times \vec{B}]Sdl = [\vec{j} \times \vec{B}]dV,$$

где dN – число носителей заряда на длине dl ; S – поперечное сечение проводника; $j = qn\vec{v}$ – плотность тока; dV – элемент объема. Учитывая, что $\vec{j}dV = Id\vec{l}$, получим

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}].$$

Итак, на проводник с током, помещенный в магнитное поле, со стороны поля действует сила. Впервые это утверждение высказал французский ученый А. Ампер в 1820 году, установивший экспериментально действие магнитного поля на проводники с током.

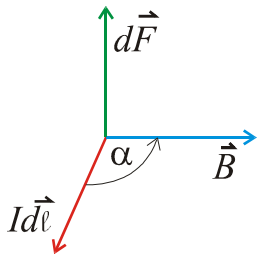


Рис. 48. Определение направления силы Ампера векторами $d\vec{l}$ и \vec{B} .

Направление силы можно определить по правилу правого винта (рис. 48). Более наглядно направление силы Ампера принято определять по правилу левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в неё входил вектор \vec{B} , а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы. Модуль силы определяется выражением: $dF = Idl \cdot B \sin \alpha$, где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{B} .

Сила, действующая на провод конечной длины, равна:

$$\vec{F} = I \int [d\vec{l} \times \vec{B}].$$

Если магнитное поле однородно и в нем находится прямой проводник с током, длиной l , то, интегрируя, получим: $F = IlB \sin \alpha$.

Рассмотрим взаимодействие двух параллельных, бесконечно длинных, прямых проводников, по которым текут токи I_1 и I_2 . Каждый из проводников находится в магнитном поле, созданном другим проводником: первый в магнитном поле с индукцией \vec{B}_2 , второй с индукцией \vec{B}_1 . На рисунке 49 направления \vec{B}_2 и \vec{B}_1 показаны кружком с точкой и крестиком соответственно. Значения индукций магнитных полей равны:

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi r_0}, \quad B_2 = \frac{\mu\mu_0 I_2}{2\pi r_0}.$$

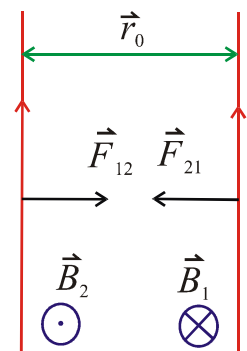


Рис. 49. Взаимодействие прямых проводников с током

На единицу длины второго проводника действует сила:

$$f_{21} = \frac{F_{21}}{l_2} = I_2 \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi r_0}.$$

Согласно третьему закону Ньютона на единицу длины первого проводника действует такая же по величине и противоположно направленная сила $\vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}$. Используя правило правого винта, легко убедиться, что силы направлены навстречу друг другу, если токи текут в одном направлении, и в разные стороны, если текут в противоположных направлениях.

Пусть оба провода находятся в вакууме ($\mu=1$). Полагая, что $I_1 = I_2 = 1\text{А}$, $r_0 = 1\text{м}$, $l_1 = l_2 = 1\text{м}$ и учитывая, что $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\text{ Гн/м}$, получим: $F = 2 \cdot 10^{-7}\text{ Н}$. Исходя из этого, дадим определение единицы измерения силы тока: *1 Ампер – сила неизменного тока, который, проходя по двум длинным проводникам малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м параллельно друг другу в вакууме, вызывает силу взаимодействия между проводниками равную $2 \cdot 10^{-7}\text{ Н}$ на каждый метр длины проводников.*

46. Контур с током в однородном и неоднородном магнитном поле.

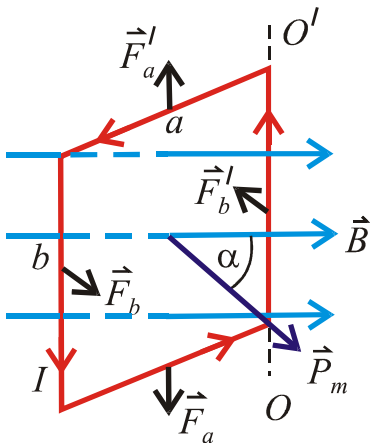


Рис. 50. Контур с током в магнитном поле

Рассмотрим поведение плоского прямоугольного контура с током в однородном магнитном поле. Будем считать контур недеформируемым, а также, что рамка закреплена на оси OO' одной из сторон и может вращаться вокруг неё. На каждую сторону контура, параллельной оси, со стороны магнитного поля согласно закону Ампера действуют силы $F_b = F_b' = IbB \sin 90^\circ$. Применяя правило правого винта, легко убедиться, что силы \vec{F}_b и \vec{F}_b' вызывают вращение контура вокруг оси OO' (рис. 50).

Если посмотреть сверху (вдоль оси вращения рис. 51), то видно, что модуль вектора момента вращения \vec{M} будет равен:

$$M = F_b \cdot h = IbBa \sin \alpha = IS \cdot B \sin \alpha = p_m \cdot B \sin \alpha.$$

Учитывая взаимную ориентацию векторов \vec{p}_m , \vec{B} , \vec{M} , получим:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}].$$

Формула справедлива для любого плоского контура.

Проанализируем поведение рамки в зависимости от угла α между векторами \vec{p}_m и \vec{B} .

1) Если $\alpha = 90^\circ$ ($\sin \alpha = 1$), то на рамку с током

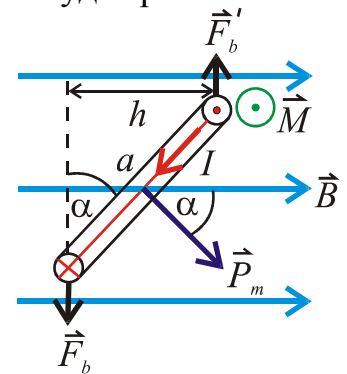


Рис. 51. Действие моментов сил на контур с током

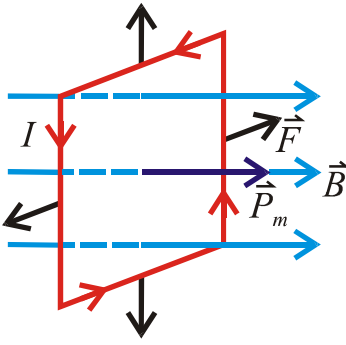


Рис. 52. Рамка с током в устойчивом состоянии

действует максимальный вращающий момент $M_{max} = p_m B$.

2) Если $\alpha = 0^\circ$ ($\sin \alpha = 0$), то $M = 0$ – состояние устойчивого равновесия контура. Рамка с током стремится занять положение, при котором $\vec{p}_m \uparrow \vec{B}$. При малом отклонении рамки от этого положения, возникают силы, возвращающие ее в это положение. Магнитные силы, действующие на рамку с током в состоянии устойчивого равновесия, растягивают ее (рис.52).

3) Если $\alpha = 180^\circ$, то $M = 0$ и $\vec{p}_m \downarrow \vec{B}$. Это состояние неустойчивого равновесия. При любом, сколь угодно малом отклонении от этого положения, возникают силы, стремящиеся повернуть рамку до состояния устойчивого равновесия, так чтобы было $\vec{p}_m \uparrow \vec{B}$. Магнитные силы, действующие на рамку с током, в состоянии неустойчивого равновесия, сжимают ее (рис. 53).

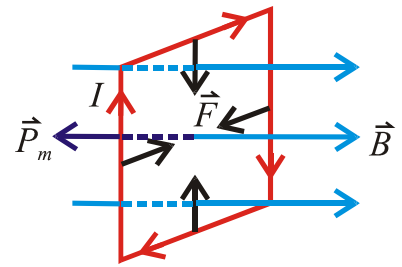


Рис. 53. Неустойчивое состояние рамки с током

Рассмотрим теперь контур с током в неоднородном магнитном поле. Для простоты возьмем

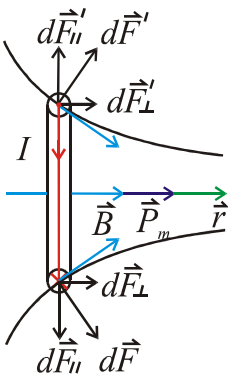


Рис. 54. Рамка с током в неоднородном поле

круговой контур, ориентированный так, что $\vec{p}_m \uparrow \vec{B}$. На каждый элемент тока действует сила Ампера $d\vec{F}$, которая, как показано на рисунке 54, в любой точке контура перпендикулярна индукции \vec{B} . Одна из компонент этой силы растягивает рамку, а другая, параллельная \vec{p}_m , для всех элементов направлена в одну сторону. Результирующая этой силы $\vec{F}_r = \oint d\vec{F}_\perp$ будет втягивать рамку в область более сильного поля, где линии индукции сгущаются. В случае, когда $\vec{p}_m \downarrow \vec{B}$ магнитные силы стремятся вытолкнуть рамку с током в область слабых полей.

Модуль силы, действующий на рамку равен:

$$|\vec{F}_r| = p_m \frac{\partial B}{\partial r} \cos \alpha.$$

47. Работа по перемещению проводника с током и контура с током в магнитном поле

Рассмотрим однородное магнитное поле, в котором перпендикулярно силовым линиям расположен подвижный проводник с током (рис. 55). Согласно закону Ампера на проводник с током в магнитном поле действует сила: $F_A = Ibl \sin \alpha = Ibl$. В результате проводник может изменить свое первоначальное положение, например, переместиться на расстояние dx . В этом случае эле-

ментарная работа, совершаемая действующей силой, будет равна $dA = F_A \cdot dx \cdot \cos\beta$, где β – угол между направлением перемещения и направлением силы. Так как в рассматриваемом случае направление силы и перемещения совпадают $\cos\beta = 1$, то

$$dA = F_A \cdot dx = IBl \cdot dx = IB \cdot dS = I \cdot d\Phi_B,$$

где $ldx = dS$ – площадь, пересекаемая элементом проводника при его перемещении; $B \cdot dS = d\Phi_B$ – элементарный магнитный поток пронизывающий dS .

Если ток постоянен и проводник прямолинейный, то $A = I \cdot \Phi_m$. Постоянство тока может быть достигнуто только при очень медленном перемещении.

Теперь вычислим работу по перемещению контура с током в магнитном поле. Пусть плоскость контура перпендикулярна \vec{B} , а магнитное поле медленно меняется слева на право (например, убывает) так, что в пределах контура этим изменением можно пренебречь. Такое условие необходимо для простоты расчета магнитного потока, пронизывающего контур (рис. 56).

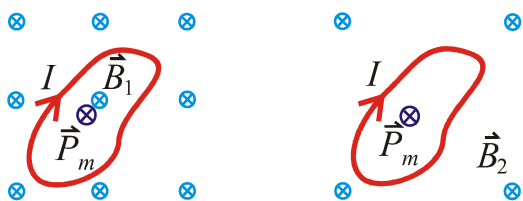


Рис. 56. Перемещение контура в убывающем магнитном поле

В местах с различной индукцией магнитного поля (например, $B_1 > B_2$) один и тот же контур обладает разной потенциальной энергией:

$$W_1 = -(\vec{p}_m \cdot \vec{B}_1) = -p_m B_1 \cos 0^\circ, \quad W_2 = -(\vec{p}_m \cdot \vec{B}_2) = -p_m B_2 \cos 0^\circ.$$

Поэтому работа сил магнитного поля по перемещению контура будет равна убыли этой потенциальной энергии:

$$A = -\Delta W = -(-p_m B_2 + p_m B_1) = ISB_2 - ISB_1 = I(\Phi_{B_2} - \Phi_{B_1}) = I \cdot \Delta\Phi_B.$$

Полученные формулы выполняются для любых проводников и контуров и для любого магнитного поля. Но перемещение контура, как и проводника, должно происходить медленно.

48. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца

При рассмотрении магнетизма, как проявление релятивистского эффекта, была получена обобщенная формула для силы взаимодействия между двумя движущимися электрическими зарядами: $\vec{F}_y = \vec{F}_{кул} + \vec{F}_{маг}$, которую после соответствующих преобразований можно записать как:

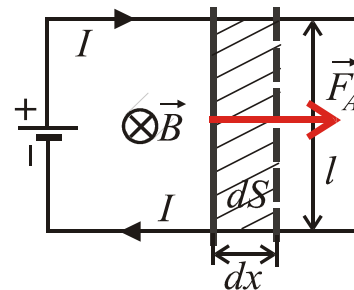


Рис. 55. Работа силы Ампера

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}],$$

где \vec{E} – напряженность электрического поля. Формула отображает силу, действующую на движущиеся электрические заряды в электромагнитном поле. Эта сила называется *обобщенной силой Лоренца*.

В частном случае силой Лоренца называют магнитную силу $\vec{F}_{\text{маг}}$, действующую на заряженные частицы в магнитном поле. В дальнейшем будем подразумевать, что $\vec{F}_{\text{маг}} = \vec{F}_L$. Модуль этой силы равен: $F_L = qvB \sin \alpha$, где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

Отметим особенности силы Лоренца:

- 1) Сила Лоренца действует только на движущиеся заряды ($v = 0, F_L = 0$);
- 2) Если заряженная частица движется вдоль линий индукции, то на эту частицу сила Лоренца не действует ($\alpha = 0^\circ, \vec{F}_L = 0$);
- 3) Из определения векторного произведения следует, что сила Лоренца перпендикулярна \vec{v} и \vec{B} . Направление силы Лоренца определяется (для положительных зарядов) правой тройкой векторов (правилом правого винта);
- 4) Так как $\vec{F}_L \perp \vec{v}$ – сила Лоренца не совершает работу и поэтому не может изменить кинетическую энергию частицы. Такая сила является центростремительной. Её действие сводится к сообщению заряженной частице центростремительного ускорения.

49. Движение заряженных частиц в магнитном поле

Рассмотрим однородное магнитное поле. Если заряженная частица движется вдоль или против силовых линий со скоростью \vec{v} , то силы на частицу не действуют, и она будет продолжать свое движение с той же скоростью, не изменяя своего направления.

Пусть теперь заряженная частица массой m влетает в магнитное поле перпендикулярно линиям индукции со скоростью \vec{v} . Приравняв силу Лоренца центростремительной силе, получим:

$$qv_{\perp}B = \frac{mv_{\perp}^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m}{|q|} \cdot \frac{v_{\perp}}{B},$$

где $\frac{|q|}{m}$ – удельный заряд частицы; R – радиус кривизны траектории. Если магнитное поле однородное, то $R = \text{const}$, т.е. частица движется по окружности в плоскости перпендикулярной \vec{B} . Период её обращения равен:

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi}{v_{\perp}} \cdot \frac{v_{\perp} m}{|q| B} = \frac{m}{|q|} \cdot \frac{2\pi}{B}.$$

Нетрудно заметить, что период не зависит от скорости частицы и полностью определяется индукцией поля и величиной удельного заряда.

Теперь рассмотрим случай, когда $0 < \alpha < 90^\circ$. Разложим вектор \vec{v} на две составляющие: \vec{v}_\perp – перпендикулярную к \vec{B} и \vec{v}_\parallel – параллельную \vec{B} . Модули этих составляющих равны $v_\perp = v \cdot \sin \alpha$, $v_\parallel = v \cdot \cos \alpha$ (рис. 57). Перпендикулярная составляющая скорости обеспечивает движение частицы по окружности, а параллельная – равномерное прямолинейное движение вдоль поля.

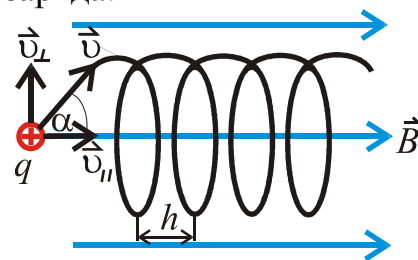


Рис. 57. Траектория движения заряженной частицы в магнитном поле

Результирующее движение образует цилиндрическую спираль (винтовую линию), ось которой параллельна \vec{B} . Направление закручивания спирали (правая, левая) зависит от знака заряда. За время одного оборота частица пройдет путь равный шагу цилиндрической спирали, который определяется как

$$h = \vec{v}_\parallel \cdot T = v \cdot \cos \alpha \cdot \frac{m}{|q|} \cdot \frac{2\pi}{B}.$$

50. Принцип действия циклического ускорителя, масс-спектрографа, МГД-генератора

Циклотрон – ускоритель заряженных частиц. В его основу положена независимость периода обращения заряженной частицы от ее скорости. Циклотрон состоит из двух электродов – дуантов, выполненных в виде половинок

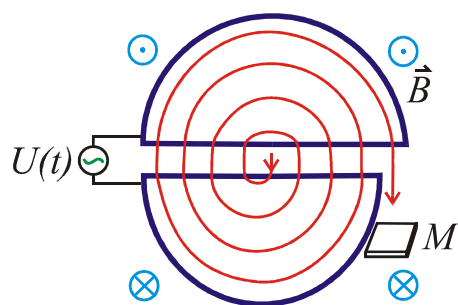


Рис. 58. Циклотрон

полых цилиндров, расположенных между полюсами большого магнита (рис. 58). Магнитное поле однородно и перпендикулярно к плоскости дуантов. На дуанты подается высокочастотное переменное напряжение. Пространство внутри дуанта является эквипотенциальным, поэтому частица, испускаемая из центра, находится здесь под действием только магнитного поля с индукцией \vec{B} и поэтому движется по окружности. В то же время, пройдя полукруга, частица постоянно попадает в ускоряющее электрическое поле. При этом скорость частицы и радиус траектории непрерывно увеличиваются. В результате частица движется по кривой, близкой к спирали, пока не достигнет мишени M . Имея источник переменного напряжения $U \approx 10^5$ В, можно ускорить протоны до энергии примерно 25 МэВ.

Для получения больших энергий частиц нужно менять частоту напряжения и величину индукции магнитного поля для синхронизации процесса движения частицы. Ускоритель, имеющий такие возможности, называется *синхро-*

фазотроном. Применяются ускорители в основном в научных целях.

Масс-спектрограф состоит из фильтра скоростей – *селектора*, который выделяет из пучка ионы с определенным значением скорости, и *регистратора*, в котором, прошедшие фильтр скоростей ионы, попадают в магнитное поле, перпендикулярное скорости (рис. 59).

В селекторе частицы испытывают одновременное действие взаимно перпендикулярных электрического и магнитного полей. Поэтому проходят селектор только те ионы, у которых сила, действующая на частицу со стороны электрического поля, равна силе Лоренца $qE = qvB$, т.е. если $v = E/B$. Двигаясь дальше по окружностям с разными радиусами кривизны, ионы попадают на регистрирующий экран (фотопластинку). По положению на экране можно *определить массу частиц*, так как радиус кривизны кратно заряженных частиц зависит от их удельного заряда. Масс-спектрографические методы позволяют обнаружить изотопы элементов, проводить количественный анализ нефти и т.п.

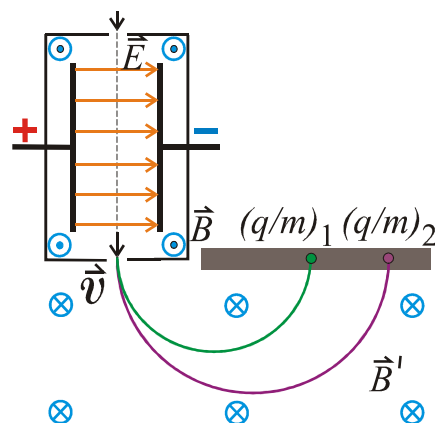


Рис. 59. Масс-спектрограф

Магнитогидродинамический генератор (МГД-генератор) осуществляет прямое преобразование внутренней энергии частиц в электрическую. МГД-генератор является неотъемлемой частью современных реактивных двигателей, устанавливаемых на ракетах и самолетах. Поток плазмы пропускается через раструб, находящийся в сильном поперечном магнитном поле. Под действием силы Лоренца происходит разделение зарядов. Получаемое на контактах напряжение достигает 10^3 – 10^5 В.

Коэффициент полезного действия таких генераторов на 30-40% больше самых прогрессивных тепловых двигателей. К недостаткам относится недолговечность конструкционных материалов, работающих при высоких температурах, но в последнее время эти проблемы решаются.

51. Эффект Холла в металлах

В 1880 году Э. Холл обнаружил явление, получившее название «эффекта Холла»: *если металлическую пластинку, по которой течет ток, поместить в магнитное поле, перпендикулярное току, то в пластинке в направлении перпендикулярном индукции \vec{B} и плотности тока \vec{j} возникнет разность потенциалов*.

Объясняется эффект Холла взаимодействием носителей заряда (электронов проводимости и дырок) с магнитным полем. Под действием силы Лоренца частицы отклоняются в направлении, перпендикулярном \vec{j} и \vec{B} . В результате на боковой грани пластины происходит накопление зарядов и возникает электрическое поле Холла.

В металлах (практически у всех) носителями тока являются электроны. Под действием силы Лоренца они отклоняются вверх (по правилу правого винта и с учетом знака электрона), образуя здесь избыток отрицательного заряда. Нижняя грань образца при этом будет заряжаться положительно. Если носители зарядов являются положительными частицами, тогда верхняя грань заряжается положительно, а нижняя отрицательно. Когда присутствуют носители обоих знаков, холловская разность потенциалов возникает, если дрейфовая скорость носителей заряда разных знаков различна.

Возникающая напряженность электрического поля между нижней и верхней гранью будет равна:

$$E_x = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}.$$

Перераспределение зарядов прекратится тогда, когда электрическая сила eE_x станет равна силе Лоренца $e\mathbf{v}B$. Для полупроводников, где носителями зарядов являются отрицательные электроны и положительные дырки, из-за их разной подвижности это равенство выполняется с точностью до некоторой константы k : $eE_x = ke\mathbf{v}B$. Учитывая, что $j = en\mathbf{v}$, где n – концентрация носителей зарядов; \mathbf{v} – средняя скорость дрейфа носителей зарядов, получим:

$$E_x = k \cdot \frac{jB}{ne} \quad \text{или} \quad \varphi_1 - \varphi_2 = k \frac{jBd}{ne} = kR_x jBd,$$

где $R_x = \frac{1}{ne}$ – называется постоянной Холла. Для металлов $k = 1$. Для полупроводников k меняется от 1 до 2.

Для всех металлов R_x должна быть меньше нуля, так как знак постоянной Холла совпадает со знаком подвижного заряда. Однако экспериментальные измерения постоянной Холла цинка и кадмия, привели к неожиданному результату. Величина R_x оказалась у них положительной, как и у полупроводников с дырочной проводимостью. Это значит, что подвижность дырок в них больше чем у электронов.

Эффект Холла нашел широкое применение в науке и технике. В различных металлах и сплавах, в полупроводниках, исследование эффекта Холла позволяет определить концентрацию и знак носителей зарядов. В технике используются датчики Холла: измеряя ток, напряжение Холла, зная характеристики образца, размеры и постоянную Холла, можно измерить индукцию магнитного поля.

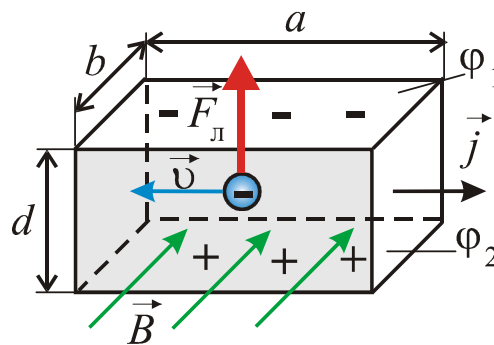


Рис. 60. Эффект Холла

Контрольные вопросы

- Почему движущийся заряд по своим магнитным свойствам эквивалентен элементу тока?
- Найдите выражение для силы взаимодействия двух бесконечных прямолинейных одинаковых токов противоположного направления. Начертите рисунок с указанием сил.
- Чему равен и как направлен магнитный момент рамки с током?
- Как определяется работа по перемещению проводника с током в магнитном поле?
- Что такое обобщенная сила Лоренца?
- Чему равна работа силы Лоренца при движении протона в магнитном поле? Ответ обосновать.
- Как будет двигаться заряженная частица, влетевшая в однородное магнитное поле, к вектору \vec{B} под углом?
- Когда заряженная частица движется в магнитном поле по спирали? От чего зависит шаг спирали?
- Что такое ускорители заряженных частиц? Какие они бывают и чем характеризуются?
- В чем заключается эффект Холла?
- Выведите формулу для холловской разности потенциалов.
- Какие данные о проводниках и полупроводниках можно получить на основе экспериментального исследования эффекта Холла?

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

52. опыты Фарадея. Закон Фарадея

В 1831 году англичанин М. Фарадей открыл явление электромагнитной индукции. Оно заключалось в том, что *при всяком изменении магнитного потока, сцепленного с контуром, в этом контуре возникает электрический индукционный ток I_i .*

В качестве иллюстрации приведем некоторые из классических опытов Фарадея. Если проводник в виде катушки замкнуть на гальванометр и вдвигать в неё постоянный магнит, то гальванометр покажет возникновение кратковременного тока. При прекращении движения магнита прекращается и ток. Если изменить направление движения магнита, то изменится и направление тока. Такое же изменение направления тока происходит при перемене полюсов магнита. Отклонение стрелки гальванометра тем больше, чем больше скорость движения магнита относительно катушки.

Точно такая же картина наблюдается и при перемещении катушки относительно неподвижного магнита и при замене постоянного магнита электромагнитом – катушкой, по которой пропускается постоянный ток.

Наконец, если обе катушки закрепить неподвижно, но менять магнитное поле, создаваемое электромагнитом, включая или выключая в нём источник тока или изменяя ток реостатом, то во второй катушке также возникает индукционный ток. Его величина зависит от скорости изменения тока в цепи электромагнита.

Обобщая результаты всех своих опытов, Фарадей пришел к выводу, что индукционный ток можно получить двумя способами:

1. *перемещением контура (или его части) в магнитном поле;*
2. *созданием в неподвижном контуре переменного магнитного поля.*

Направление индукционного тока в контуре зависит от того, как меняется магнитный поток. Э. Ленц в 1833 году установил правило, согласно которому *индукционный ток всегда имеет такое направление, что создаваемый им магнитный поток через поверхность, опирающуюся на контур, противодействует изменению того магнитного потока, который вызывает этот индукционный ток.* Из закона Ленца следует, что внешнее магнитное поле всегда *тормозит* движение проводника с индукционным током.

Появление индукционного тока означает, что при изменении магнитного потока в проводящем контуре возникает электродвижущая сила индукции ε_i , которая связана с током I_i законом Ома: $I_i = \varepsilon_i / R$. В 1845 году Ф.Э.Нейман, переводя представления Фарадея на язык математики, записал:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Эта формула выражает *закон электромагнитной индукции* и включает в себя правило Ленца. Полная производная в законе «автоматически» учитывает все перечисленные выше, независимые друг от друга причины, которые приводят к появлению ЭДС индукции.

Знак магнитного потока Φ_B связан с выбором нормали к поверхности S , сцепленной с контуром, а знак ε_i связан с выбором положительного направления обхода по контуру (направление индукционного тока). Поэтому при практическом использовании данной формулы направление нормали к поверхности и направление обхода контура должны быть связаны правилом правого винта. Тем самым мы определяем и знак магнитного потока, и «направление» ЭДС индукции в контуре (рис. 61).

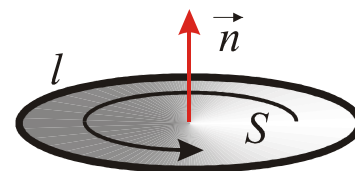


Рис. 61. Направление нормали и обхода контура

Следует отметить, что ε_i возникает на каждом участке проводника, даже в том случае, если он не замкнут. В отличие от ЭДС источника тока ЭДС электромагнитной индукции является распределенной величиной.

Таким образом, электромагнитная индукция – это возникновение электродвижущей силы (ЭДС индукции) в проводящем контуре, находящемся в переменном магнитном поле или движущимся в постоянном магнитном поле.

53. ЭДС индукции в проводнике, движущемся в магнитном поле

Рассмотрим случай, когда по П-образному проводнику в магнитном поле с индукцией B свободно скользит перемычка (проводник) длиной l . Магнитное поле считаем постоянным, однородным и перпендикулярным к скорости \vec{v} . Когда перемычка движется вправо, вместе с ней движутся и свободные электроны. На электроны со стороны магнитного поля действует сила Лоренца. Под действием этой силы электроны перемещаются, и в перемычке возникает электрический ток. Сила Лоренца в описанном случае играет роль сторонней силы, возбуждающей электрический ток. ЭДС можно найти по формуле $\varepsilon = \frac{A_{\text{стор}}}{q}$, где

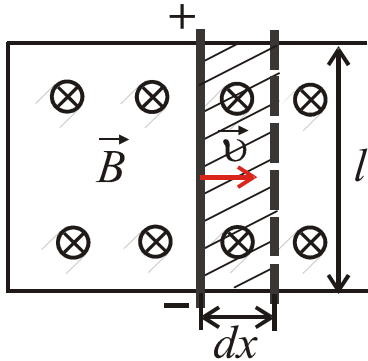


Рис. 62. Проводник в постоянном магнитном поле

$A_{\text{стор}} = F_{\text{л}} l = e v B l$ – работа сторонних сил по переносу электрона в направлении обхода вдоль перемычки. Тогда

$$\varepsilon = \frac{e v B l}{-e} = -v B l.$$

Выясним, что собой представляет эта электродвижущая сила. Пусть за время dt проводник переместился на расстояние dx , пересекая площадку $dS = l dx$ со скоростью $v = dx / dt$. Тогда:

$$\varepsilon = - \frac{dx}{dt} B l = - \frac{d(x \cdot l)}{dt} B = - \frac{d(BS)}{dt} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = \varepsilon_i.$$

Следовательно, возникающая в проводнике при его движении в постоянном магнитном поле электродвижущая сила есть не что иное, как электродвижущая сила индукции.

В процессе разделения зарядов, как известно, сторонние силы совершают работу. На первый взгляд может показаться, что сила Лоренца не может создавать ЭДС, поскольку она работы не совершает. Но это кажущееся противоречие. Все объясняется тем, что сила, создающая ЭДС – не полная сила Лоренца, а только ее составляющая. Действительно, в процессе установления в проводнике равновесного распределения зарядов, заряды перемещаются не только вместе с проводником, но и вдоль проводника. Следовательно, полная скорость каждого носителя заряда равна $\vec{v} + \vec{u}$, где \vec{v} – скорость проводника; \vec{u} – скорость носителей относительно проводника.

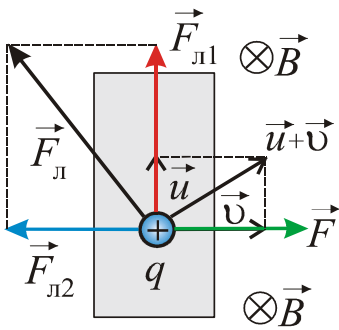


Рис. 63. Сила Лоренца в движущемся проводнике

Полная сила Лоренца перпендикулярна к ре-

зультурующей скорости. Разложим эту силу на две составляющие: $\vec{F}_{\text{п1}} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$, параллельную проводнику и обусловленную скоростью \vec{v} и $\vec{F}_{\text{п2}} = q[\vec{u} \times \vec{B}]$, перпендикулярную к проводнику и обусловленную скоростью \vec{u} . Составляющая $F_{\text{э1}}$ играет роль сторонней силы, составляющая $F_{\text{э2}}$ тормозит движение проводника. Для того чтобы проводник двигался с постоянной скоростью, к нему, согласно 1-му закону Ньютона, необходимо приложить внешнюю силу $\vec{F} = -\vec{F}_{\text{п2}}$ (рис. 63).

Элементарная работа, совершаемая всеми силами за время dt равна

$$dA = qvBvdt - quBvdt + Fvdt = Fvdt.$$

Отсюда видно, что источником энергии, которая запасается в проводнике и за его пределами в виде энергии электрического поля, а также энергии, за счет которой совершается работа тока, является, в конечном счете, сила, перемещающая проводник и совершающая работу против тормозящей силы.

54. ЭДС в рамке, вращающейся в магнитном поле. Генераторы электрического тока

Рассмотрим теперь рамку, вращающуюся в магнитном поле, как изображено на рисунке 64. Обозначим площадь рамки через S , а угол между нормалью к рамке \vec{n} и линиями вектора индукции \vec{B} через α . Магнитный поток, сцепленный с рамкой, будет равен $\Phi_B = BS \cos \alpha$.

Начнем равномерно вращать рамку с угловой скоростью ω так, что $\alpha = \omega \cdot t$. В рамке будет возникать переменная электродвижущая сила индукции:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = BS\omega \sin(\omega t) = \varepsilon_{\text{max}} \cdot \sin(\omega t),$$

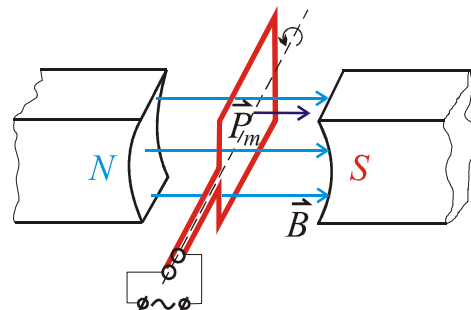


Рис. 64. Модель генератора

где $\varepsilon_{\text{max}} = BS\omega$ – максимальное значение электродвижущей силы, определяющее ее амплитуду. Так что рамка, вращающаяся в магнитном поле, по существу является простой моделью *генератора переменного тока*.

Если в магнитном поле вращается контур, состоящий из N витков, то действующая в нем ЭДС равна сумме ЭДС, возникающих в каждом из витков

$$\varepsilon_i = -\sum_{k=1}^N \frac{d\Phi_k}{dt} = -\frac{d}{dt} \sum_{k=1}^N \Phi_k.$$

Величину $\Psi_B = \sum_{k=1}^N \Phi_k$ называют *магнитным потокосцеплением* или полным магнитным потоком. Если все N витков пронизываются одним и тем же потоком Φ , то $\Psi_B = N\Phi$. Например, ЭДС в соленоиде, равномерно вращающемся в однородном магнитном поле вокруг оси, не параллельной \vec{B} и осевой линии соленоида, равна:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi_B}{dt} = NBS\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = N \cdot \varepsilon_{\max} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где N – число витков соленоида; ε_{\max} – амплитуда ЭДС в одном витке.

Как видно из полученного выражения, для увеличения электродвижущей силы нужно увеличивать индукцию магнитного поля, частоту вращения, площадь рамки и число витков в ней. Увеличение скорости вращения генератора приводит к возрастанию механических напряжений в узлах вращения. Обычно выбирается приемлемая частота вращения. У нас в стране принята стандартная частота 50 Гц. Увеличение индукции требует установки мощных постоянных магнитов или значительного тока в случае электромагнитов, внутрь которых помещают сердечники из ферромагнетиков с большой магнитной проницаемостью.

Процесс превращения механической энергии в электрическую можно обратить. Если через рамку, помещенную в магнитное поле, пропускать электрический ток, то рамка начнет вращаться. Мы получим *электрический двигатель*.

55. Вихревое электрическое поле

Если контур неподвижен, а магнитное поле изменяется во времени, то возникновение индукционного тока невозможно объяснить действием силы Лоренца, поскольку она действует только на движущиеся заряды. Оказывается, что имеющиеся в нашем распоряжении законы электричества и магнетизма не могут объяснить в этом случае возникновение индукционного тока.

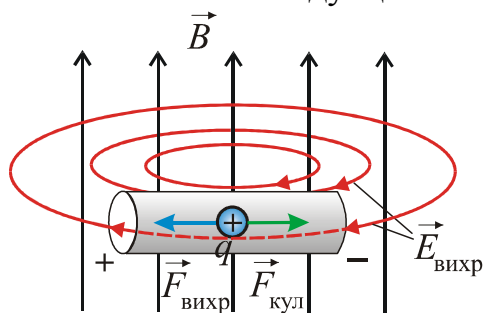


Рис. 65. Направление линий напряженности вихревого поля соответствуют росту магнитной индукции

Кроме того, опыт показывает, что ЭДС индукции не зависит от рода вещества проводника, его состояния и, в частности, от его температуры, которая может быть неодинаковой.

Максвелл предположил, что роль сторонних сил в случае *неподвижного проводника*, находящегося в изменяющемся магнитном поле, играют силы вихревого электрического поля. Это поле не связано непосредственно с электрическими зарядами. Линии напряженности такого поля замкнуты, а касательная к этим линиям в любой точке совпадает с направлением вектора напряженности вихревого

электрического поля. На свободные электрические заряды в *проводящем контуре* со стороны вихревого поля действует сторонняя сила $\vec{F}_{\text{стор}} = \vec{F}_{\text{вихр}} = q \cdot \vec{E}_{\text{вихр}}$. Если проводник разомкнут, то силы этого поля уравновешиваются внутри проводника силами электростатического поля, возникающего в результате разделения зарядов (рис. 65). Если же проводник образует замкнутый контур, вихревое электрическое поле вызовет в нем индукционный ток. Этот ток будет существовать до тех пор, пока существует изменяющееся магнитное поле.

Значит, вихревое электрическое поле совершает работу по перемещению зарядов вдоль замкнутого контура. Эта работа определяется как

$$A = \oint_l F_{\text{вихр}} \cdot dl = q \oint_l E_{\text{вихр}} \cdot dl = q \cdot \varepsilon_i .$$

Отсюда видно, что $\varepsilon_i = \frac{A}{q} = \oint_l E_{\text{вихр}} \cdot dl$, т.е. *электродвижущая сила индукции равна циркуляции вектора напряженности вихревого электрического поля.*

Напомним, что циркуляция вектора напряженности электростатических сил равна нулю. В этом состоит существенное отличие вихревого электрического поля от электростатического.

На основе свойств вихревого электрического поля работают индукционные ускорители – бетатроны, предназначенные для получения пучков электронов большой энергии. Электроны генерируются в тороидальной вакуумной камере за счет термоэлектронной эмиссии. Сама камера располагается между полюсами электромагнитов, на которые подается периодически меняющееся напряжение. При изменении магнитного потока появляется вихревое электрическое поле и на каждый электрон начинает действовать сила $\vec{F}_{\text{вихр}}$. Так как силовые линии замкнуты, то направление силы все время будет совпадать с направлением движения электронов. Электроны непрерывно увеличивают свою энергию и к концу первой четверти периода сбрасываются на мишень. Энергия ускоренных электронов может достигать значений до сотни МэВ.

56. Явление самоиндукции, индуктивность цепи, индуктивность длинного соленоида

Вокруг любого проводника с током I возникает магнитное поле с индукцией $B \sim I$. Следовательно, с любым контуром тока всегда сцеплен поток магнитной индукции $\Phi_B \sim B$. Если в пространстве, где находится контур с током, нет ферромагнетиков, то магнитный поток через контур будет прямо пропорционально току

$$\Phi_B = L \cdot I ,$$

где L – коэффициент пропорциональности, называемый *индуктивностью* кон-

тура. Например, полный магнитный поток сквозь соленоид, состоящий из N витков (контуров), равен

$$\Psi_B = BSN = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} \cdot I,$$

где μ – магнитная проницаемость сердечника; S – площадь поперечного сечения соленоида; l – его длина. Сопоставляя это выражение с предыдущим, получим

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu\mu_0 \left(\frac{N}{l}\right)^2 V = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где $n = \frac{N}{l}$ – число витков на единицу длины, $V = S \cdot l$ – объем соленоида.

Отсюда видно, что индуктивность в общем случае зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитной проницаемости той среды, в которой он находится. За единицу индуктивности контура (соленоида) принимается генри $[L] = [\text{Гн}] = [\text{Вб}/\text{А}]$.

При изменении силы тока в контуре будет изменяться и сцепленный с ним поток. Изменение же магнитного потока, согласно закону электромагнитной индукции, возбудит в этом же контуре ЭДС:

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(L \cdot I) = -\left(L \frac{dI}{dt} + I \frac{dL}{dI} \cdot \frac{dI}{dt}\right).$$

Явление возникновения в цепи электродвижущей силы индукции в результате изменения тока в самой цепи называется явлением самоиндукции.

Если контур не деформируется и магнитная проницаемость среды не зависит от напряженности магнитного поля (не ферромагнитная), то закон Фарадея для самоиндукции запишется в более простом виде:

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}.$$

Из этой формулы видно, что если сила тока возрастает с течением времени $\frac{dI}{dt} > 0$, то электродвижущая сила индукции отрицательна $\varepsilon_s < 0$, а это означает, что ЭДС самоиндукции «тормозит» движение зарядов в проводнике, совершая отрицательную работу, т.е. уменьшает ток в проводнике. Если ток в проводнике убывает $\frac{dI}{dt} < 0$, то $\varepsilon_s > 0$ – ЭДС самоиндукции препятствует уменьшению тока в проводнике, т.е. его поддерживает. Самоиндукция в электромагнетизме играет такую же роль, как инерция в механике.

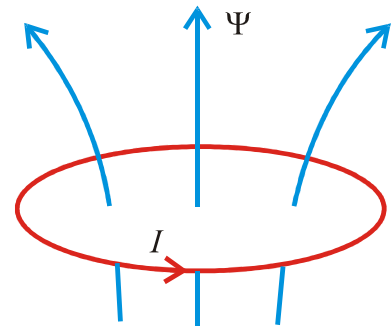
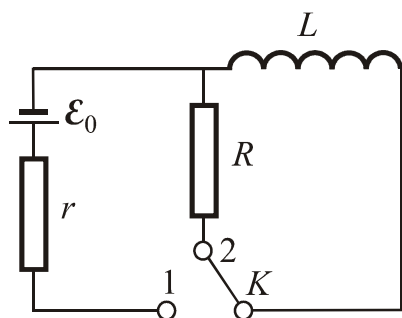


Рис. 66. Магнитное потокоцепление

Таким образом, в цепях с переменным током существуют одновременно две ЭДС – источника тока ϵ и самоиндукции ϵ_s , которые изменяются в противофазе.

57. Закон изменения тока при размыкании и замыкании цепи, содержащей индуктивность

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из источника тока с ЭДС ϵ_0 , сопротивлений R и r , соленоида с индуктивностью L и ключа K , соединенных как показано на рисунке 67. Если ключ находится в положении 1, то через соленоид и сопротивление r течет ток



$$I = I_0 = \frac{\epsilon_0}{r}.$$

В момент времени $t = 0$ переведем ключ в положение 2. Ток в соленоиде начнет уменьшаться, что приведет к возникновению в контуре ЭДС самоиндукции $\epsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$, препятствующей уменьшению тока. Согласно второму правилу Кирхгофа ток после размыкания будет изменяться по закону $IR = \epsilon_s$, или $IR = -L \frac{dI}{dt}$.

Разделяя переменные: $\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt$, и интегрируя, получим

$$\ln I = -\frac{R}{L} t + \ln C,$$

где C – постоянная интегрирования, которая при $t = 0$ равна I_0 .

Таким образом, при выключении постоянного источника ЭДС сила тока не падает мгновенно до нуля, а уменьшается постепенно согласно уравнению

$$I = \frac{\epsilon_0}{r} e^{-\frac{R}{L} t} = \frac{\epsilon_0}{r} e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}},$$

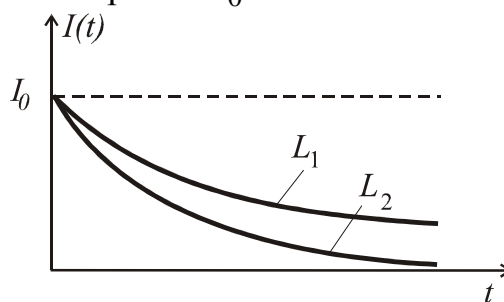


Рис. 68. Убывание силы тока при размыкании цепи

где $\tau = L/R$ – постоянная, называемая *временем релаксации* – время, в течение которого сила тока уменьшается в e раз.

График зависимости $I(t)$ при двух разных значениях L приведен на рисунке 68. Видно, что при увеличении индуктивности в цепи убывание силы тока происходит медленнее.

Оценим значение ЭДС самоиндукции при мгновенном увеличении сопро-

тивления от r до R . Для этого подставим в выражение $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$ закон изменения тока. После несложных преобразований, получим:

$$\varepsilon_s = \frac{R}{r} \varepsilon_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}.$$

При $t=0 \Rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_0 \frac{R}{r}$. Если $R \gg r$, то ЭДС самоиндукции в момент выключения может достигать больших значений (до нескольких десятков тысяч вольт), что может привести к пробое изоляции и выводу из строя измерительных приборов. Этот факт необходимо учитывать при проектировании и расчете цепей, содержащих катушки индуктивности.

Токи, возникающие в цепях при их размыкании, называются экстратока-ми размыкания.

Рассмотрим замыкание цепи, т.е. процесс подключения катушки индуктивности к источнику тока. Для этого в момент времени $t=0$ переведем ключ K из положения 2 в положение 1. По второму правилу Кирхгофа изменение тока в цепи описывается уравнением: $IR = \varepsilon_0 + \varepsilon_s = \varepsilon_0 - L \frac{dI}{dt}$. Разделим переменные и, умножив уравнение на r , получим:

$$\frac{r}{L} dt = -\frac{r}{Ir - \varepsilon_0} dI \Rightarrow \frac{r}{L} dt = -\frac{d(Ir - \varepsilon_0)}{Ir - \varepsilon_0}.$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$\frac{r}{L} t = -\ln\left(\frac{Ir - \varepsilon_0}{C}\right),$$

где C – постоянная интегрирования, которая при $t=0$ и $I=0$ равна $(-\varepsilon_0)$.

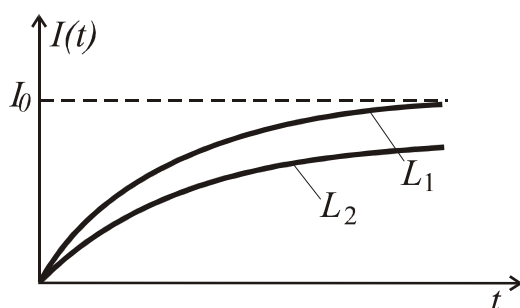


Рис. 69. Нарастание силы тока при замыкании цепи

Тогда ток при замыкании цепи изменяется по закону:

$$I = \frac{\varepsilon_0}{r} \left(1 - e^{-\frac{r}{L}t}\right) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{r}{L}t}\right).$$

Из формулы видно, что нарастание тока в цепи происходит не мгновенно, а постепенно. Установившееся значение силы тока $I_0 = \frac{\varepsilon_0}{r}$, соответствующее закону Ома для постоянного тока, достигается лишь в смысле предела при бесконечном

времени $t \rightarrow \infty$. Зависимость силы тока от времени для двух значений L приведена на рисунке 69. Чем меньше индуктивность катушки, тем быстрее ток достигает значения асимптоты.

58. Явление взаимной индукции, взаимная индуктивность. Трансформаторы

Взаимная индукция, явление, в котором обнаруживается магнитная связь двух или более электрических цепей. Благодаря этой связи возникает ЭДС индукции в одном из контуров при изменении тока в другом (рис. 70). Это происходит потому, что магнитный поток Φ_1 , создаваемый током I_1 в первом контуре, частично пронизывает другой контур, возбуждая в нем ЭДС индукции. Если Φ_{21} – часть потока Φ_1 , которая пронизывает другой контур, то $\Phi_{21} \sim \Phi_1$, а $\Phi_1 \sim I_1$, значит, $\Phi_{21} \sim I_1$. Тогда, если ввести коэффициент пропорциональности M_{21} получим, что $\Phi_{21} = M_{21}I_1$. При изменении тока I_1 изменяется поток Φ_1 и в другом контуре возбуждается ЭДС индукции

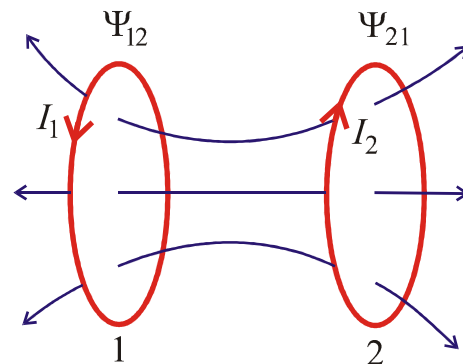


Рис. 70. Индуктивно связанные контуры

$$\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -\frac{d}{dt}(M_{21}I_1).$$

Аналогичным образом можно показать, что ЭДС индукции, которая возникает в первом контуре при изменении тока во втором, равна

$$\varepsilon_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -\frac{d}{dt}(M_{12}I_2).$$

Чтобы показать, что коэффициенты M_{21} и M_{12} равны, рассчитаем работу, которую необходимо затратить на преодоление ЭДС взаимной индукции, т. е. работу, необходимую для того, чтобы каждый из этих контуров удалить на бесконечность. Работа, затраченная на удаление первого контура, равна: $A_1 = I_1(\Phi_{12} - 0) = I_1M_{12}I_2$, а на удаление второго – $A_2 = I_2(\Phi_{21} - 0) = I_2M_{21}I_1$. Из относительности движения заключаем, что $A_1 = A_2$ и $M_{12} = M_{21} = M$.

Коэффициент пропорциональности M называют *коэффициентом взаимной индукции* контуров или *взаимной индуктивностью*. Он зависит от размеров, формы контуров, расстояния между ними, от их взаимного расположения, а также от магнитной проницаемости окружающей среды. В системе СИ измеряется в генри $[M] = [\text{Гн}]$.

Если контуры не деформируются, а среда, окружающая их, не ферромагнитная, то взаимные индуктивности являются константами и выражения для электродвижущей силы взаимной индукции выглядят проще:

$$\varepsilon_{i1} = -M \frac{dI_2}{dt}, \quad \varepsilon_{i2} = -M \frac{dI_1}{dt}.$$

Для примера рассчитаем взаимную индуктивность двух катушек, намотанных на тороидальный сердечник. Пусть по виткам первой катушки течет ток силой I_1 (рис. 71), который создает в сердечнике магнитное поле с индукцией $B_1 = \mu\mu_0 \cdot \frac{N_1}{l} I_1$, где l – длина сердечника по средней линии. Тогда полный магнитный поток, пронизывающий витки второй катушки, равен

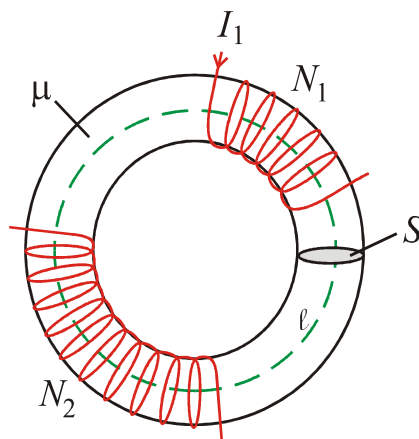


Рис. 71. Тороидальный трансформатор

$$\Phi_{21} = SN_2 B_1 = \mu\mu_0 \cdot \frac{N_1 N_2}{l} S \cdot I_1.$$

Поскольку поток Φ_{21} создается током I_1 , то

$$M = \frac{\Phi_{21}}{I_1} = \mu\mu_0 \frac{N_1}{l} \frac{N_2}{l} lS = \mu\mu_0 n_1 n_2 V.$$

Здесь n_1, n_2 – число витков, приходящихся на единицу длины l средней линии тороида, V – объем тороида.

На явлении взаимной индукции основана работа трансформаторов, применяемых для повышения или понижения напряжения переменного тока.

Рассмотрим трансформатор, состоящий из двух обмоток с числом витков N_1 и N_2 , насаженных на один замкнутый магнитопровод. Обмотку трансформатора делают так, чтобы омическое сопротивление было гораздо меньше индуктивного. К первичной обмотке подключается переменная внешняя ЭДС ε_1 . Переменный ток I_1 создает в магнитопроводе переменный магнитный поток, который вызывает во вторичной обмотке появление ЭДС взаимной индукции

$$\varepsilon_2 = -\frac{N_2}{N_1} \varepsilon_1,$$

где знак минус показывает, что ε_1 и ε_2 изменяются в противофазе.

Отношение $k = \frac{N_2}{N_1}$ – называется коэффициентом трансформации. Он по-

казывает во сколько раз ЭДС во вторичной обмотке больше, чем в первичной. Если $k > 1$, то трансформатор *повышающий*, если $k < 1$ – *понижающий*.

Пренебрегая потерями в трансформаторе и применяя закон сохранения энергии, можно написать $\varepsilon_2 I_2 \approx \varepsilon_1 I_1$. Так как $\varepsilon_2 = k\varepsilon_1$, то $I_2 = I_1/k$, и, следовательно, повышающий напряжение трансформатор во столько же раз понижает силу тока. Это свойство используется при передаче энергии на расстояния по проводам. Чтобы минимизировать выделяющееся в проводах Джоулево тепло $Q = I^2 R$, где R – сопротивление проводов, напряжение сначала повышают, а затем у потребителя понижают.

59. Вихревые токи, их использование, роль вихревых токов в работе трансформаторов и электрических машин

Вихревые токи или токи Фуко вызываются в среде проводника появлением *вихревого электрического поля*, которое, действуя на свободные заряды, порождает электрический ток. В металлах, из-за малого омического сопротивления эти токи могут достигать гигантских значений, которые приводят к выделению тепла в соответствии с законом Джоуля-Ленца. Это выделяющееся тепло может быть и полезным и вредным. В металлургическом производстве это свойство используется для нагревания заготовок в специальных индукционных печах, для дальнейшей обработки этих заготовок, прокатки, прессования и т.п. Выделяющееся тепло используется в микроволновых печах в быту. А вот в трансформаторах оно вредно, они могут перегреться и сгореть. Поэтому принимают меры, чтобы тепла выделялось поменьше. Сердечники трансформаторов изготавливают из пластин, покрытых непроводящим лаком, располагают их так, чтобы в направлении движения токов Фуко сопротивление было максимальным. В последнее время стали изготавливать сердечники из ферритов с большим удельным сопротивлением (около 10^6 Ом·м) и достаточно большой магнитной проницаемостью.

Вихревые токи применяются в стрелочных электромагнитных приборах для демпферирования (успокоения) стрелки прибора. К основанию стрелки, ниже оси вращения прикрепляют пластину из алюминия. При колебаниях стрелки, пластина пересекает линии индукции между полюсами магнита, и в маятнике возникают вихревые токи, выделяется тепло. За счет этого уменьшается механическая энергия маятника, он успокаивается.

60. Энергия магнитного поля. Объемная плотность энергии

Рассмотрим цепь, содержащую индуктивность L и резистор, сопротивлением R , как показано на рисунке 72. Замкнем переключатель в положение 1. Вследствие наличия индуктивности в цепи ток будет нарастать не мгновенно, а

постепенно. Через некоторое время в цепи установится некоторое значение постоянного тока $I = \varepsilon / R$. Этот ток создает в катушке индуктивности магнитное поле. Если в цепи течет постоянный ток, то энергия, поступающая в цепь из источника тока, расходуется на выделение джоулевой теплоты и на совершение работы в потребителе энергии. Индукция магнитного поля, как и его энергия, при этом неизменна.

При переключении ключа в положение 2 (отключается источник, поддерживающий постоянный ток) вследствие явления самоиндукции, ток начинает исчезать. При этом исчезает и магнитное поле. Найдем работу тока за время исчезновения магнитного поля, полагая, что $L = \text{const}$:

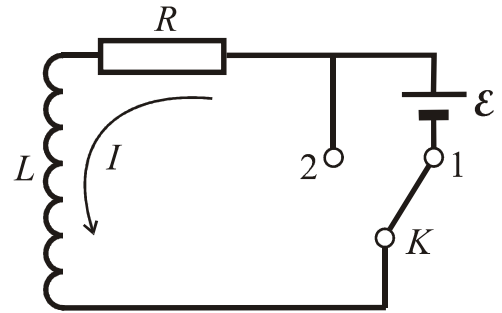


Рис. 72. Цепь с индуктивностью

$$A = \int_I^0 \varepsilon_s I \cdot dt = \int_I^0 -L \frac{dI}{dt} I \cdot dt = -L \int_I^0 I \cdot dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Эта работа происходит за счет запаса энергии W в катушке индуктивности, которая была накоплена при протекании тока в положении ключа 1.

Итак, исчезающее магнитное поле создало индукционный ток, который и совершил эту работу. Следовательно, энергия магнитного поля равна

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Выразим эту энергию через характеристики магнитного поля, считая катушку индуктивности длинным соленоидом. Поскольку магнитное поле сосредоточено внутри соленоида, то полученная энергия W локализована в объеме соленоида V . Воспользуемся полученными формулами для индуктивности и магнитной индукции соленоида:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V, \quad B = \mu\mu_0 n I.$$

Подставив их в формулу для энергии, получим:

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 n^2 V \cdot B^2}{2 \cdot \mu^2 \mu_0^2 n^2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V.$$

Поскольку магнитное поле соленоида однородно, то *объемная плотность энергии магнитного поля* будет равна:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}.$$

Из полученного выражения следует, что объемная плотность энергии магнитного поля в каждой точке пространства определяется значением векторов индукции B поля в этой точке и не зависит от того, какими источниками это магнитное поле создано.

Энергию неоднородного магнитного поля, занимающего какой-либо объем пространства, можно определить как:

$$W = \int_V w dV = \int_V \frac{B^2}{2\mu\mu_0} dV.$$

Контрольные вопросы

- В чем заключается явление электромагнитной индукции? Проанализируйте опыты Фарадея.
- Сформулируйте правило Ленца, проиллюстрировав его примерами. Как направлен индукционный ток?
- Возникает ли индукционный ток в проводящей рамке, поступательно движущейся в однородном магнитном поле?
- Какова природа ЭДС электромагнитной индукции?
- Выведите выражение для ЭДС индукции в плоской рамке, равномерно вращающейся в однородном магнитном поле. За счет чего её можно увеличить?
- В чем заключается физический смысл индуктивности контура? взаимной индуктивности двух контуров? От чего они зависят?
- В чем заключаются явления самоиндукции и взаимной индукции? Вычислите ЭДС индукции для обоих случаев.
- Когда ЭДС самоиндукции больше – при замыкании или размыкании цепи постоянного тока?
- В чем заключается физический смысл времени релаксации?
- Приведите соотношение между токами в первичной и вторичной обмотках повышающего трансформатора.
- Что такое вихревые токи? Вредны они или полезны?
- Запишите и проанализируйте выражения для объемной плотности энергии магнитного поля.
- Напряженность магнитного поля возросла в два раза. Как изменилась объемная плотность энергии магнитного поля?

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ТЕОРИЯ МАКСВЕЛЛА

61. Обобщение закона электромагнитной индукции

Исследуя вопрос о возникновении ЭДС индукции в неподвижном проводящем контуре, находящемся в переменном магнитном поле, Дж. К. Максвелл открыл новый фундаментальный закон электромагнетизма: *всякое изменение магнитного поля во времени возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле; циркуляция вектора напряженности этого поля по любому неподвижному замкнутому контуру определяется выражением*

$$\oint_l \vec{E}_{\text{вихр}} d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt},$$

где $\vec{E}_{\text{вихр}}$ – напряженность электрического поля; $d\vec{l}$ – элемент контура; Φ_B – переменный магнитный поток, пронизывающий контур. Возбуждаемое электрическое поле, как и само магнитное поле, является вихревым.

Между максвелловым и фарадеевым пониманием явления электромагнитной индукции имеется существенное различие. Согласно Фарадею, электромагнитная индукция состоит в возбуждении электрического тока. Для её наблюдения необходимо наличие замкнутого проводника. По Максвеллу сущность электромагнитной индукции состоит, прежде всего, в возбуждении электрического поля, а не тока. Электромагнитная индукция может наблюдаться и тогда, когда в пространстве вообще нет ни каких проводников. Появление индукционного тока в замкнутом проводнике при внесении последнего в переменное магнитное поле есть лишь одно из проявлений электрического поля, возникшего в результате изменения магнитного поля. Но это вихревое электрическое поле может производить и другие действия, например, поляризовать диэлектрик, вызвать пробой конденсатора, ускорять и тормозить заряженные частицы.

Формулировка закона электромагнитной индукции Максвелла более общая, чем формулировка Фарадея. Её нельзя вывести из других законов электричества и магнетизма. Она является, по существу, обобщением экспериментальных данных.

С учетом того, что магнитный поток определяется интегралом $\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S}$, взятым по произвольной поверхности S , натянутой на контур l , закон электромагнитной индукции можно записать в виде:

$$\oint_l \vec{E}_{\text{вихр}} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S},$$

где символ частной производной подчеркивает тот факт, что контур должен

быть неподвижным.

Итак, существуют две разновидности электрического поля – потенциальное электростатическое (кулоновское) и непотенциальное вихревое. Электростатическое поле $\vec{E}_{\text{кул}}$ порождается электрическими зарядами – свободными и связанными (поляризационными). Чтобы найти $\vec{E}_{\text{кул}}$, нужно воспользоваться теоремой Гаусса. Вихревое электрическое поле $\vec{E}_{\text{вихр}}$ порождается изменяющимся магнитным полем. Чтобы найти $\vec{E}_{\text{вихр}}$, нужно воспользоваться уравнением Максвелла.

Если учесть, что для потенциального электростатического поля, создаваемого неподвижными зарядами, $\oint_l \vec{E}_{\text{кул}} \cdot d\vec{l} = 0$, то, сложив эти два уравнения, получим:

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S},$$

где $\vec{E} = \vec{E}_{\text{вихр}} + \vec{E}_{\text{кул}}$ – напряженность полного электрического поля в любой точке пространства.

62. Ток смещения

Всякое изменение магнитного поля вызывает в окружающем пространстве появление вихревого электрического поля. Анализируя различные электромагнитные процессы, Максвелл пришел к заключению, что должно существовать и обратное явление: *всякое изменение электрического поля вызывает появление вихревого магнитного поля*. Поскольку магнитное поле создается электрическим током, то переменное электрическое поле должно приводить к возникновению некоторого тока, который протекает как в веществе, так и в вакууме. Максвелл назвал этот ток *током смещения*.

Понятие тока смещения можно пояснить на следующем примере. Рассмотрим конденсатор, включенный в цепь переменного тока. Известно, что для постоянного тока конденсатор, включенный в цепь последовательно, является бесконечно большим сопротивлением. В такой цепи лишь в момент ее замыкания протекает импульс зарядного тока, соответствующий небольшому смещению электронов проводимости. Если в цепи с конденсатором существует источник переменного тока, то в такой цепи за каждый период протекают токи заряда и разряда конденсатора. Сопротивление конденсатора при этом конечно и зависит от емкости конденсатора и частоты тока. В этом случае конденсатор необходимо рассматривать не как разрыв цепи, а как участок цепи с другим механизмом проводимости.

Во время зарядки и разрядки конденсатора разность потенциалов между обкладками конденсатора меняется и создается переменное электрическое по-

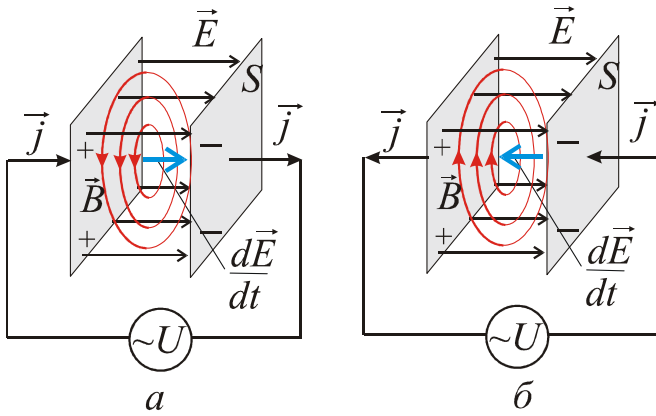


Рис. 73. Направление тока смещения:
a – E растет, *б* – E убывает.

тор, равен

$$I_{\text{пр}} = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot U)}{dt} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} \cdot \frac{dU}{dt} = I_{\text{смещ}}.$$

Отсюда величину плотности тока смещения можно определить как:

$$j_{\text{смещ}} = \frac{I_{\text{смещ}}}{S} = \frac{\epsilon \epsilon_0}{d} \cdot \frac{dU}{dt} = \epsilon \epsilon_0 \frac{dE}{dt} = \frac{dD}{dt},$$

где $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$ – электрическое смещение (вспомогательная величина, характеризующая электрическое поле в диэлектрических средах).

Строго говоря, электрическое поле может быть переменным не только во времени, но и в пространстве. В этой связи данное уравнение следует записать в более общей векторной форме

$$\vec{j}_{\text{смещ}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Из формулы видно, что *ток смещения определяется не самим вектором \vec{D} , а скоростью его изменения*. Вектор \vec{D} всегда направлен от положительной пластины к отрицательной, в то время как вектор $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ может менять свое направление. В случае если электрическое поле возрастает, то скорость его изменения, а соответственно и ток смещения направлены в одну сторону (рис. 73 а) с вектором \vec{D} . Если же электрическое поле убывает, то $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ направлен от отрицательной пластины к положительной (рис. 73 б). Причем во всех случаях ток смещения совпадает по направлению и величине с током проводимости в металлических проводах. Линии магнитного поля \vec{B} , порождаемого изменяю-

ле, создающее в окружающем пространстве магнитное поле так, как если бы между обкладками протекал вполне определенный ток, имеющий силу, равную силе тока проводимости в металлических проводах.

Если конденсатор плоский, то его емкость $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$. Тогда зарядный (разрядный) ток, который по своей сути является током смещения, протекающим через конденса-

щимся электрическим полем, замыкаются вокруг линий \vec{D} , а их направление связано с направлением вектора $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ правилом правого винта.

Следует заметить, что термин «ток смещения» является не совсем удачным. Он имеет некоторое основание в случае диэлектриков (опыты А.А. Эйнхвальда). Как известно, под действием электрического поля диэлектрик поляризуется. Если электрическое поле \vec{E} , вызывающее поляризацию, – переменное, то заряды, ответственные за поляризацию, под действием поля смещаются то в одну, то в другую сторону, и тем самым создают ток, который называется *поляризационным*. Тогда плотность тока смещения определяется выражением:

$$\vec{J}_{\text{смещ}} = \vec{J}_{\text{смещ}}^{\text{вак}} + \vec{J}_{\text{поляр}} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}, \text{ где } \vec{P} \text{ – вектор поляризации (поляризованность).}$$

Возбуждение магнитного поля токами поляризации правомерно, так как они по своей природе мало чем отличаются от токов проводимости. Однако в вакууме никаких зарядов нет, а, следовательно, нет и их смещения. Тем не менее, в силу исторических традиций, этот термин сохранился и здесь. Поэтому

ток смещения в вакууме $\vec{J}_{\text{смещ}}^{\text{вак}} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ – переменное электрическое поле. Пока

существует переменное электрическое поле, до тех пор будет существовать и ток смещения. Из всех физических свойств тока проводимости Максвелл приписал току смещения лишь одно свойство – способность создавать в окружающем пространстве магнитное поле.

63. Закон полного тока

В общем случае все типы токов не разделены в пространстве, как в конденсаторе с переменным напряжением на его обкладках, а могут одновременно присутствовать в одном и том же объеме. Магнитное поле определяется их суммой, т. е. *полным током*. Тогда циркуляция вектора напряженности \vec{H} по произвольному контуру интегрирования l в неферромагнитной среде будет равна

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \mu_0 (I_{\text{пр}} + I_{\text{смещ}}),$$

где $I_{\text{пр}}$ – ток проводимости (а также конвекционный ток); $I_{\text{смещ}}$ – ток смещения в среде, включающий в себя поляризационный ток.

Если учесть, что токи проводимости и смещения равны потокам плотности этих токов через поверхность S , то получим:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{J}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}.$$

Это уравнение представляет собой обобщение закона полного тока на случай

любых токов и выражает одно из основных положений теории Максвелла: *токи смещения (а также конвекционные токи) создают такие же магнитные поля, как и токи проводимости.*

Величина $\vec{j} = \vec{j}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ называется *плотностью полного тока*. Линии

полного тока всегда замкнуты. В зависимости от электропроводности среды и частоты переменного тока эти слагаемые играют разную роль и могут быть равны или не равны по величине и иметь одинаковые или противоположные знаки. В *металлах* (и других хорошо проводящих средах) при низких частотах током смещения можно пренебречь. В *изоляторах* при высоких частотах можно пренебречь током проводимости, так как ток смещения будет гораздо больше тока проводимости. В вакууме существует только ток смещения.

64. Система уравнений Максвелла в интегральной форме

Первое уравнение имеет вид:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{j}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}.$$

Оно является обобщением на переменные электромагнитные поля эмпирического закона Био-Савара-Лапласа о возбуждении магнитного поля электрическими токами. Оно показывает, что *источниками магнитного поля могут быть не только движущиеся в проводниках электрические заряды (электрические токи), но и изменяющиеся во времени электрические поля в диэлектриках или вакууме.*

Второе уравнение является математической формулировкой закона электромагнитной индукции и записывается в виде

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S},$$

где $\oint_l \vec{E} d\vec{l}$ – циркуляция вектора напряженности результирующего поля, потенциального и вихревого. Уравнение свидетельствует о том, что *изменяющееся во времени магнитное поле порождает в пространстве электрическое поле, независимо от наличия там контура или проводника.*

Третье уравнение представляет собой обобщение закона взаимодействия неподвижных электрических зарядов (закона Кулона) и связывает поток вектора индукции электрического поля с объемной плотностью зарядов в виде:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^N q_i = \int_V \rho dV,$$

где ρ – объемная плотность заряда, находятся внутри замкнутой поверхности S ; V – объем внутри замкнутой поверхности. *Смысл его состоит в том, что источником потенциального электрического поля являются заряды.*

Четвертое уравнение Максвелла выражает теорему Гаусса для индукции магнитного поля

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Смысл этого уравнения в том, что оно иллюстрирует отсутствие в природе магнитных зарядов и замкнутость линий вектора магнитной индукции.

Уравнения Максвелла в интегральной форме определяют не векторы \vec{E} , \vec{B} , \vec{D} и \vec{H} в отдельных точках пространства, а некоторые интегральные величины, зависящие от распределения этих характеристик поля: циркуляцию векторов \vec{E} и \vec{H} вдоль произвольных замкнутых контуров и потоки векторов \vec{B} и \vec{D} через произвольные замкнутые поверхности.

В большинстве случаев удобно иметь вместо интегральных уравнений – уравнения в дифференциальной (локальной) форме. Поэтому приведем их для справки:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \text{div} \vec{D} = \rho, \quad \text{div} \vec{B} = 0.$$

Физический смысл уравнений Максвелла в дифференциальной форме аналогичен физическому смыслу этих уравнений в интегральной форме.

Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной форме не образуют полной замкнутой системы, так как не содержат постоянных величин, характеризующих свойства среды, в которой возбуждено поле. Поэтому их дополняют соотношениями, в которые эти постоянные входят. Эти соотношения называются *материальными уравнениями*. Для изотропных неферромагнитных и несегнетоэлектрических сред они имеют вид:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j}_{\text{пр}} = \sigma \vec{E}.$$

Проницаемости ϵ и μ определяют тот вклад в электромагнитное поле, который вносят связанные заряды, входящие в состав электрически нейтральных атомов и молекул вещества. Объемная плотности заряда ρ и плотность тока $\vec{j}_{\text{пр}}$ в материальных уравнениях – это плотности свободных зарядов и токов, причем вспомогательные векторы \vec{D} и \vec{H} , вводятся так, чтобы циркуляция вектора \vec{H} определялась только движением свободных зарядов, а поток векто-

ра \vec{D} – плотностью распределения этих зарядов в пространстве.

Полученная система семи уравнений является полной, т. е. нельзя ни добавить, ни убавить к этой системе какое-либо другое уравнение.

Уравнения Максвелла являются фундаментальными уравнениями классической макроскопической электродинамики, описывающими электромагнитные явления в любой покоящейся среде и в вакууме. Они связывают величины, характеризующие электромагнитное поле, с его источниками, т. е. с распределением в пространстве электрических зарядов и токов.

Теория Максвелла не только объяснила уже имеющиеся известные факты, но и предсказала существование электромагнитных волн и привела Максвелла к созданию электромагнитной теории света, согласно которой, свет представляет собой также электромагнитные волны.

Контрольные вопросы

- Что является причиной возникновения вихревого электрического поля?
- Чему равна циркуляция вихревого электрического поля?
- Почему вводится понятие тока смещения? Что он собой по существу представляет?
- Выведите и объясните выражение для плотности тока смещения.
- Запишите, объяснив физический смысл, обобщенную теорему о циркуляции вектора напряженности магнитного поля.
- Запишите полную систему уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной форме и объясните их физический смысл.
- Почему постоянные электрические и магнитные поля можно рассматривать обособленно друг от друга?
- Почему уравнения Максвелла в интегральной форме являются более общими?
- Какие основные выводы можно сделать на основе теории Максвелла?

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

65. Колебательные процессы. Гармонические колебания

Движения, обладающие той или иной степенью повторяемости, называются *колебаниями*.

Если значения физических величин, изменяющихся в процессе движения, повторяются через равные промежутки времени, то такое движение называется *периодическим*. В зависимости от физической природы колебательного процесса и «механизма» его возбуждения различают *механические* и *электромагнитные* колебания. Колебательную систему вне зависимости от ее физической природы называют *осциллятором*. Примером осциллятора может служить колеблющийся груз, подвешенный на пружине или нити.

Полным колебанием называют один законченный цикл колебательного движения, после которого оно повторяется в том же порядке.

По способу возбуждения колебания делят на:

– *свободные* (собственные), происходящие в представленной самой себе системе около положения равновесия после какого-либо первоначального воздействия;

– *вынужденные* – происходящие при периодическом внешнем воздействии;

– *параметрические* – происходящие при изменении какого-либо параметра колебательной системы;

– *автоколебания* – происходящие в системах, самостоятельно регулирующих поступление внешних воздействий.

Собственные колебания являются не только самыми распространенными, но и самыми важными с точки зрения теории колебаний, так как условия возникновения и характер всех других типов колебаний существенно зависят от характера собственных колебаний.

Несмотря на большое разнообразие колебательных процессов, все они совершаются по некоторым общим закономерностям и могут быть сведены к совокупности простейших *гармонических* колебаний (рис. 74), которые описываются периодическим законом:

$$\xi(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \text{ или } \xi(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где $\xi(t)$ – периодически изменяющаяся величина (смещение, сила, заряд и т.д.), ω_0 – циклическая частота.

Любое колебательное движение характеризуется *амплитудой* A – максимальным отклонением колеблющейся точки от положения равновесия. Колебания точки, происходящие с постоянной амплитудой, называют *незатухающими*, а колебания с постепенно уменьшающейся амплитудой – *затухающими*.

Циклической или круговой частотой периодических колебаний называется число полных колебаний, совершаемых за время 2π секунд: $\omega_0 = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$.

Частотой ν периодических колебаний называют число полных колебаний, совершаемых за единицу времени. Единицей частоты колебаний является герц [ν] = [Гц].

Время, в течение которого совершается одно полное колебание, называют *периодом колебаний* $T = 1/\nu$.

Аргумент синуса или косинуса $\Phi(t) = \omega_0 t + \varphi_0$ называется *фазой колебаний*. Фаза колебаний представляет собой угловую меру времени, прошедшего от начала колебаний.

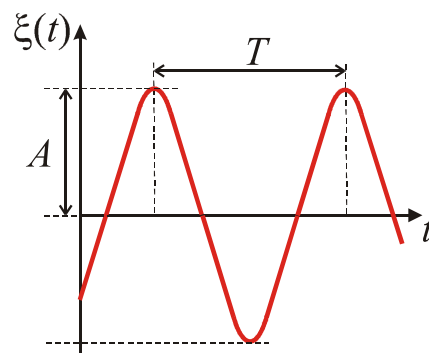


Рис. 74. Гармоническое колебание

66. Дифференциальное уравнение свободных (собственных) колебаний

Первая (скорость) и вторая (ускорение) производные по времени от гармонически колеблющейся величины $\xi(t)$ также совершают гармонические колебания с той же циклической частотой ω_0 :

$$v = \frac{d\xi}{dt} = A_0 \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0);$$
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -A_0 \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Из последнего выражения видно, что ξ удовлетворяет уравнению:

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + \omega_0^2 \xi = 0.$$

Это уравнение называется *дифференциальным уравнением свободных колебаний*. Его решение имеет вид:

$$\xi(t) = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Значение этой гармонической функции в начальный момент времени $t = 0$ определяется начальной фазой φ_0 и амплитудой колебаний A_0 . У одной и той же системы эти значения могут быть различными при разных способах возбуждения колебаний. Чтобы описать собственные колебания, нужно задать либо начальное значение колеблющейся величины $\xi(0)$, либо её начальную скорость $v(0) = \frac{d\xi}{dt}$, либо сделать и то, и другое одновременно. Знание начальных условий позволяет определить φ_0 и A_0 из очевидных уравнений:

$$\xi(0) = A_0 \sin \varphi_0 \text{ и } v(0) = A_0 \omega_0 \cos \varphi_0.$$

Решение этих уравнений имеет вид:

$$A_0 = \sqrt{\xi(0)^2 + \frac{v(0)^2}{\omega_0^2}}, \quad \varphi_0 = \arctg \frac{\omega_0 \xi(0)}{v(0)}.$$

67. Простейшие колебательные системы

Рассмотрим свободные колебания, происходящие в системе с одной сте-

пению свободы (одномерный осциллятор). Примерами таких систем являются: колебательный контур, пружинный, физический и математический маятники.

Пружинный маятник – это груз массой m , закрепленный на абсолютно упругой пружине с жесткостью k и совершающий колебания под действием силы упругости $F_{\text{упр}} = -kx$ вдоль оси x (рис. 75).

Движение груза можно описать на основе второго закона Ньютона:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \text{ или } m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0.$$

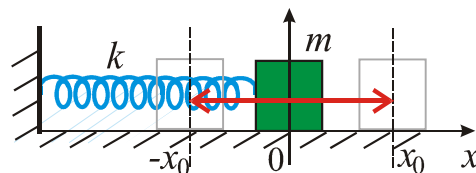


Рис. 75. Колебание груза на пружине

Сравнивая это уравнение с дифференциальным уравнением свободных колебаний, видим, что положение маятника на оси x изменяется по гармоническому закону $x(t) = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ с циклической

частотой $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ и периодом колебаний $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$.

Физический маятник – это твердое тело, которое при отклонении от вертикали на небольшой угол α совершает под действием силы тяжести колебания вокруг закрепленной горизонтальной оси, не проходящей через центр масс тела (рис. 76).

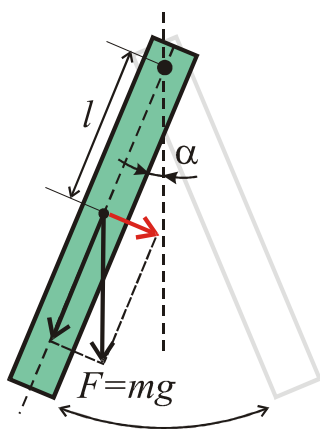


Рис. 76. Физический маятник

Если известен момент инерции тела J относительно оси вращения, то уравнение вращательного движения запишется в виде

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = M = -mgl \sin \alpha,$$

где l – расстояние от оси до центра тяжести тела. Знак минус в правой части показывает, что при увеличении угла α момент силы тяжести вызывает его уменьшение (вектор углового перемещения и вектор момента силы направлены в разные стороны). Для малых углов отклонения $\sin \alpha \approx \alpha$, тогда

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J} \alpha = 0.$$

Следовательно, физический маятник совершает гармонические колебания по закону $\alpha(t) = \alpha_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ с циклической

частотой $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{J}}$ и периодом

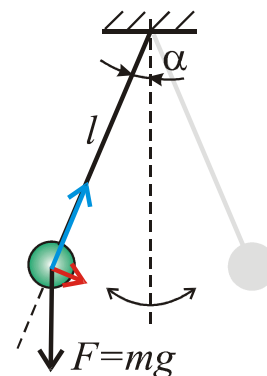


Рис. 77. Математический маятник

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}, \text{ где } L = \frac{J}{ml} \text{ – приведенная длина физического маятника.}$$

Математический маятник - это предельная модель физического маятника, в которой вся масса m сосредоточена в материальной точке, колеблющейся на невесомой и недеформируемой нити длиной l (рис. 77). Момент инерции материальной точки относительно оси вращения определяется как $J = ml^2$. Следовательно, материальная точка будет также совершать гармонические колебания с циклической частотой и периодом соответственно равными

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ и } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

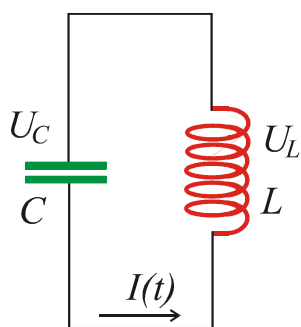


Рис. 78. Закрытый колебательный контур

Идеальный электрический контур - это электрическая цепь, состоящая из конденсатора емкостью C и катушки индуктивности L с бесконечно-малым активным сопротивлением R (рис. 78).

Согласно закону Ома для участка цепи:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_s,$$

где $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$ - ЭДС самоиндукции; $U = (\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{q}{C}$ - напряжение на конденсаторе; q - заряд на конденсаторе.

Так как активное сопротивление мало, то его можно принять равным нулю. Тогда, учитывая, что $I = \frac{dq}{dt}$, получим:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0.$$

Сравнивая это уравнение с дифференциальным уравнением свободных колебаний, видим, что заряд q на обкладках конденсатора изменяется по гармоническому закону $q(t) = q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ с циклической частотой $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ и периодом $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Последнее выражение называется *формулой Томсона*.

68. Энергия гармонических колебаний

Кинетическую энергию колеблющегося тела (материальной точки) можно вычислить, если в выражение для кинетической энергии $W_k = \frac{mv^2}{2}$ подставить скорость в виде $v = A_0\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. В результате получим:

$$W_k = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенциальная энергия колебаний, обусловленная, например действием упругой силой, определяется как эквивалент работы, необходимой для смещения тела на расстояние x от положения равновесия:

$$W_p = -\int_0^x F dx = \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{2} k A_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Учитывая, что $k = \omega_0^2 m$, получим:

$$W_p = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Из этих выражений видно, что кинетическая и потенциальная энергии колеблющегося груза на пружине изменяются со временем, причем, когда кинетическая энергия максимальна, потенциальная энергия обращается в нуль, и наоборот. Используя известные тригонометрические равенства: $\sin^2 \varphi = 1 - \cos^2 \varphi$ и $\cos^2 \varphi = \frac{1}{2} [1 + \cos 2\varphi]$ можно показать, что период колебания кинетической и потенциальной энергий вдвое меньше периода колебаний системы (рис. 79).

Складывая кинетическую и потенциальную энергии, получим выражение для полной механической энергии:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} m \omega_0^2 A_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{1}{2} m \omega_0^2 A_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \\ &= \frac{m \omega_0^2 A_0^2}{2} [\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)] = \frac{m \omega_0^2 A_0^2}{2}. \end{aligned}$$

Полная механическая энергия гармонического колебания постоянна и пропорциональна квадрату амплитуды и квадрату частоты. Постоянство полной механической энергии обусловлено отсутствием потерь энергии на совершение работы против сил сопротивления.

При свободных гармонических колебаниях в колебательном контуре происходит периодическое преобразование энергии W_e электрического поля конденсатора в энергию W_m магнитного поля катушки индуктивности и наоборот:

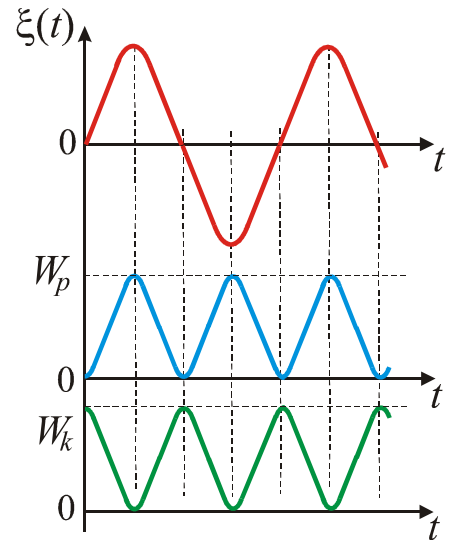


Рис. 79. Изменение потенциальной и кинетической энергий

$$W_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0), \quad W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Полная энергия электромагнитных колебаний также не изменяется с течением времени и равна:

$$W = W_e + W_m = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2} = \text{const}.$$

Контрольные вопросы

- Какие движения называются колебаниями?
- Почему возможен единый подход при изучении колебаний различной физической природы?
- Дайте определения амплитуды, фазы, периода, частоты, циклической частоты колебания.
- Выведите формулы для скорости и ускорения гармонически колеблющейся точки как функции времени.
- От чего зависят амплитуда и начальная фаза гармонических механических колебаний?
- Что называется гармоническим осциллятором, пружинным маятником, физическим маятником и математическим маятником?
- Выведите формулы для периодов колебаний пружинного, физического и математического маятников.
- Что такое приведенная длина физического маятника?
- Какие процессы происходят при свободных гармонических колебаниях в колебательном контуре?
- Чем определяется период свободных гармонических колебаний в колебательном контуре?
- Запишите и проанализируйте дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний в контуре.
- Выведите и прокомментируйте формулы для кинетической, потенциальной и полной энергии при гармонических колебаниях.

69. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение

Затуханием колебаний называется постепенное ослабление колебаний с течением времени, обусловленное потерей энергии колебательной системы.

В случае механических колебаний энергия постепенно расходуется на работу против сил, тормозящих движение. Затухание в электрических колебательных системах вызывается тепловыми потерями и потерями на излучение электромагнитных волн. Поэтому свободные колебания под действием сил трения и сопротивления всегда затухают.

Закон затухания колебаний определяется свойствами колебательных систем. Если физические свойства не изменяются с течением времени, то система называется *линейной*. Различные по своей природе линейные системы описываются одинаковыми уравнениями, что позволяет осуществить единый подход к изучению колебаний различной физической природы.

Пусть точка совершает линейное гармоническое колебание в вязкой среде под действием силы упругости $F_{\text{упр}} = -kx$. Из опыта известно, что сила сопротивления среды зависит от скорости и направлена в сторону, противоположную скорости. При малых скоростях: $F_{\text{сопр}} = -b \cdot v = -b \frac{dx}{dt}$, где b – постоянная величина, называемая коэффициентом сопротивления среды.

Тогда уравнение движения материальной точки будет происходить по закону:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt}.$$

Введем обозначения: $\beta = \frac{b}{2m}$ и $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$. Получим:

чим:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0.$$

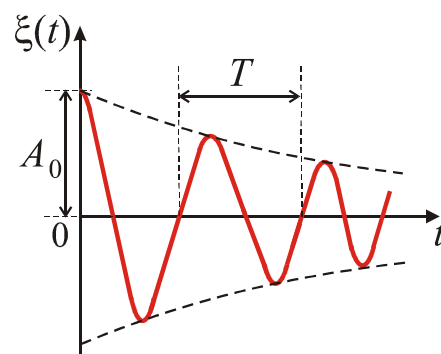


Рис. 80. Затухающие колебания

В случае электромагнитных колебаний изменение заряда конденсатора будет описываться уравнением:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0,$$

где $\beta = \frac{R}{2L}$, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$. Поскольку оба уравнения тождественны по форме, то можно утверждать, что *общее дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний* рассмотренных линейных систем имеет вид

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + 2\beta \frac{d\xi}{dt} + \omega_0^2 \xi = 0,$$

где ξ – изменяющаяся при колебаниях физическая характеристика системы, β – коэффициент затухания, ω_0 – собственная частота колебания. Если $\beta = 0$, то данное уравнение преобразуются в уравнение для свободных незатухающих колебаний.

В случае малых затуханий ($\beta^2 \ll \omega_0^2$) решением данного уравнения является функция:

$$\xi(t) = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Выражение $A = A_0 e^{-\beta t}$ называется *амплитудой затухающего колебания*. Амплитуда уменьшается с течением времени тем быстрее, чем больше коэффициент затухания β (рис. 80).

Постоянные величины A_0 и φ_0 зависят от начальных условий, т.е. от значений $\xi(t)$ и $\frac{d\xi(t)}{dt}$ в начальный момент времени $t = 0$.

70. Частота затухающих колебаний. Логарифмический декремент затухания. Время релаксации. Добротность колебательной системы

Подставляя функцию $\xi(t)$ и её производные по времени в *дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний*, найдем, что значение циклической частоты определяется как: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$. Здесь следует заметить, что затухающие колебания не являются в прямом смысле периодическими, так как максимальные значения колеблющейся величины $\xi(t)$, достигаемые в некоторый момент времени, в последующем никогда не повторяются. Тем не менее, $\xi(t)$ обращается в нуль и достигает минимальных и максимальных значений через равные промежутки времени: $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$. Поэтому величины ω и

T обычно называют *циклической частотой* и *периодом* затухающих колебаний.

Наглядной характеристикой затухания является отношение значений двух амплитуд, соответствующих промежутку времени в один период. Это отношение называют *декрементом затухания* θ :

$$\theta = \frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T},$$

а его натуральный логарифм

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}$$

называется *логарифмическим декрементом затухания*. Здесь $\tau = 1/\beta$ – *время релаксации*; N – число колебаний, по истечении которых амплитуда колебаний

уменьшается в e раз.

Другой количественной характеристикой затухающих колебаний является безразмерная величина Q , называемая *добротностью* и равная произведению 2π на отношение энергии $W(t)$ колебательной системы в произвольный момент времени к убыли этой энергии за один условный период колебаний:

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}.$$

Поскольку энергия $W(t)$ пропорциональна квадрату амплитуды $A(t)$, то

$$Q = 2\pi \frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta}}.$$

При малых значениях логарифмического декремента затухания ($\delta \ll 1$) выражение $(1 - e^{-2\delta}) \approx 2\delta$ и тогда

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \frac{\omega_0}{2\beta}.$$

Например, добротность электрического колебательного контура равна:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

При увеличении трения или сопротивления период колебаний увеличивается и при $\delta \geq \omega_0$ движение вообще перестает быть колебательным. Данный режим движения называется *апериодическим*.

71. Вынужденные колебания. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение

Чтобы в реальной колебательной системе получить незатухающие колебания, надо каким-то образом компенсировать потери энергии. Одним из самых распространенных способов компенсации является непрерывное воздействие на колебательную систему периодического фактора $X(t)$, изменяющегося по гармоническому закону: $X(t) = X_0 \cos \omega t$. В случае механических колебаний таким фактором является вынуждающая сила $F(t) = F_0 \cos \omega t$, где F_0 – амплитуда силы, ω – циклическая частота колебаний вынуждающей силы. В случае электрического колебательного контура роль $X(t)$ играет подводимая к контуру внешняя ЭДС $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos \omega t$ или переменное напряжение $U(t) = U_0 \cos \omega t$. Тогда уравнения колебаний, например, пружинного маятника и заряда конденса-

тора будут соответственно иметь вид

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx + b \frac{dx}{dt} = F_0 \cos \omega t,$$

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = U_0 \cos \omega t.$$

Поскольку оба уравнения одинаковы по форме, то *дифференциальное уравнение вынужденных колебаний* можно представить как:

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + 2\beta \frac{d\xi}{dt} + \omega_0^2 \xi = Z_0 \cos \omega t,$$

где ξ – изменяющаяся при колебаниях физическая характеристика системы, β – коэффициент затухания, ω_0 – собственная частота колебания, Z_0 – удельная амплитуда вынуждающего фактора ($Z_0 = F_0/m$, или $Z_0 = U_0/L$).

Это уравнение – линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка. Его решение, как известно из высшей математики, представляет собой сумму общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения:

$$\xi(t) = \xi_{\text{затух}}(t) + \xi_{\text{вынуж}}(t).$$

Слагаемое $\xi_{\text{затух}}(t)$ играет заметную роль только в начальной стадии процесса – при установлении колебаний. С течением времени из-за экспоненциального множителя $e^{-\beta \cdot t}$ роль слагаемого $\xi_{\text{затух}}(t)$ уменьшается и через некоторое время им можно пренебречь, сохраняя в решении только слагаемое $\xi_{\text{вынуж}}(t)$. При этом физически процесс установления колебаний будет происходить так. Сначала в течение некоторого времени амплитуда колебаний возрастает, а затем, когда работа вынуждающей силы сравнивается с энергией потерь, наступает процесс установившихся колебаний с постоянной амплитудой, зависящей от величины вынуждающей силы и ее частоты.

Решение дифференциального уравнения *вынужденных колебаний* при установившемся движении имеет вид:

$$\xi_{\text{вынуж}}(t) = A \cos(\omega t - \varphi),$$

где $A = \frac{Z_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}$ – амплитуда; $\varphi = \arctg \frac{2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)}$ – фаза колеба-

ний; ω – частота вынужденных колебаний.

72. Амплитуда и фаза вынужденных колебаний. Резонанс, условия его возникновения

Проанализируем зависимость амплитуды вынужденных колебаний A от частоты ω .

Если $\omega \rightarrow 0$, то амплитуда достигает предельного значения $A_0 = \frac{Z_0}{\omega_0^2}$, которое называется *статическим отклонением*. В случае механических колебаний $A_0 = \frac{F_0}{m\omega_0^2}$, а в случае электромагнитных колебаний $A_0 = \frac{U_0}{L\omega_0^2}$.

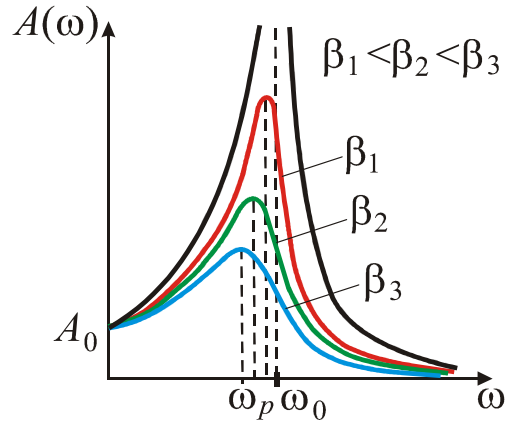


Рис. 81. Амплитуда вынужденных колебаний

Если $\omega \rightarrow \infty$, то амплитуда вынужденных колебаний стремится к нулю. При некоторой частоте ω_p амплитуда вынужденных колебаний будет иметь максимальное значение (рис. 81).

Явление, при котором амплитуда вынужденных колебаний резко возрастает, называется резонансом.

Максимум амплитуды определяется минимумом знаменателя в выражении для A . Поэтому, чтобы найти *резонансную частоту*, приравняем к нулю производную:

$$\frac{d}{d\omega} [(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2\omega] = 0 \Rightarrow -4\omega_0^2\omega + 4\omega^3 + 8\beta^2\omega = 0.$$

После несложных преобразований, получим: $\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$. Соответствующая резонансной частоте амплитуда колебаний будет равна:

$$A_p = \frac{Z_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Из формулы видно, что чем меньше коэффициент затухания, тем больше резонансная амплитуда. В случае малого затухания, когда $\delta^2 \ll \omega_0^2$, резонансная амплитуда

$$A_p = \frac{Z_0}{2\beta\omega_0} = \frac{\omega_0}{2\delta} \frac{Z_0}{\omega_0^2} = A_0 \cdot Q,$$

где Q – добротность колебательной системы. Если $\beta = 0$, то амплитуда A_p становится бесконечно большой.

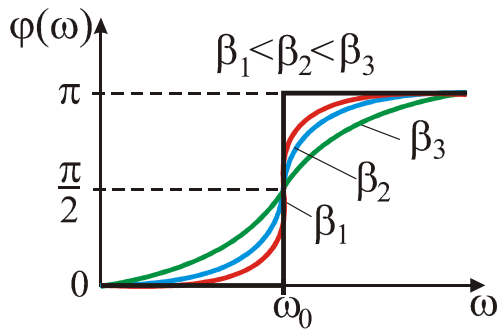


Рис. 82. Фаза вынужденных колебаний

При резонансе наступают наиболее благоприятные условия для поступления энергии в колеблющуюся систему от источника внешней силы. Увеличение амплитуды происходит до тех пор, пока вся работа внешней силы не сравняется с энергией потерь.

Фаза φ установившихся колебаний входит в уравнение со знаком минус. Это означает что, если $\varphi > 0$, то колебание системы запаздывает относительно колебания вынуждающего фактора, если $\varphi < 0$, то опережает. При $\omega_p = \omega_0$ функция тангенса фазы ($\operatorname{tg} \varphi \rightarrow \infty$) терпит разрыв. Поведение самой фазы в области резонанса отмечается скачкообразным изменением на величину π . Плавность скачка зависит от коэффициента затухания: чем он больше, тем плавнее изменяется фаза (рис. 82).

Контрольные вопросы

- Запишите дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение.
- По какому закону изменяется амплитуда затухающих колебаний?
- Являются ли затухающие колебания периодическими?
- Что такое коэффициент затухания, декремент затухания и логарифмический декремент затухания?
- В чем заключается физический смысл этих величин?
- При каких условиях наблюдается апериодическое движение?
- Что такое вынужденные колебания?
- Запишите дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение.
- От чего зависит амплитуда вынужденных колебаний? Что называется резонансом? Какова его роль?
- Почему добротность является важнейшей характеристикой резонансных свойств системы?
- Как изменяется сдвиг фаз между смещением и вынуждающей силой при резонансе?

73. Сложение колебаний одного направления и одинаковой частоты

Решение ряда задач, связанных с колебаниями, значительно облегчается, если гармоническое колебание представить графически с помощью вращающегося на плоскости вектора. Для этого из точки O оси x отложим вектор дли-

ной A , который в начальный момент времени образует с ней угол φ_0 . Приведем вектор во вращение с постоянной угловой скоростью ω . Проекция конца вектора при этом начинает перемещаться по оси x в пределах $[-A, +A]$ по гармоническому закону $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$. Такая схема представления колебаний называется *векторной диаграммой* (рис. 83).

Теперь с помощью векторной диаграммы рассмотрим сложение двух гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты $\omega_1 = \omega_2 = \omega$.

Допустим, что эти колебания совершаются системой по закону

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad x_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Представим оба колебания с помощью двух векторов \vec{A}_1 и \vec{A}_2 . Построим по правилу сложения векторов результирующий вектор \vec{A} . Легко видеть, что проекция этого вектора на ось x равна сумме проекций слагаемых векторов: $x = x_1 + x_2$ (рис. 84). Следовательно, вектор \vec{A} представляет собой результирующее колебание.

Поскольку векторы \vec{A}_1 и \vec{A}_2 вращаются с одинаковой угловой скоростью, то и результирующий вектор \vec{A} вращается с той же угловой скоростью ω , так что сдвиг фаз между ними $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ остается постоянным. Такие колебания называются *когерентными*.

Уравнение результирующего колебания запишется в виде:

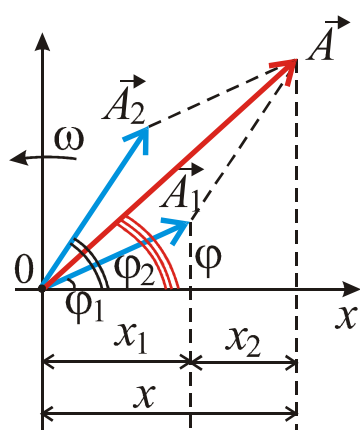


Рис. 84. Сложение однонаправленных колебаний

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi),$$

где A – амплитуда результирующего колебания, вычисляемая по теореме косинусов:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

φ – начальная фаза, определяемая соотношением:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Таким образом, линейная система, участвуя в двух гармонических колебаниях, происходящих в одном направлении с одинаковой частотой, совершает гармонические колебания в том же направлении и с той же частотой, что и со-

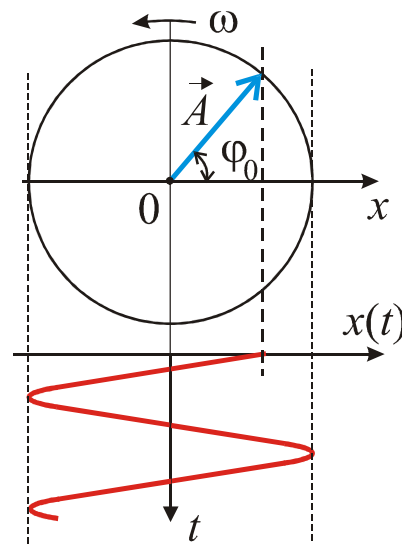


Рис. 83. Векторная диаграмма

ставляющие колебания.

Величина амплитуды результирующего колебания зависит от сдвига фаз $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ составляющих колебаний следующим образом:

а) если $\varphi_2 - \varphi_1 = 2n\pi$, то $A = A_1 + A_2$,

б) если $\varphi_2 - \varphi_1 = (2n + 1)\pi$, то $A = |A_1 - A_2|$,

в) если $\varphi_2 - \varphi_1 = \left(\frac{2n + 1}{2}\right)\pi$, то $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

74. Биения

Гармонические колебания, частоты которых различны ($\omega_1 \neq \omega_2$), некогерентны. Векторы \vec{A}_1 и \vec{A}_2 вращаются с различной угловой скоростью, так что построенный на них параллелограмм непрерывно деформируется, а его диагональ – результирующий вектор \vec{A} – пульсирует по длине и вращается с переменной угловой скоростью, т.е. в результате сложения получается негармоническое колебание.

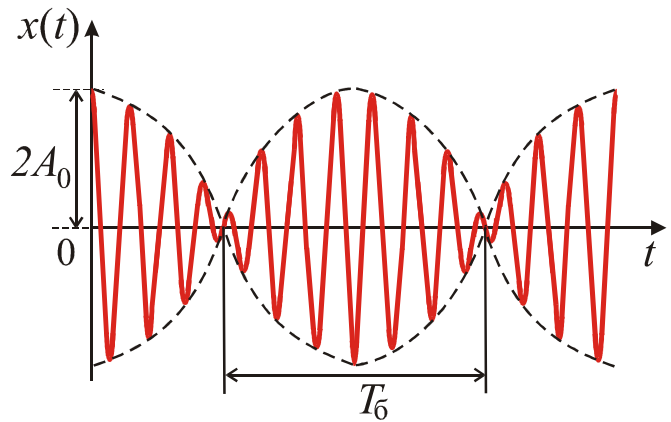


Рис. 85. Биения

Рассмотрим случай, когда разность частот складываемых колебаний мала. Для этого предположим, что $A_1 = A_2 = A_0$, $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_0$, $\omega_1 = \omega$, а $\omega_2 = \omega + \Delta\omega$, причем $\Delta\omega \ll \omega$. Тогда результирующее колебание будет происходить по закону:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A_0 [\cos(\omega_1 t + \varphi_0) + \cos(\omega_2 t + \varphi_0)].$$

Преобразуем это выражение, учитывая, что $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Получим

$$x(t) = 2 \cdot A_0 \cos \left[\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t \right] \cos \left[\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t + \varphi_0 \right] = 2A_0 \cos \left(\frac{\Delta\omega}{2} \cdot t \right) \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Обозначим $A = 2A_0 \cos \frac{\Delta\omega}{2} \cdot t$. Тогда $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$, т.е. результирующее колебание можно рассматривать как гармоническое колебание с частотой ω , амплитуда которого медленно изменяется по закону $A(t) = \left| 2A_0 \cos \frac{\Delta\omega}{2} \cdot t \right|$ с пе-

риодом изменения $T_{\text{б}} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$.

Такое постепенное возрастание и убывание амплитуды результирующего колебания называется *биением*. Переменную $A(t)$ условно называют *амплитудой биений*, а $\Delta\omega = |\omega_2 - \omega_1|$ – *циклической частотой биений* (рис. 85).

Явлением биений пользуются настройщики музыкальных инструментов, которые судят по исчезновению биений о точном совпадении частоты струн и эталонного источника звука.

75. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

Рассмотрим движение точки, участвующей одновременно в двух колебаниях одинаковой частоты ω , происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях вдоль осей x и y . Для простоты выберем начало отчета так, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю:

$$x(t) = A_x \cos \omega t, \quad y(t) = A_y \cos(\omega t + \varphi).$$

Если из этих уравнений исключить время, то получим уравнение траектории результирующего колебания:

$$\frac{x^2}{A_x^2} - \frac{2xy}{A_x A_y} \cos \varphi + \frac{y^2}{A_y^2} = \sin^2 \varphi,$$

Видно, что траектория колебаний имеет форму эллипса, произвольно расположенного относительно координатных осей.

Ориентация эллипса в плоскости XOY , а также его размеры зависят от амплитуд складываемых колебаний и разности их начальных фаз. Рассмотрим частные случаи.

1. Пусть разность фаз $\varphi = 0$. Тогда $\left(\frac{x}{A_x} - \frac{y}{A_y}\right)^2 = 0$ или $y = \frac{A_y}{A_x} x$. Полу-

чили уравнение прямой линии, проходящей через начало координат и составляющей с осью x угол α , тангенс которого определяется соотношением $\text{tg } \alpha = A_y / A_x$. Результирующее смещение точки на этой прямой в каждый момент времени равно

$$\xi(t) = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{A_x^2 \cos^2 \omega t + A_y^2 \cos^2 \omega t} = A \cos \omega t.$$

Отсюда видим, что точка совершает вдоль прямой гармоническое колебание с амплитудой $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ и циклической частотой ω . Такие колебания назы-

ваются *линейно поляризованными* (рис. 86. а).

2. Пусть $\varphi = \pi$, тогда $\left(\frac{x}{A_x} + \frac{y}{A_y}\right)^2 = 0 \Rightarrow y = -\frac{A_y}{A_x}x$. Это также уравнение

прямой линии, но проходящей через другие квадранты. Результирующее гармоническое колебание точки происходит с той же амплитудой и частотой, что и в предыдущем случае (рис. 86. б).

3. Пусть $\varphi = \pm(\pi/2)$. Тогда: $\frac{x^2}{A_x^2} + \frac{y^2}{A_y^2} = 1$. Получили каноническую формулу

уравнения эллипса, ориентированного по осям x и y . Движение по этой траектории совершается по часовой стрелке при разности фаз $\varphi = \pi/2$, и против часовой стрелки при $\varphi = -\pi/2$. Такие колебания называются *эллиптически поляризованными* (рис. 86. в).

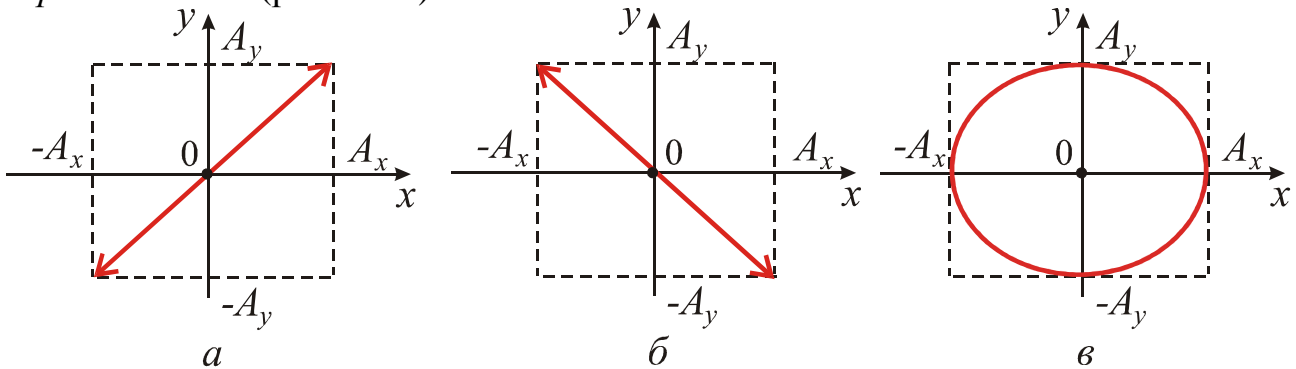


Рис. 86. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

Очевидно, что при равенстве амплитуд составляющих взаимно перпендикулярных колебаний $A_x = A_y = A$ получим равномерное движение точки по окружности. Такое движение называется *циркулярно поляризованным*.

76. Фигуры Лиссажу

В общем случае произвольных параметров ($\omega_x \neq \omega_y$, $A_x \neq A_y$) точка движется вдоль сложной траектории, локализованной в области, ограниченной по вертикали значением амплитуды A_y , а по горизонтали значением амплитуды A_x . При этом, если отношение частот не является рациональным числом (например $\omega_x/\omega_y = \sqrt{2}/1$), то кривая будет незамкнутой, и с течением времени заполнит собой весь прямоугольник. Если взаимно перпендикулярные колебания происходят с циклическими частотами $\omega_x = p\omega$ и $\omega_y = q\omega$, где p и q – целые числа:

$$x(t) = A_x \cos(p\omega t), \quad y(t) = A_y \cos(q\omega t + \varphi),$$

то за время, пока совершается p полных колебаний вдоль горизонтальной оси, происходит q полных колебаний вдоль вертикальной оси. Поэтому через рав-

ные промежутки времени T_0 равные наименьшему общему кратному периодов $T_x = 2\pi/p\omega$ и $T_y = 2\pi/q\omega$, точка возвращается в положение, из которого начала движение, т.е. траектория точки будет представлять собой замкнутую кривую.

В зависимости от соотношения частот, амплитуд и разности фаз получаются различные кривые, которые называются *фигурами Лиссажу*.

Например:

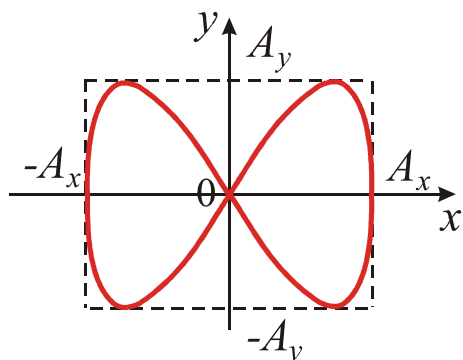


Рис. 87. Соотношение частот 1:2, разность фаз равно $\pi/2$

1. Пусть $\omega_x = \omega$, $\omega_y = 2\omega$, $\phi = \pi/2$. Уравнения колебаний вдоль осей x и y запишутся в виде:

$$\begin{aligned} x(t) &= A_x \cos \omega t, \\ y(t) &= A_y \cos(2\omega t + \pi/2). \end{aligned}$$

После несложных преобразований, получим, что форма траектории результирующего колебания описывается соотношением:

$$y = -\frac{2A_y x}{A_x} \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_x^2}}.$$

Графическая зависимость этой функции представлена на рисунке 87.

2. Пусть $\omega_x = \omega$, $\omega_y = 2\omega$, $\phi = 0$. В этом случае уравнение траектории имеет вид:

$$y = A_y \left(\frac{2x^2}{A_x^2} - 1 \right).$$

Она представляет собой незамкнутую кривую, по которой точка совершает возвратно-поступательное движение (рис. 88).

Рассмотренные выше примеры показывают, что различные сложные периодические движения могут быть представлены в виде суммы гармонических колебаний разных направлений, частот, амплитуд и начальных фаз.

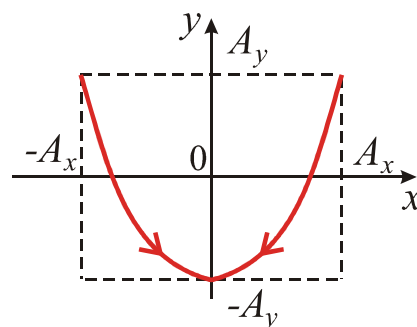


Рис. 88. Соотношение частот 1:2, разность фаз равно 0

Контрольные вопросы

- В чем заключается идея метода вращающегося вектора амплитуды?
- Что такое биения?
- Чему равна частота и период биений?
- Какова траектория точки, участвующей одновременно в двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаниях с одинаковыми периодами?

- В каких случаях траекторией движения точки является окружность, в каких – прямая линия?
- Как по виду фигур Лиссажу можно определить отношение частот складываемых колебаний?

77. Волновые процессы. Механизм образования и распространения механических волн в упругой среде

С волновой формой движения материи мы встречаемся буквально на каждом шагу. Звуковые волны, электромагнитные волны различных частотных диапазонов, волны на поверхности воды – это лишь немногие примеры, которые, не смотря на различную природу и условия их распространения, демонстрируют много общих закономерностей.

В первом приближении все среды можно считать *сплошными, непрерывно распределенными в пространстве и обладающими упругими свойствами*.

При рассмотрении механических колебаний мы не интересовались теми процессами, которые происходят в среде, окружающей колебательную систему. Её действие учитывалось путем введения в уравнение движения системы силы сопротивления (трения). На самом деле тело, колеблющееся в упругой среде, периодически воздействует на прилегающие к нему частицы, выводя их из положений равновесия и заставляя совершать вынужденные колебания. При этом среда деформируется, и в ней возникают упругие силы. Эти силы действуют как на прилегающие к телу частицы, стремясь вернуть их в положение равновесия, так и на более удаленные от тела частицы, выводя их из положений равновесия. Последние взаимодействуют со следующими частицами и т.д. Постепенно все более и более удаленные от колеблющегося тела области среды вовлекаются в колебательное движение. Скорость передачи колебаний определяется свойствами этой среды.

Такой процесс распространения возмущений в упругой среде называется *упругими (или механическими) волнами*.

Упругие волны бывают продольные и поперечные. В *продольных* волнах частицы среды колеблются в направлении распространения волны, а в *поперечных* – в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения. Продольные волны связаны с объемной деформацией упругой среды (сжатия и растяжения) и поэтому могут распространяться в любых средах – твердых, жидких и газообразных. Поперечные волны связаны с деформацией сдвига и, следовательно, могут образовываться и распространяться только в средах, обладающих упругостью формы, т.е. в твердых телах.

Особое место занимают *поверхностные волны* – распространяющиеся вдоль свободной поверхности жидкостей. В образовании и распространении этих волн определяющую роль играют силы поверхностного натяжения и тяжести. В поверхностных волнах частицы жидкости одновременно совершают поперечные и продольные колебания, описывая эллиптические или более сложные траектории.

При распространении колебаний в среде частицы не перемешаются вместе с волной, а лишь колеблются около своих положений равновесия. Поступательно перемещаются лишь фаза и энергия колебаний.

Упругая волна называется *гармонической*, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими.

Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковых фазах, называется *волновой поверхностью*. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания с одинаковой фазой к некоторому моменту времени t , называется *фронтом волны*. Фронт волны является частным случаем волновой поверхности.

78. Уравнение бегущей волны

Волна, распространяющаяся в пространстве от какого-либо источника, называется *бегущей волной*.

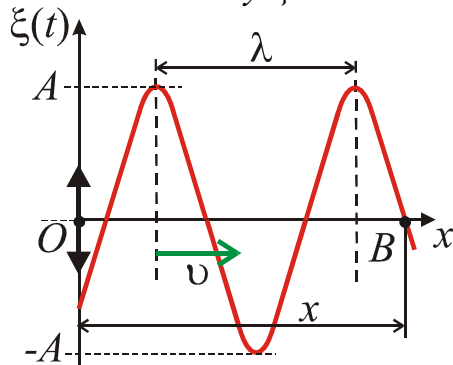


Рис. 89. Бегущая волна

определить как

$$\xi(x, t) = A \sin \omega(t - \tau) = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right).$$

Допустим, что в точке O упругой среды находится источник, который колеблется по закону $\xi(0, t) = A \sin \omega t$. Колебания, распространяющиеся в направлении точки B , лежащей на расстоянии x от точки O , дойдут до неё за промежуток времени $\tau = \frac{x}{v}$, где v – скорость распространения колебаний в данной среде. Если считать, что колебания не затухают, то смещение точки B в некоторый момент времени t можно

Следовательно, смещение $\xi(x, t)$ является не только гармонической функцией времени, но и гармонической функцией координаты. Это уравнение называется уравнением *бегущей волны*.

Графически волна представляется зависимостью смещения всех частиц среды в данный момент времени от *расстояния* до источника колебаний $\xi = \xi(x, t)$ (рис. 89).

В зависимости от формы волновой поверхности различают плоские, сферические и цилиндрические волны.

Уравнение *плоской* волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x , имеет вид:

$$\xi(x, t) = A \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right],$$

где A – амплитуда волны, ω – циклическая частота, φ_0 – начальная фаза вол-

ны; $\Phi(t) = \left[\omega(t - \frac{x}{v}) + \varphi_0 \right]$ – фаза волны.

Точечный источник колебаний возбуждает сферическую волну, у которой волновая поверхность является сферой. В сферической системе координат, волна определяется уравнением:

$$\xi(r, t) = \frac{A}{r} \sin \left[\omega(t - \frac{r}{v}) + \varphi_0 \right],$$

где r – расстояние от центра волны до рассматриваемой точки среды.

79. Длина волны и волновое число. Принцип суперпозиции. Фазовая и групповая скорость

Длиной волны λ называется наименьшее расстояние между ближайшими точками, колеблющимися в одинаковых фазах. Длина волны равна расстоянию, на которое распространяется гармоническая волна за один период колебания T

$$\lambda = vT.$$

Для характеристики волн используется *волновое число k* , характеризующее скорость изменения фазы в пространстве и равное количеству длин волн укладываемых на отрезке 2π :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}.$$

С учетом введенной величины, уравнение плоской бегущей волны, распространяющейся в положительном направлении оси x , примет вид:

$$\xi(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Уравнение волны, распространяющейся вдоль отрицательного направления оси x , отличается от этого уравнения знаком перед kx .

В общем случае уравнение плоской волны, распространяющейся в направлении радиус-вектора \vec{r} , можно записать в форме

$$\tilde{\xi}(\vec{r}, t) = A \exp[i(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi)],$$

где $i = \sqrt{-1}$, $\varphi = \varphi_0 - \pi/2$. Вектор \vec{k} называется *волновым вектором*, по модулю равный волновому числу k и направленный вдоль перпендикуляра к волновой поверхности в каждой точке среды. Физический смысл в этом выражении имеет только действительная часть комплексной величины $\xi(x, t) = \text{Re } \tilde{\xi}(x, t)$.

Скорость v в используемых уравнениях есть скорость распространения в пространстве точек поверхности, соответствующей любому фиксированному значению фазы и поэтому ее называют *фазовой скоростью*. Действительно, дифференцируя условие $(\omega t - kx + \varphi_0) = \text{const}$ по времени, получим:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = v.$$

Практически скорости распространения различных волн определяется следующим образом: продольных волн в тонком стержне $v = \sqrt{E/\rho}$, продольных волн в жидкости и в газе $v = \sqrt{K/\rho}$, поперечных волн в изотропном твердом теле $v = \sqrt{N/\rho}$, где E – модуль Юнга; ρ – плотность среды; K – модуль объемной упругости среды; N – модуль сдвига.

Любую несинусоидальную волну можно заменить эквивалентной ей системой синусоидальных волн – группой волн, или волновым пакетом. *Волновым пакетом* называется суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга по частоте, занимающая в каждый момент времени ограниченную область пространства. Сам принцип суперпозиции волн можно сформулировать следующим образом: *при распространении в линейной среде нескольких волн каждая из них распространяется так, как будто другие волны отсутствуют, а результирующее смещение частицы среды в любой момент времени равно геометрической сумме смещений, которые получают частицы, участвующие в каждом из слагаемых волновых процессов.*

Закономерность распространения несинусоидальной волны в линейной среде, проста только при условии, что *фазовая скорость волн не зависит от частоты*, т.е. если среда недиспергирующая. В этом случае все синусоидальные волны, образующие волновой пакет, имеют одинаковые фазовые скорости v и сигнал перемещается в среде не изменяя своей формы.

В диспергирующей среде синусоидальные составляющие волнового пакета перемещаются с разными скоростями и по мере распространения форма сигнала меняется. Поэтому за скорость распространения волнового пакета принимают скорость перемещения максимума его амплитуды (центра волнового пакета), которую называют *групповой скоростью*. Она равна скорости переноса энергии этой несинусоидальной волной и вычисляется как: $v_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk}$.

Связь между групповой и фазовой скоростями определяется соотношением

$$v_{\text{гр}} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$

80. Волновое уравнение. Энергия, переносимая упругой волной

В более общем случае распространение волны в однородной и изотроп-

ной среде описывается дифференциальным уравнением в частных производных:

$$\Delta \xi(\vec{r}, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(\vec{r}, t)}{\partial t^2},$$

которое называется *волновым уравнением*. Здесь v – фазовая скорость, Δ – оператор Лапласа. Решением волнового уравнения является уравнение любой волны.

В декартовой системе координат оператор Лапласа имеет вид: $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. Тогда волновое уравнение для плоской волны, распространяющейся вдоль оси x , запишется как:

$$\frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2},$$

где $\frac{\partial \xi(x, t)}{\partial t} = u_x$ – проекция на ось x скорости частицы среды, движущейся

около своего положения равновесия, $\frac{\partial \xi(x, t)}{\partial x} = \varepsilon$ – относительная деформация среды. При этом ε может быть больше нуля (растяжение), равна нулю или меньше нуля (сжатие).

Упругая среда, в которой распространяются механические волны, обладает как кинетической энергией колебательного движения частиц, так и потенциальной энергией, обусловленной деформацией. Объемные плотности этих энергий соответственно равны:

$$w_k = \frac{dW_k}{dV} = \frac{\rho u^2}{2} \text{ и } w_p = \frac{dW_p}{dV} = \frac{\rho v^2 \varepsilon^2}{2},$$

где ρ – плотность среды; u – скорость колебаний частиц среды; v – фазовая скорость волны; ε – относительная деформация.

Если продольная плоская волна распространяется вдоль оси x , то $u = \frac{d\xi}{dt}$,

а $\varepsilon = \frac{d\xi}{dx} = \frac{d\xi}{dt} \frac{dt}{dx} = -\frac{u}{v}$. Тогда объемная плотность энергии упругой волны равна:

$$w = w_k + w_p = \frac{\rho u^2}{2} + \frac{\rho v^2 \varepsilon^2}{2} = \rho \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2.$$

Для плоской бегущей гармонической волны $\xi(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$, поэто-

му

$$w = \rho A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kx + \varphi_0).$$

Таким образом, в каждой точке среды, охваченной волновым движением, объемная плотность энергии зависит как от координат, так и от времени. Эта закономерность справедлива для любых бегущих волн в упругой среде независимо ни от формы их волновых поверхностей, ни от типа деформации среды.

Поток энергии $d\Phi$, переносимый волной через площадку dS , перпендикулярную направлению распространения волны, за малый промежуток времени dt определяется как

$$d\Phi = \frac{dW}{dt} = \frac{wdV}{dt} = \frac{w(\vec{v} \cdot dt, d\vec{S})}{dt} = (\vec{U}, d\vec{S}),$$

где \vec{v} – вектор скорости переноса энергии, перпендикулярный волновой поверхности; $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$; \vec{n} – единичный вектор нормали к площадке dS ; $\vec{U} = w \cdot \vec{v}$ – вектор плотности потока энергии (вектор Умова-Пойнтинга). Этот вектор является важной характеристикой переноса энергии волной и сохраняет свое значение и в тех случаях, когда речь идет не только о колебаниях частиц, но и о волновом процессе изменения любых физических величин, например электрического или магнитного полей.

81. Когерентные волны. Интерференция волн

Когерентностью называется согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов. Две волны называются когерентными, если разность их фаз не зависит от времени.

Интерференцией волн называется явление наложения волн, при котором происходит их взаимное усиление в одних точках пространства и ослабления в других в зависимости от соотношения между фазами этих волн. Необходимым условием интерференции является когерентность складывающихся волн.

Рассмотрим наложение двух когерентных волн, возбуждаемых точечными источниками, колеблющимися с одинаковой амплитудой и частотой:

$$\xi_1 = \frac{A_0}{r_1} \cos[\omega t - kr_1 + \varphi_1] \text{ и } \xi_2 = \frac{A_0}{r_2} \cos[\omega t - kr_2 + \varphi_2],$$

где r_1 и r_2 – расстояние от источников до рассматриваемой точки.

Амплитуда результирующей волны в этой точке пространства будет равна

$$A = A_0 \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \delta},$$

где $\delta = k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2)$. Поскольку для когерентных источников $\varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$, то результат интерференции двух волн зависит от величины $(r_1 - r_2)$, называемой *геометрической разностью хода*, т.е. от положения точки наблюдения.

Точки пространства, в которых $A = A_0 \left| \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right|$, определяют положения поверхностей с минимальной амплитудой колебаний. В эти точки волны приходят в противофазе и частично или полностью (в случае $r_1 = r_2$) гасят друг друга. Положения *интерференционных минимумов* определяется из условия:

$$\delta = (2m + 1)\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Точки пространства, где $A = A_0 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$, определяют поверхности, на которых волны синфазны и, следовательно, амплитуды колебаний максимальны. Для этих точек, называемых *интерференционными максимумами*, выполняется соотношение $\delta = 2m\pi$. Числа $m = 0, 1, 2, \dots$ называются порядком интерференционного максимума или минимума.

Таким образом, при интерференции двух когерентных волн от точечных источников мы будем наблюдать в пространстве семейство гиперболоидов, отвечающих минимумам и максимумам колебаний.

82. Стоячие волны. Уравнение стоячей волны, узлы и пучности

Необычное перераспределение энергии колебаний происходит при наложении двух волн, бегущих навстречу друг другу, в том случае, когда разность фаз между волнами в процессе распространения волн остается постоянной. Такая ситуация реализуется при отражении бегущей волны от препятствия, например, при возбуждении упругой волны в струне, один из концов которой закреплен. При этом возникает отраженная волна, бегущая навстречу первой.

Пусть для простоты начальные фазы обеих волн равны нулю. Тогда результирующая волна будет суммой двух волн

$$\xi_1(x, t) = A_0 \cos(\omega t - kx) \quad \text{и} \quad \xi_2(x, t) = A_0 \cos(\omega t + kx).$$

Сложив эти уравнения и преобразовав результат сложения по формуле для суммы косинусов, получим:

$$\xi(x, t) = 2A_0 \cos(kx) \cos(\omega t).$$

Видим, что в результате наложения волн характер колебаний существенно изменился. Колебания во всех точках пространства происходят одновременно с одинаковой частотой ω , т. е. вся система колеблется как целое, причем пе-

передачи энергии в процессе колебаний от одной точки к другой не происходит. Каждая частица колеблется так, как это происходит при обычных колебаниях: в момент максимального смещения она имеет максимальную потенциальную энергию и нулевую кинетическую энергию. В каждый момент времени система частиц образует в пространстве периодическую структуру, форма которой определяется амплитудным множителем

$$A(x) = 2A_0 \cos(kx) = 2A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right).$$

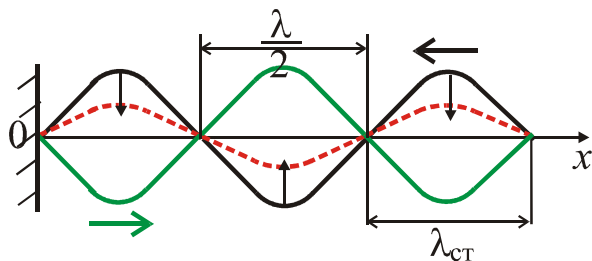


Рис. 90. Стоячая волна

В точках среды, где $x_{\text{пуч}} = \pm m \frac{\lambda}{2}$ амплитуда колебаний наибольшая и равна $2A_0$, а в точках $x_{\text{узл}} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}$ она равна нулю.

Здесь $m = 0, 1, 2, \dots$ – целые числа. Эти

точки называют соответственно *пучностями* и *узлами* волны. Узлы и пучности волны расположены друг от друга на расстоянии $\lambda_{\text{ст}} = \lambda/2$. При переходе через узел фаза колебаний изменяется на π .

Описанную картину колебаний во встречных бегущих волнах называют *стоячей волной* (рис. 90). Расстояние $\lambda_{\text{ст}}$ называют *длиной стоячей волны*.

83. Стоячие волны в струне с закрепленными концами

В натянутой струне, закрепленной с обоих концов, при возбуждении какого-либо произвольного поперечного возмущения возникнет довольно сложное нестационарное движение. Стационарное же движение в виде стоячей волны возможно лишь при вполне определенных частотах. Это связано с тем, что на закрепленных концах струны должны выполняться определенные граничные условия: в них смещение ξ все время должно равняться нулю. Значит, если в струне возбуждается стоячая волна, то концы струны должны быть ее узлами.

Отсюда следует, что на длине струны L должно укладываться целое число n полуволен:

$$L = n \frac{\lambda}{2}.$$

Из этого условия находим возможные

длины волн $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ и возможные частоты ко-

$$\omega_n = \frac{2\pi\nu}{\lambda_n} = \frac{\pi\nu}{L} n,$$

где

$n = 1, 2, 3, \dots$ – целые числа; ν – фазовая скорость волны, определяемая массой единицы длины струны.

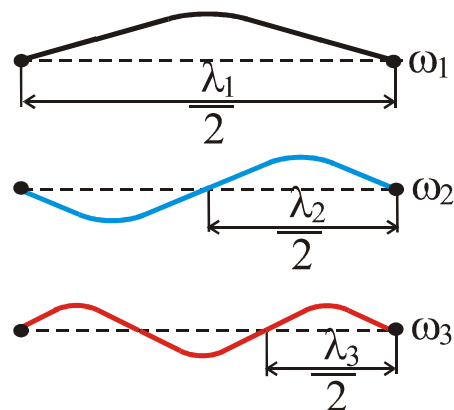


Рис. 91. Колебания струны

Частоты ω_n называют собственными частотами струны, или гармониками. Частоту ω_1 называют основной частотой, остальные $\omega_2, \omega_3, \dots$ – обертонами. В общем случае колебания струны представляют собой суперпозицию различных гармоник (спектр) (рис. 91).

Колебания струны примечательны тем, что в рамках классической физики возникает дискретный спектр одной из физических величин (частоты). Такая дискретность для классической физики является исключением, в отличие от квантовой физики.

84. Принцип Гюйгенса. Понятие о дифракции волн

Волны любой природы при распространении в среде с резкими неоднородностями испытывают отклонения от прямолинейного движения, характерного для однородной среды. Это явление называется *дифракцией*. Дифракция и интерференция, как проявление единой волновой природы движения, представляют физические явления, связанные с перераспределением энергии волнового движения в пространстве. Исторически сложилось так, что интерференцию связывают со сложением волн от конечного числа когерентных источников, а дифракцию – со сложением волн от бесконечного числа источников.

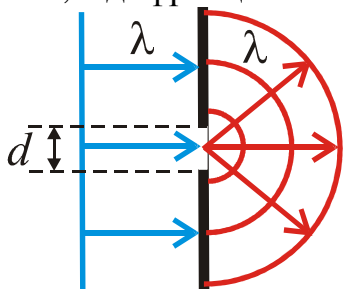


Рис. 92. Дифракция на малом отверстии

Упругие колебания передаются на большие расстояния не мгновенно, а распространяются постепенно, от одной точки среды к соседней. Это обстоятельство лежит в основе принципа Гюйгенса: *каждая точка волнового поля, пришедшая в колебание, становится сама источником вторичных волн, которые вследствие наложения и интерференции образуют результирующую волну, распространяющуюся дальше.*

С помощью принципа Гюйгенса можно найти вид фронта волны через малый промежуток времени dt . Для этого нужно из каждой точки волновой поверхности, являющейся источником вторичных волн, провести в направлении её распространения полусферу радиусом $dr = vdt$ (v – скорость распространения волн). Новый фронт получается как огибающая линия этих вторичных волн.

Принцип Гюйгенса позволяет также объяснить дифракцию. Для этого рассмотрим плоскую волну, падающую на поверхность экрана, в котором имеется отверстие, малое по сравнению с длиной волны ($d \ll \lambda$). Когда фронт волны дойдет до экрана, вторичные источники, расположенные в плоскости отверстия, создадут расходящуюся от него сферическую волну за экраном (рис. 92). Таким образом, волна распространяется за экраном, вообще говоря, непрямолинейно.

Аналогично можно показать, что в результате дифракции за малой по сравнению с длиной волны преградой не образуется геометрической тени, а преграда, соизмеримая с длиной волны, сильно рассеивает волны.

85. Электромагнитные волны

Электромагнитные волны – это переменное электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве с конечной скоростью.

Существование электромагнитных волн вытекает из уравнений Максвелла, которые в области пространства, не содержащей свободных электрических зарядов и макроскопических токов, имеют вид

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial B}{\partial t} dS; \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = 0; \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \frac{\partial D}{\partial t} dS; \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Если среда – однородный и изотропный диэлектрик, не обладающий сегнетоэлектрическими и ферромагнитными свойствами, то $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}$ и $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$, где ϵ и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

Векторы напряженностей \vec{E} и \vec{H} переменного электромагнитного поля удовлетворяют волновым уравнениям типа:

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad \Delta\vec{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2},$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа, $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ – фазовая

скорость электромагнитной волны, $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ – скорость света в вакууме.

Таким образом, электромагнитные поля действительно могут существовать в виде электромагнитных волн. Поскольку $\epsilon\mu > 1$, то $v < c$ – скорость распространения электромагнитных волн в веществе всегда меньше, чем в вакууме. Из теории Максвелла вытекают два важнейших следствия.

1. Векторы \vec{E} и \vec{H} напряженностей электрического и магнитного полей волны взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, перпендикулярной вектору \vec{v} скорости распространения волны, причем векторы \vec{E} , \vec{H} и \vec{v} образуют правовинтовую систему. Из перпендикулярности векторов \vec{E} и \vec{H} к направлению распространения волны следует, что электромагнитные волны – поперечные (рис. 93).

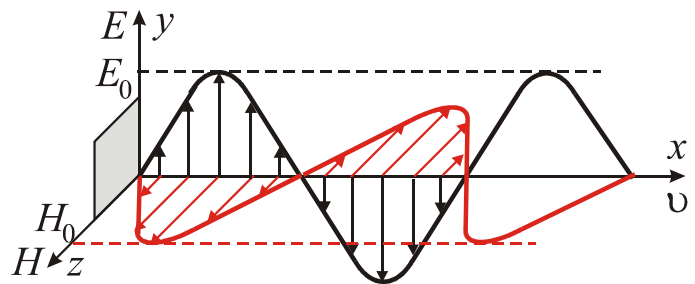


Рис. 93. Электромагнитная волна

2. В электромагнитной волне векторы \vec{E} и \vec{H} всегда колеблются в одинаковых фазах, причем мгновенные значения этих величин в любой точке связа-

ны соотношением

$$\sqrt{\epsilon\epsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H.$$

Следовательно, E и \vec{H} одновременно достигают максимума, одновременно обращаются в нуль и так далее.

Волновым уравнениям

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \text{ и } \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}$$

удовлетворяют плоские монохроматические электромагнитные волны

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) \text{ и } H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

где E_0 и H_0 – амплитуды напряженностей электрического поля и магнитного поля волны; ω – круговая частота волны; $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; φ – начальная фаза колебаний, одинаковая для \vec{E} и \vec{H} .

95. Энергия электромагнитных волн

Возможность обнаружения электромагнитных волн указывает на то, что они переносят энергию. Объемная плотность энергии электромагнитной волны складывается из объемных плотностей энергии электрического и магнитного полей

$$w = w_e + w_m = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

Так как $\sqrt{\epsilon\epsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H$, то $w = \sqrt{\epsilon\epsilon_0} \sqrt{\mu\mu_0}EH = \frac{EH}{v}$. Тогда плотность потока энергии равна $U = wv = EH$. Поскольку векторы \vec{E} , \vec{H} и \vec{v} образуют правовинтовую систему, то вектор Умова-Пойтинга будет иметь вид

$$\vec{U} = [\vec{E} \times \vec{H}].$$

Вектор \vec{U} направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

Скалярная величина I , равная модулю среднего значения вектора Умова-Пойтинга, называется интенсивностью волны. Интенсивность синусоидальной волны пропорциональна квадрату ее амплитуды.

87. Опыты Герца. Шкала электромагнитных волн

Существование электромагнитных волн было экспериментально обнаружено Г. Герцем в 1888 г., который первым осуществил переход от закрытого колебательного контура, слабоизлучающего электромагнитные волны, к открытому колебательному контуру.

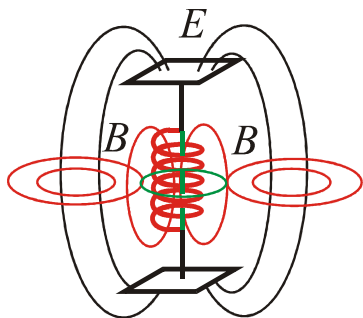


Рис. 94. Открытый колебательный контур

Дело в том, что при колебаниях в закрытом контуре электрическое и магнитное поля разделены в пространстве (электрическое поле сконцентрировано между обкладками конденсатора, а магнитное поле в середине катушки индуктивности). В пространстве вокруг закрытого контура поля практически отсутствуют. Чтобы контур излучал сильнее, нужно совместить электрическое и магнитное поля в одной и той же области пространства и затем расширить её. Этого можно достигнуть, раздвигая обкладки конденсатора и увеличивая расстояние между витками катушки так,

чтобы она вытянулась в прямолинейный провод (рис. 94).

Связь полей между собой обеспечивается тем, что они порождаются одним и тем же процессом – процессом колебаний в контуре. Действительно, изменение электрического поля со временем вызывает перемещение зарядов, т. е. возбуждает в проводе ток, который создает в пространстве вокруг себя изменяющееся магнитное поле. И наоборот, изменение магнитного поля вызывает ЭДС на разных участках провода и, значит, изменение в пространстве электрического поля. Переменное электромагнитное поле, которое образуется вокруг открытого контура, распространяется в пространстве в виде электромагнитных волн.

Открытый контур Герца, называемый *диполем* или *вибратором* Герца, представляет собой два одинаковых по длине проводящих стержня, снабженных небольшим воздушным зазором (искровым промежутком) (рис. 95). Для возбуждения колебаний вибратор подключался к источнику высокого напряжения (индуктор Румкорфа). По достижении пробивного напряжения в искровом промежутке возникала искра, которая соединяла половинки вибратора в один проводник. В вибраторе возникали свободные затухающие электромагнитные колебания высокой частоты, которые продолжались до тех пор, пока не погасла искра. Для того чтобы высокочастотные токи не уходили в обмотку индуктора, между вибратором и индуктором включались дроссели (дроссель – катушка с большой индуктивностью). В процессе колебаний вибратор излучал электромагнитные волны. Следует обратить внимание на то, что максимальный поток электромагнитной энергии излучается в плоскости, перпендикулярной оси диполя. Вдоль своей оси диполь не излучает энергии.

Прием электромагнитных волн в исследованиях Герца осуществлялся при помощи такого же приемного вибратора (но с меньшим искровым промежутком), позднее названного *резонатором Герца*. Электромагнитная волна, дошедшая до резонатора, возбуждала в нем вынужденные электромагнитные колебания, о наличии которых можно было судить по маленькой искре, возникавшей в искровом промежутке резонатора.

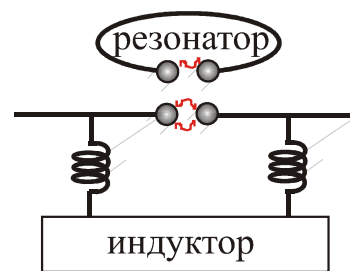


Рис. 95. Диполь Герца

Электромагнитные волны, обладая широким диапазоном частот (длин волн), отличаются по способам их генерации и регистрации, а также по своим свойствам. Ниже представлены различные виды электромагнитных волн.

Таблица 1

Вид излучения	Длина волны, м	Частота волны, Гц	Возможные источники излучения
Радиоволны	$10^{-3} - 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{12}$	Колебательный контур, вибратор Герца, ламповый генератор
<i>Световые волны:</i> а) инфракрасное излучение б) видимый свет в) ультрафиолетовое излучение	$5 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-7}$ $(8 - 4) \cdot 10^{-7}$ $4 \cdot 10^{-7} - 10^{-9}$	$6 \cdot 10^{11} - 2,75 \cdot 10^{14}$ $(3,75 - 7,5) \cdot 10^{14}$ $7,5 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{17}$	Лампы накаливания, газоразрядные лампы, лазеры
Рентгеновское излучение	$2 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-12}$	$1,5 \cdot 10^{17} - 5 \cdot 10^{19}$	Трубки Рентгена
Гамма – излучение	$< 6 \cdot 10^{-12}$	$> 5 \cdot 10^{19}$	Радиоактивный распад, ядерные и космические процессы

Контрольные вопросы

- Как объяснить распространение колебаний в упругой среде?
- Что такое волна?
- Что называется поперечной и продольной волной? Когда они возникают?
- Что такое волновой фронт и волновая поверхность?
- Какая волна является бегущей, гармонической, плоской и сферической?
- Каковы уравнения этих волн?
- Что называется длиной волны?
- Какова связь между длиной волны, скоростью и периодом колебаний?
- Что такое волновое число?
- Чем отличается фазовая скорость от групповой?
- В чем заключается физический смысл вектора Умова-Пойтинга?
- При каких условиях возникает интерференция волн?

- Назовите условия интерференционных максимумов и минимумов.
- Две когерентные волны, распространяющиеся навстречу друг другу, отличаются только амплитудами. Образуют ли они стоячую волну?
- Чем стоячая волна отличается от бегущей волны?
- Чему равно расстояние между двумя соседними узлами стоячей волны?
- Что такое электромагнитная волна? Какова скорость ее распространения?
- Какие характеристики поля периодически изменяются в бегущей электромагнитной волне?
- Запишите волновое уравнение для векторов \vec{E} и \vec{H} переменного электромагнитного поля.
- Как определяется фазовая скорость электромагнитных волн?
- Как определить объемную плотность энергии в электромагнитной волне?
- Что может служить источником электромагнитных волн?
- Каковы физические процессы, приводящие к возможности существования электромагнитных волн?
- Почему Герц в своих опытах использовал открытый колебательный контур?
- Как можно представить себе шкалу электромагнитных волн, и каковы источники излучения разных видов волн?

СПИСОК ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ [6,7]

1. Определение сопротивлений проводника с помощью моста Уитстона.
2. Определение электродвижущей силы источника тока методом компенсации.
3. Определение емкости конденсатора.
4. Снятие кривой намагничивания и петли гистерезиса с помощью осциллографа.
5. Определение индуктивности катушки.
6. Определение горизонтальной составляющей вектора индукции магнитного поля Земли.
7. Определение удельного заряда электрона.
8. Изучение явления резонанса в колебательном контуре.
9. Определение скорости распространения электромагнитных волн с помощью двухпроводной линии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. *Волькенштейн В. С.* Сборник задач по общему курсу физики: учебное пособие для втузов. 12-е изд., испр. / под ред. И. В. Савельева. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. 400 с.
2. *Трофимова Т. И.* Курс физики: учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 2003. 541 с.
3. *Савельев И. В.* Курс общей физики: учебное пособие для вузов. Т. 2. М.: Изд-во «Лань», 2008. 496 с.

Дополнительная литература

4. *Яворский Б. М., Детлав А. А., Лебедев А. К.* Справочник по физике для инженеров и студентов вузов. М.: Изд-во «Оникс», 2008. 1056 с.
3. *Ивлиев А. Д.* Физика: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ-УПИ, 2004. 617 с.
5. *Калашиников С. Г.* Электричество: учебное пособие. 5-е изд., испр. и доп. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. 576 с.
6. *Куриченко А.А., Полев В.Ф., Келина Е.Н., Жаворонкова В.В., Шитова С.Н.* Электричество, магнетизм. Часть 2. Стенд №1. Руководство к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика» на лабораторных стендах студентами очного и заочного обучения всех специальностей. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. 59 с.
7. *Куриченко А.А., Полев В.Ф., Келина Е.Н., Жаворонкова В.В., Шитова С.Н.* Электричество, магнетизм. Часть 2. Стенд №2. Руководство к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика» на лабораторных стендах студентами очного и заочного обучения всех специальностей. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. 42 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЭЛЕКТРОСТАТИКА	3
1. Электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда.....	3
2. Взаимодействие неподвижных зарядов. Закон Кулона.....	4
3. Электрическое поле в вакууме. Напряженность электрического поля.....	5
4. Поле точечного заряда. Принцип суперпозиции электрических полей.....	6
5. Работа электрических сил. Потенциальная энергия.....	7
6. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля.....	8
7. Потенциал электростатического поля. Разность потенциалов.....	9
8. Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля. Эквипотенциальные поверхности.....	11
9. Поток вектора напряженности	12
10. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме	13
11. Поле равномерно заряженной сферы.....	14
12. Поле бесконечной равномерно заряженной плоскости.....	15
13. Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра.....	17
14. Поле бесконечного плоского конденсатора.....	18
15. Диполь в электростатическом поле.....	19
16. Поляризация диэлектриков.....	20
17. Поляризованность.....	22
18. Напряженность поля в диэлектриках.....	23
19. Электрическое смещение (индукция).....	24
20. Сегнетоэлектрики.....	26
21. Проводники в электростатическом поле.....	27
22. Емкость уединенного проводника.....	28
23. Взаимная емкость. Конденсаторы.....	29
24. Соединение конденсаторов в батарею.....	30
25. Энергия электрического поля.....	31
ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК	34
26. Постоянный ток, его характеристики и условия существования.....	34
27. Сторонние силы в электрической цепи.....	35
28. ЭДС, разность потенциалов, напряжение.....	37
29. Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление проводников.....	38
30. Сопротивление соединения проводников.....	40
31. Закон Ома для неоднородного участка цепи.....	41
32. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа.....	43
33. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца. КПД электрической цепи.....	44
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ	46
34. Взаимодействие между движущимися зарядами.....	46
35. Взаимодействие токов. Относительный характер электрического и	

магнитного взаимодействия.....	48
36. Магнитное поле. Индукция магнитного поля движущегося заряда.	49
37. Закон Био-Савара-Лапласа.....	50
38. Применение закона Био-Савара-Лапласа к расчету магнитных полей.....	51
39. Графическое изображение магнитного поля. Поток вектора индукции магнитного поля. Теорема Гаусса.....	53
40. Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля. Вихревой характер магнитного поля.....	54
41. Применение теоремы о циркуляции к расчету магнитных полей....	55
42. Магнитное поле в веществе. Диа- и парамагнетики. Вектор намагниченности. Магнитная восприимчивость.....	57
43. Токи намагничивания. Напряженность магнитного поля.....	58
44. Кривая намагничивания ферромагнетика, гистерезис, домены.....	60
45. Действие магнитного поля на ток. Закон Ампера.....	62
46. Контур с током в однородном и неоднородном магнитном поле....	64
47. Работа по перемещению проводников с током и контура с током в магнитном поле.....	65
48. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца...	66
49. Движение заряженных частиц в магнитном поле.....	67
50. Принцип действия циклического ускорителя, масс-спектрографа, МГД-генератора.....	68
51. Эффект Холла в металлах.....	69
ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ	71
52. опыты Фарадея. Закон Фарадея.....	71
53. ЭДС индукции в проводнике, движущемся в магнитном поле.....	73
54. ЭДС в рамке, вращающейся в магнитном поле. Генераторы электрического тока.....	74
55. Вихревое электрическое поле.....	75
56. Явление самоиндукции, индуктивность цепи, индуктивность длинного соленоида.....	76
57. Закон изменения тока при размыкании и замыкании цепи, содержащей индуктивность.....	78
58. Явление взаимоиндукции, взаимная индуктивность. Трансформаторы.....	80
59. Вихревые токи, их использование, роль вихревых токов в работе трансформаторов и электрических машин.....	82
60. Энергия магнитного поля. Объемная плотность энергии.....	82
ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ТЕОРИЯ МАКСВЕЛЛА	85
61. Обобщение закона электромагнитной индукции.....	85
62. Ток смещения.....	86
63. Закон полного тока.....	88
64. Система уравнений Максвелла в интегральной форме.....	89
КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ	91
65. Колебательные процессы. Гармонические колебания.....	91

66. Дифференциальные уравнения свободных (собственных) колебаний.....	93
67. Простейшие колебательные системы.....	93
68. Энергия гармонических колебаний.....	95
69. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение.....	97
70. Частота затухающих колебаний. Логарифмический декремент затухания. Время релаксации. Добротность колебательной системы.	99
71. Вынужденные колебания. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение.....	100
72. Амплитуда и фаза вынужденных колебаний. Резонанс, условия его возникновения.....	102
73. Сложение колебаний одного направления и одинаковой частоты...	103
74. Биения.....	105
75. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.....	106
76. Фигуры Лиссажу.....	107
77. Волновые процессы. Механизм образования и распространения механических волн в упругой среде.....	109
78. Уравнение бегущей волны.....	110
79. Длина волны и волновое число. Принцип суперпозиции. Фазовая и групповая скорости.....	111
80. Волновое уравнение. Энергия, переносимая упругой волной.....	112
81. Когерентные волны. Интерференция волн.....	114
82. Стоячие волны. Уравнение стоячей волны, узлы, пучности.....	115
83. Стоячие волны в струне с закрепленными концами.....	116
84. Принцип Гюйгенса. Понятие о дифракции волн.....	117
85. Электромагнитные волны.....	118
86. Энергия электромагнитных волн.....	119
87. Опыты Герца. Шкала электромагнитных волн.....	120
СПИСОК ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ	123
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	124
ОГЛАВЛЕНИЕ	125