

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
ФГБОУ ВПО  
«Уральский государственный горный университет»

**ОДОБРЕНО**

Методической комиссией  
факультета геологии и геофизики  
« 2 » июля 2013 г.  
Председатель комиссии

  
проф. В. И. Бондарев

В. И. Горбатов, В. Ф. Полев

## Ф И З И К А

### Часть 3

Волновая оптика, квантовая природа излучения,  
элементы квантовой механики, элементы атомной  
физики, элементы квантовой теории твердых тел,  
элементы ядерной физики и  
элементарные частицы

*Курс лекций*

по общей физике для студентов  
всех специальностей заочного обучения

Г 67

Рецензент: *Ивлиев А. Д.*, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры  
общей физики РГППУ, г. Екатеринбург

Курс лекций рассмотрен на заседании кафедры физики «2» июля 2013 г.  
(протокол № 67) и рекомендован для издания в УГГУ

Г67

**Горбатов В. И., Полев В. Ф.**

ФИЗИКА. Часть 3. Волновая оптика, квантовая природа излучения, элементы квантовой механики, элементы квантовой теории твердых тел, элементы атомной физики, элементы ядерной физики и элементарные частицы: курс лекций по общей физике для студентов всех специальностей заочного обучения / В. И. Горбатов, В. Ф. Полев; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2014. – 152 с.

Курс лекций составлен в соответствии с государственными образовательными стандартами третьего поколения и предназначен для студентов УГГУ заочного обучения направлений 130101.65 – «*Прикладная геология*», 130102.65 – «*Технологии геологической разведки*» и 130400.65 – «*Горное дело*». Рассмотрены волновая оптика, квантовая теория излучения, элементы квантовой физики, элементы квантовой теории твердых тел, элементы атомной физики, элементы ядерной физики и элементарные частицы. Наиболее важные понятия, законы и определения выделены курсивом и иллюстрированы. Несмотря на краткость изложения, достаточно полно представлены важнейшие физические явления. Приведены исторические справки открытия законов и опытов, подтверждающих эти законы. Описано также применение основных законов в современной науке и технике. Изложение материала направлено на самостоятельное осмысление и уяснение предмета физики. Учебное издание может быть использовано для изучения общего курса физики студентами других направлений и специализаций заочного и дневного обучения.

© Горбатов В. И., Полев В. Ф., 2014

© Уральский государственный  
горный университет, 2014

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ОПТИКА</b>	
1.	Введение 6
2.	Волновая оптика. Основные определения 7
3.	Интерференция света 10
4.	Когерентность и монохроматичность световых волн 12
5.	Временная и пространственная когерентность. Время и длина когерентности 13
6.	Способы получения когерентных источников 15
7.	Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников 16
8.	Интерференция света в тонких пленках. Полосы равного наклона 17
9.	Интерференция света в клине. Полосы равной толщины 19
10.	Кольца Ньютона 21
11.	Практическое использование интерференции света 21
12.	Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля 24
13.	Метод зон Френеля 26
14.	Дифракция Френеля на круглом отверстии 28
15.	Дифракция Френеля на диске 30
15.	Дифракция в параллельных лучах на узкой щели 30
17.	Дифракция в параллельных лучах на дифракционной решетке 33
18.	Дифракционные спектры. Разрешающая способность дифракционной решетки 35
19.	Дифракция рентгеновских лучей 36
20.	Поляризация света. Естественный и поляризованный свет 38
21.	Поляризаторы и анализаторы. Закон Малюса 39
22.	Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Брюстера 39
23.	Поляризация света при двойном лучепреломлении. Двойное лучепреломление и анизотропия кристаллов 41
24.	Интерференция в параллельных лучах, пластинка одноосного кристалла, вырезанная параллельно оптической оси 42
25.	Интерференция в непараллельных лучах, пластинка одноосного кристалла, вырезанная перпендикулярно оптической оси. Интерференционный крест 44
26.	Поляризационный микроскоп 45
27.	Оптически активные вещества. Вращение плоскости поляризации 46
28.	Искусственное двойное лучепреломление. Эффект Керра. Эффект Фарадея 47
<b>КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ</b> 49	
29.	Отражение и поглощение энергии излучения 49
30.	Тепловое излучение. Характеристики теплового излучения 50
31.	Закон Кирхгофа 51
32.	Распределение энергии в спектре абсолютно черного тела 52

33.	Законы излучения абсолютно черного тела	54
34.	Формула Рэлея-Джинса. Формула Вина	55
35.	Формула Планка	56
36.	Оптическая пирометрия	58
37.	Внешний фотоэффект и его законы	59
38.	Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта	60
39.	Тормозное рентгеновское излучение	62
40.	Фотоны и их свойства	63
41.	Давление света. Опыт Лебедева	64
42.	Эффект Комптона	65
43.	Корпускулярно-волновой дуализм электромагнитного излучения	67
	<b>ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ</b>	68
44.	Гипотеза де Бройля о корпускулярно-волновом дуализме микро- частиц и подтверждение её опытом	68
45.	Соотношение неопределенностей как проявление корпускулярно- волнового дуализма свойств материи	70
46.	Волновая функция. Статистический смысл волновой функции	71
47.	Уравнение Шредингера	73
48.	Движение свободной частицы	74
49.	Потенциальная яма с бесконечно высокими стенками	75
50.	Туннельный эффект	77
51.	Линейный гармонический осциллятор в квантовой механике	78
	<b>ЭЛЕМЕНТЫ АТОМНОЙ ФИЗИКИ</b>	80
52.	Закономерности атомных спектров	80
53.	Опыты Резерфорда. Планетарная модель атома	81
54.	Постулаты Бора	83
55.	Опыты Франка и Герца	84
56.	Теория Бора атома водорода и водородоподобных атомов	85
57.	Уравнение Шредингера для атома водорода. Анализ решения задачи	87
58.	Квантовые числа и физические характеристики атома	88
59.	Магнетизм атомов. Опыт Эйнштейна и Гааза	91
60.	Спин электрона. Спиновое квантовое число	92
61.	Тождественность частиц	94
62.	Понятие о квантовой статистике Бозе-Эйнштейна и Ферми- Дирака	95
63.	Принцип Паули. Электронные оболочки	96
64.	Периодическая система элементов Менделеева	97
65.	Рентгеновские спектры	99
66.	Спонтанное вынужденное излучение. Лазеры	100
	<b>ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ</b>	103
67.	Кристаллические тела	103
68.	Физические типы кристаллов	104
69.	Энергетические зоны для электронов в кристаллах	105

70.	Диэлектрики, металлы, полупроводники	106
71.	Оптические свойства твердых тел	108
72.	Электронный газ в металле	109
73.	Собственная проводимость полупроводников	110
74.	Примесная проводимость полупроводников	112
	<b>ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ</b>	114
75.	Состав и характеристики атомного ядра	114
76.	Механический и магнитный моменты ядра	116
77.	Взаимодействие нуклонов в ядре. Природа и свойства ядерных сил	117
78.	Дефект массы и энергия связи ядер	118
79.	Естественная радиоактивность ядер	119
80.	Закон радиоактивного распада. Постоянная распада	120
81.	Альфа-распад	122
82.	Бета-распад	123
83.	Ядерные реакции и законы сохранения	125
84.	Деление ядер. Реакция деления урана и тория	127
85.	Цепная реакция деления ядер	130
86.	Термоядерный синтез	131
	<b>ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ</b>	133
87.	Источники элементарных частиц	133
88.	Методы регистрации частиц и радиоактивных излучений	134
89.	Мюоны, мезоны, гипероны	136
90.	Античастицы и их аннигиляция	138
91.	Классификация элементарных частиц	139
92.	Виды взаимодействий элементарных частиц	140
93.	Законы сохранения. Внутренние квантовые числа	142
94.	Странность. Изотопический спин	143
95.	Кварковая модель адронов	144
96.	Основные узлы фундаментальных взаимодействий. Виртуальные частицы	147
97.	Диаграммы Фейнмана	148
98.	Сбегающиеся константы. Великое объединение	150
	<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b>	151
	<b>СПИСОК ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ</b>	152

# ОПТИКА

## 1. Введение

Оптика изучает свойства электромагнитного излучения, относящегося в основном к видимой части спектра. Она подразделяется на *геометрическую* (лучевую) и *физическую* оптику. Геометрическая оптика представляет собой простой приближенный метод построения изображений в оптических системах.

Рассмотрим приближения геометрической оптики:

1. Свет в однородной среде распространяется прямолинейно (отклонением лучей пренебрегают).

2. Отдельные лучи распространяются, не взаимодействуя друг с другом (лучи при пересечении не возмущают друг друга).

В основу геометрической оптики положен принцип, установленный французским математиком Ферма, который гласит, что *свет распространяется по такому пути, для прохождения которого ему требуется минимальное время*. Из этого принципа вытекают законы отражения и преломления света на границе различных сред. Для справки напомним эти законы.

1. *Закон отражения света.*

Луч падающий, нормаль к отражающей поверхности и луч отраженный лежат в одной плоскости (рис. 1), причем углы между лучами и нормалью равны между собой  $\alpha = \alpha'$ .

2. *Закон преломления света.*

Падающий и преломленный лучи лежат в одной плоскости с нормалью к границе раздела. Угол падения  $\alpha$  и угол преломления  $\gamma$  связаны между собой соотношением

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n_{21},$$

где  $n_{21}$  – *относительный показатель преломления* второй среды относительно первой. *Относительный показатель преломления* двух сред равен отношению их абсолютных показателей преломления  $n_{21} = n_2/n_1$ .

*Абсолютный показатель преломления* среды  $n$  есть показатель преломления этой среды относительно вакуума. Он равен отношению скорости электромагнитных волн в вакууме к их фазовой скорости в среде  $n = c/v$ .

Если свет распространяется из среды с большим показателем преломления  $n_1$  (оптически более плотной) в среду с меньшим показателем преломления  $n_2$  (оптически менее плотную), например, из стекла в воду, то, согласно закона преломления света

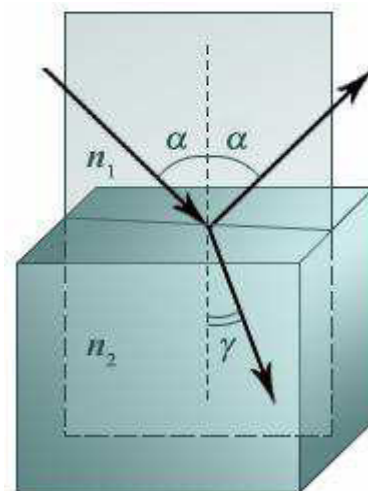


Рис. 1. Отражение и преломление света

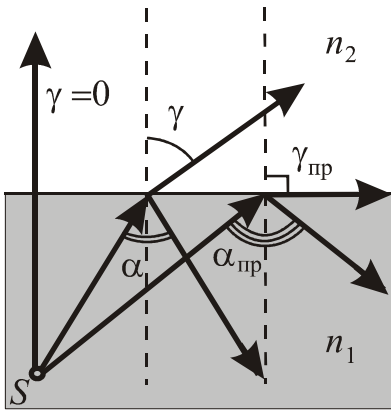


Рис. 2. Ход лучей на границе сред

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1} < 1.$$

С увеличением угла падения угол преломления увеличивается до тех пор, пока при некотором угле падения ( $\alpha = \alpha_{\text{пр}}$ ) угол преломления не окажется равным  $\pi/2$  (рис. 2). Угол  $\alpha_{\text{пр}}$  называется *предельным углом*. При углах падения  $\alpha > \alpha_{\text{пр}}$  весь падающий свет полностью отражается. Это явление называется *полным внутренним отражением*.

Предельный угол, очевидно, удовлетворяет

условию

$$\sin \alpha_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Явление полного отражения используется в призмах полного отражения. Такие призмы применяются в оптических приборах (например, в биноклях, перископах). Явление полного отражения используется также в *световодах*, представляющих собой тонкие нити (волокна) из оптически прозрачного материала. По причине полного отражения от боковой поверхности световода свет распространяется только вдоль волокна. С помощью световодов можно как угодно искривлять путь светового пучка. Световоды используются для передачи информации в ЭВМ, медицине (для диагностики внутренних органов) и др.

Свет представляет собой сложное явление. В одних случаях он проявляет себя как электромагнитная волна, а в других – как поток частиц (корпускул) фотонов. Физическая оптика разделяется на *волновую оптику* и *квантово-оптические явления* (квантовую природу излучения). В нашем курсе мы будем заниматься изучением этих разделов физической оптики.

## 2. Волновая оптика. Основные определения

В рамках феноменологической электромагнитной теории Максвелла распространение света рассматривается как волновой процесс. В электромагнитной волне происходят взаимосвязанные колебания электрического  $\vec{E}$  и магнитного  $\vec{H}$  полей, векторы напряженностей которых можно определить из *волновых уравнений*

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad \Delta \vec{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2},$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $v = 1/\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}$  – скорость волны. В вакууме  $\epsilon = \mu = 1$ , следовательно, *скорость света в вакууме* равна

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}.$$

В частности, решением волнового уравнения является плоская электромагнитная волна, распространяющаяся вдоль вектора  $\vec{r}$  :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \\ \vec{H} &= \vec{H}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}),\end{aligned}$$

где  $E_0$  и  $H_0$  – амплитуды колебаний напряженностей электрического и магнитного поля;  $\omega$  – циклическая частота колебаний;  $\vec{k}$  – волновой вектор.

*Световые волны* – электромагнитные волны, относящиеся к видимой части спектра.

В волновой теории *показатель преломления* среды определяется через диэлектрическую и магнитную проницаемость среды:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu}.$$

Для большинства прозрачных сред  $\mu = 1$ , поэтому для них  $n = \sqrt{\epsilon}$ .

Диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon$  зависит от частоты колебаний  $\omega$ . Отсюда следует зависимость показателя преломления от частоты. Такая зависимость называется *дисперсией* света. Причиной дисперсии является возникновение вынужденных колебаний заряженных частиц среды – электронов и ионов под действием переменного поля электромагнитной волны. В классической теории дисперсии принимается, что электроны и ионы ведут себя как затухающие гармонические осцилляторы с различными *собственными частотами*.

Там, где поглощение среды невелико, показатель преломления  $n(\omega)$  возрастает с ростом частоты. В этом случае *дисперсия считается нормальной*. В области сильного поглощения  $n(\omega)$  уменьшается с частотой. Здесь *дисперсию считают аномальной*. Из-за сильного поглощения ее трудно наблюдать на опыте. На рис. 3 показан ход зависимости показателя преломления от частоты для типичного прозрачного диэлектрика. Каждой собственной частоте соответствует своя линия поглощения. Частота поглощения  $\omega_2$  электронов лежит в ультрафиолетовой части спектра, реже – в видимой. Частота поглощения  $\omega_1$  ионов лежит в инфракрасной области спектра. Наглядной иллюстрацией дисперсии является разложение белого света в спектр при прохождении его через призму.

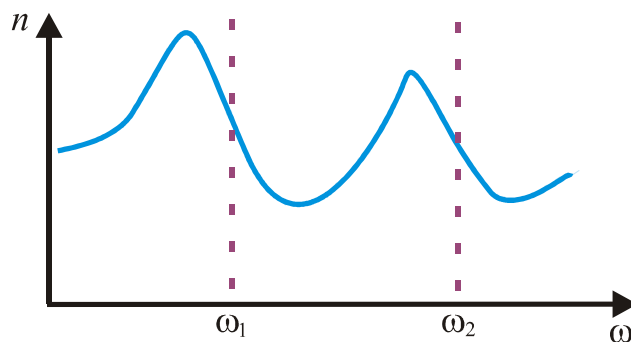


Рис. 3. Дисперсия света

В зависимости от характера дисперсии групповая скорость света в веще-



стве  $v_{гр}$  может быть как больше, так и меньше фазовой скорости  $v$ . Действительно

$$v_{гр} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d\omega}{d(n\omega/c)} = \frac{cd\omega}{\omega dn + nd\omega} = \frac{c}{n + \omega(dn/d\omega)} = \frac{v}{1 + (\omega/n)(dn/d\omega)}.$$

При нормальной дисперсии  $\frac{dn}{d\omega} > 0$  и  $v_{гр} < v$ . В случае аномальной дисперсии  $\frac{dn}{d\omega} < 0$  и  $v_{гр} > v$ .

Как показывает опыт, физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и др. действия света вызваны электрической составляющей электромагнитного поля. Действительно, электрическое поле действует на заряд  $q$  с силой  $\vec{F}_{кул} = q\vec{E}$ , а магнитное – с силой  $\vec{F}_{маг} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$ . Величины этих сил различаются в  $(v/c)^2$  раз, поэтому при  $v \ll c$  взаимодействие зарядов среды со световой волной определяется в основном вектором напряженности  $\vec{E}$ , который называют *световым вектором*.

Электромагнитное излучение обладает энергией. Из уравнений Максвелла следует, что плотность потока электромагнитной волны описывается вектором Умова-Пойтинга  $\vec{U} = [\vec{E} \times \vec{H}]$ . В случае плоской монохроматической световой волны *величина* вектора  $\vec{U}$  описывается выражением

$$U = \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} E_0^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r}).$$

Для видимого излучения частота  $\omega$  чрезвычайно высока ( $\sim 10^{15} c^{-1}$ ), поэтому реальный фотоприемник реагирует на усредненное по периоду значение  $\langle U \rangle$ . Эта величина называется *интенсивностью света* (единица измерения в СИ –  $[Вт/м^2]$ ) и определяется как

$$I = \langle U \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} E_0^2 \sim \sqrt{\epsilon} E_0^2 = nE_0^2.$$

### Контрольные вопросы

- Сформулируйте и поясните основные законы оптики. В чем заключается принцип Ферма?
- В чем заключается физический смысл абсолютного показателя преломления среды?
- Что такое относительный показатель преломления?
- При каком условии наблюдается полное отражение? Может ли возникнуть явление полного отражения, если свет проходит из воды в стекло?

- В чем заключается принцип работы световодов?
- Что такое дисперсия света? Что показывает дисперсия вещества?
- Чем отличается нормальная дисперсия от аномальной?

### 3. Интерференция света

Независимость световых пучков геометрической оптики означает, что световые пучки, встречаясь, не воздействуют друг на друга. В явлениях, в которых проявляется волновая природа света, эта независимость утрачивает силу. При наложении световых волн в общем случае выполняется *принцип суперпозиции*: результирующий световой вектор является суммой световых векторов отдельных волн.

Явление наложения *когерентных* световых волн, при котором происходит перераспределение светового потока в пространстве так, что в одних местах волнового поля образуются устойчивые минимумы, а в других максимумы интенсивности световых волн, называется *интерференцией* световых волн.

*Когерентными* волнами называются такие волны одинаковой частоты, разность фаз которых для любой точки волнового поля остается постоянной (или закономерно изменяется) во времени.

Сущность интерференции света рассмотрим на примере сложения двух гармонических волн одинаковой частоты и одинакового направления колебаний. Примем, что до точки встречи  $A$  одна волна прошла в среде с показателем преломления  $n_1$  геометрический путь  $s_1$  с фазовой скоростью  $v_1$ , а вторая – в среде  $n_2$  геометрический путь  $s_2$  с фазовой скоростью  $v_2$ :

$$E_1 = E_{01} \cos \omega \left( t - \frac{s_1}{v_1} \right), \quad E_2 = E_{02} \cos \omega \left( t - \frac{s_2}{v_2} \right).$$

Накладываясь друг на друга, они возбуждают в этой точке пространства гармоническое колебание с амплитудой

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\alpha_2 - \alpha_1).$$

Поскольку интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды, то наблюдаемая при наложении волн интенсивность определяется выражением

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta.$$

Разность фаз  $\delta = (\alpha_2 - \alpha_1)$  колебаний, возбуждаемых в точке  $A$ , будет равна

$$\delta = \omega \left( \frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \omega \left( \frac{s_2}{c/n_2} - \frac{s_1}{c/n_1} \right) = \frac{\omega}{c} (n_2 s_2 - n_1 s_1).$$

В этом выражении произведение геометрической длины пути  $s$  световой волны в данной среде на показатель преломления среды  $n$  называется *оптической длиной пути*  $L = n \cdot s$ .

Учитывая, что  $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0} = k_0$ , получим

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = k_0 \Delta,$$

где  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме;  $\nu$  – частота волны;  $\Delta = (n_2 s_2 - n_1 s_1) = L_2 - L_1$  – величина, называемая *оптической разностью хода*.

Из формулы видно, что если оптическая разность хода равна четному числу половинок длин волн в вакууме

$$\Delta = \pm m \lambda_0 = \pm 2m \frac{\lambda_0}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

то разность фаз

$$\delta = \pm 2m\pi$$

и колебания в точке  $A$  будут происходить с одинаковой фазой. В этом случае  $\cos \delta = 1$  и  $I > I_1 + I_2$ . Следовательно, данное условие есть условие *интерференционного максимума*.

Если оптическая разность хода равна нечетному числу полудлин волн в вакууме

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

то

$$\delta = \pm (2m + 1)\pi,$$

и колебания в точке  $A$ , возбуждаемые обеими волнами, происходят в противофазе. При этом  $\cos \delta = -1$  и  $I < I_1 + I_2$ . Следовательно, данное условие есть условие *интерференционного минимума*.

В общем случае наложения  $N$  волн одинаковой частоты для результирующей интенсивности по теореме косинусов имеем:

$$I = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sqrt{I_i I_k} \cos \delta_{ik}. \quad (1)$$

Если все волны, пришедшие в какую-нибудь точку волнового поля, отличаются по фазе на  $2\pi$ , т. е.  $\delta_{ik} = 2\pi m$ , а их интенсивности одинаковы и равны  $I_0$ , то из формулы (1) получим  $I = N^2 I_0$  – максимум интенсивности при интерференции волн. Минимум интенсивности получится, если волны придут, отличаясь друг

от друга по фазе на  $\pi$ , т. е.  $\delta_{ik} = \pi m$ . Формула (1) отражает принцип суперпозиции гармонических световых волн.

Таким образом, при наложении монохроматических волн происходит перераспределение энергии суммарных колебания в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других – минимумы интенсивности света.

#### 4. Когерентность и монохроматичность световых волн

Необходимым условием интерференции волн является их *когерентность*. Этому условию полностью удовлетворяют только *монохроматические волны* – неограниченные в пространстве волны *одной определенной и строго постоянной частоты*. Известно, что строго монохроматический свет – это идеализация. Реальный свет, как бы мы не старались его монохроматизировать, используя светофильтры, остается в той или иной степени немонахроматическим, представляющим собой набор монохроматических компонент в некотором конечном интервале частот. Однако, если ширина спектральной линии  $\Delta\omega$ , много меньше ее частоты  $\omega$ , т.е.  $\frac{\Delta\omega}{\omega} \ll 1$ , то такую волну с достаточно высокой степенью точности можно считать монохроматической, точнее квазимонохроматической. Соотношение  $\frac{\omega}{\Delta\omega}$  называют *степенью монохроматичности излучения*.

Немонохроматичность естественных источников обусловлена тем, что излучение светящегося тела, воспринимаемое нами как непрерывное, складывается из волн, испускаемых многими атомами. Отдельные атомы излучают *цуги* (куски) волн длительностью  $\sim 10^{-8}$  с независимо друг от друга. Начальные фазы этих волновых цугов никак не связаны между собой. Помимо этого, даже для одного и того же атома начальные фазы цугов при следующих актах излучения меняются случайным образом. Таким образом, волны, испускаемые атомами, лишь в течение интервала времени  $\sim 10^{-8}$  с имеют приблизительно постоянные амплитуды и фазы колебаний, тогда как за больший промежуток времени и амплитуды и фазы изменяются. Даже если выделить (например, светофильтром) испускаемые одинаковыми атомами волны одинаковых частот (монохроматические), то разности фаз между отдельными цугами будут хаотически изменяться и такие волны являются взаимно некогерентными.

Так как ни один реальный источник не дает строго монохроматического света, то волны, излучаемые любыми независимыми источниками света, всегда некогерентны. При сложении некогерентных волн множитель  $\cos\delta(t)$  принимает случайным образом все значения от  $-1$  до  $+1$  и имеет среднее значение, равное нулю. Таким образом, средняя интенсивность  $\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle$  суммарной волны при этом будет неизменной, а интерференция отсутствовать. Для  $N$  источников одинаковой интенсивности  $I_0$  получим  $I = N \cdot I_0$ , т. е. *простое нало-*

*жение интенсивностей.* Поэтому на опыте не наблюдается интерференция света, например, от двух электрических лампочек.

Для получения интерференционной картины необходимо исходную световую волну расщепить подходящим способом на две части, которые пройдя различные расстояния, затем складываются в определенном месте. Две части одного и того же цуга волны в некоторой степени когерентны и поэтому могут интерферировать.

## 5. Временная и пространственная когерентность. Время и длина когерентности

Любой немонохроматический свет можно представить в виде совокупности сменяющих друг друга независимых гармонических цугов. Средняя продолжительность одного цуга  $\tau_{\text{ког}}$  называется *временем когерентности*. Когерентность существует только в пределах одного цуга, и, соответственно, время когерентности не может превышать время излучения. Прибор обнаружит четкую интерференционную картину лишь тогда, когда время разрешения прибора значительно меньше времени когерентности накладываемых световых волн.

Если волна распространяется в однородной среде, то фаза колебаний в определенной точке пространства сохраняется только в течение времени когерентности  $\tau_{\text{ког}}$ . За это время волна проходит в вакууме расстояние  $l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$ , называемое *длиной когерентности* (или длиной цуга). Отсюда следует, что наблюдение интерференции света возможно лишь при оптических разностях хода меньших длины когерентности для используемого источника света, т.е.  $\Delta \leq l_{\text{ког}}$ . Если оптическая разность хода будет больше длины цуга, то в точку наблюдения придут цуги, испущенные в разные моменты времени. В этом случае разность фаз, складывающихся колебаний не будет синхронизирована во времени и интерференционная картина исчезнет.

Анализ когерентности можно провести и иным (спектральным) способом, в котором немонохроматический свет представляется в виде суперпозиции монохроматических волн с различными частотами.

Известно, что ширина спектральной линии  $\Delta\omega$  света, излучаемого источником, равна величине, обратной длительности излучения. Поэтому

$$\tau_{\text{ког}} = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\nu}.$$

Чем ближе волна к монохроматической, тем меньше ширина  $\Delta\omega$  спектра ее частот и тем больше время когерентности  $\tau_{\text{ког}}$ , а, следовательно, и длина когерентности

$$l_{\text{ког}} \approx c\tau_{\text{ког}} = c \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \lambda \frac{\nu}{\Delta\nu} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda},$$

где  $\lambda$  – средняя длина волны в цуге. Например, для диапазона видимого солнечного света  $\tau_{\text{ког}} \sim 10^{-14}$  с, а  $l_{\text{ког}} \sim 10^{-6}$  м. Из данной формулы следует, что если в излучении света присутствует большое число волн с различными частотами, то следует считать, что источник излучает не монохроматические волны, а цуги волн конечной временной длительности и конечной длиной когерентности.

Когерентность, связанная с узостью спектрального интервала и определяемая степенью монохроматичности волн, называется *временной когерентностью*. Таким образом, *временная когерентность связана с разбросом значений модуля волнового вектора  $k=2\pi/\lambda$* .

Наряду с временной когерентностью, для описания когерентных свойств световых волн в плоскости, перпендикулярной направлению их распространения, вводится понятие *пространственной когерентности*. Пространственная когерентность *связана с разбросом направлений вектора  $\vec{k}$* , и определяется радиусом когерентности. Два источника, размеры и взаимное расположение которых позволяют (при необходимой степени монохроматичности света) наблюдать интерференцию, называются *пространственно-когерентными*. *Радиусом когерентности* (или *длиной пространственной когерентности*) называется максимальное, *поперечное* направлению распространения волны расстояние, на котором возможно проявление интерференции. Радиус когерентности

$$r_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda}{\varphi},$$

где  $\lambda$  – длина волны света;  $\varphi = \frac{b}{l}$  – угловой размер источника;  $b$  – протяженность источника;  $l$  – расстояние от источника до экрана. Так, минимально возможный радиус когерентности для солнечных лучей (при угловом размере Солнца на Земле  $\varphi \approx 10^{-2}$  рад и  $\lambda = 0,5$  мкм – «зеленый свет») составляет  $\sim 0,05$  мм. При таком малом радиусе когерентности невозможно непосредственно наблюдать интерференцию солнечных лучей, поскольку разрешающая способность человеческого глаза на расстоянии наилучшего зрения составляет лишь 0,1 мм.

Отметим, что первое наблюдение интерференции провел в 1802 г. Т. Юнг именно с солнечным светом, для чего он предварительно пропускал солнечные лучи через очень малое отверстие в непрозрачном экране (при этом на несколько порядков уменьшался угловой размер источника света и тем самым резко увеличивался радиус когерентности).

Излучение лазера, по сравнению с естественным светом, обладает огромной временной и пространственной когерентностью. Временная когерентность имеет значение порядка  $10^{-5}$  с (гелий-неоновый лазер), длина когерентности 3 км, а пространственная когерентность наблюдается во всем поперечном сечении светового пучка.

Интерференция будет отсутствовать и тогда, когда потеряется когерентность волн по любому другому параметру. Например, если частоты волн равны,

амплитуды и начальные фазы постоянны, а направления колебаний (поляризация) хаотически изменяются во времени.

## 6. Способы получения когерентных источников

Получение когерентных лучей оказывается возможным, если заставить волну, излучаемую отдельным атомом, *интерферировать саму с собой*. Схема таких методов следующая:

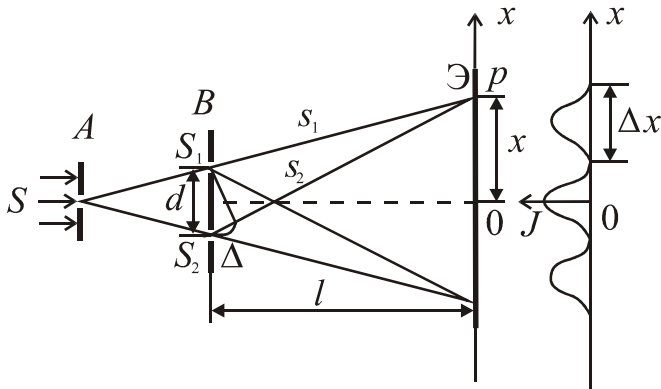


Рис. 4. Опыт Юнга

1. Опыт Юнга. Источником света служит ярко освещенная щель  $S$  (рис. 4), от которой световая волна падает на две узкие равноудаленные щели  $S_1$  и  $S_2$ , параллельные щели  $S$ . Таким образом, щели играют роль когерентных источников. Интерференционная картина наблюдается на экране, расположенном на некотором расстоянии от щелей  $S_1$  и  $S_2$ . В такой постановке Юнг осуществил

первое наблюдение интерференции.

2. Зеркала Френеля. Два плоских зеркала, расположены относительно друг друга под небольшим углом ( $\varphi \sim 1^\circ$ ). На расстоянии  $r$  от линии пересечения зеркал параллельно ей находится прямолинейный источник света  $S$ . Световые пучки, отразившись от зеркал, являются мнимыми изображениями  $S$  в зеркалах. Мнимые источники  $S_1$  и  $S_2$  взаимно когерентны, и их световые пучки интерферируют в области взаимного перекрытия. От прямого попадания света на экран предохраняет заслонка  $\mathcal{E}_1$  (рис. 5).

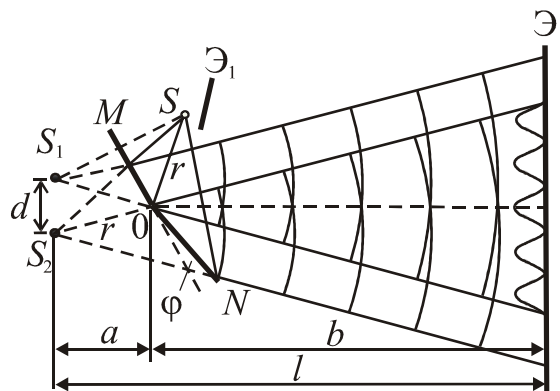


Рис. 5. Зеркала Френеля

3. Бипризма Френеля. Она состоит из двух одинаковых с общей гранью призм с малыми преломляющими углами  $\beta$  (рис. 6).

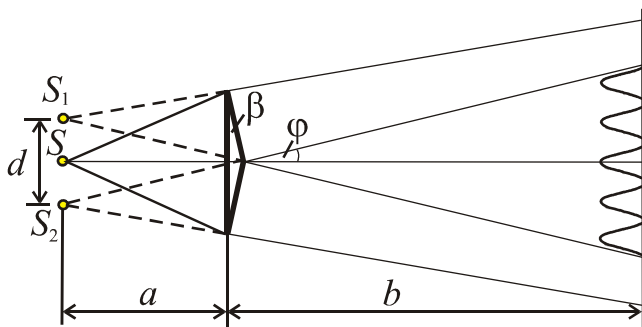


Рис. 6. Бипризма Френеля

Свет от прямолинейного источника  $S$  преломляется в обеих призмах, в результате чего образуются две когерентные цилиндрические волны, исходящие из мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$ . На поверхности экрана в некоторой его части проис-

ходит наложение этих волн и наблюдается интерференция.

## 7. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

Рассмотрим две цилиндрические когерентные световые волны, исходящие из источников  $S_1$  и  $S_2$ , имеющих вид параллельных, тонких светящихся нитей либо узких щелей (рис. 7). Если в области, в которой волны перекрываются, внести экран, то на нем будет видна интерференционная картина, которая имеет вид чередующихся светлых и темных полос. Рассчитаем положение полос и их ширину. Экран поместим параллельно обоим щелям на одинаковом расстоянии  $L$ . Начало отсчета выберем в точке, относительно которой источники  $S_1$  и  $S_2$  расположены симметрично. Источники будем считать испускающими свет в одинаковой фазе. Из рис. 7 видно, что

$$r_1^2 = L^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2, \quad r_2^2 = L^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2.$$

Следовательно

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = L^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 - L^2 - \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 = 2yd,$$

и оптическая разность хода равна

$$\Delta = n(r_2 - r_1) = n \frac{2yd}{(r_2 + r_1)}.$$

Разность хода  $(r_2 - r_1)$  составляет несколько длин волн и всегда значительно меньше  $r_1$  и  $r_2$ , т. е.  $r_1 \approx r_2 = L$ . Поэтому можно положить  $r_1 + r_2 \approx 2L$ . Тогда

$$\Delta = n \frac{yd}{L}.$$

Максимумы интенсивности будут наблюдаться при значениях  $\Delta = \pm m\lambda_0$  в точках экрана с координатами

$$y_{\max} = \pm m \frac{L}{d} \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

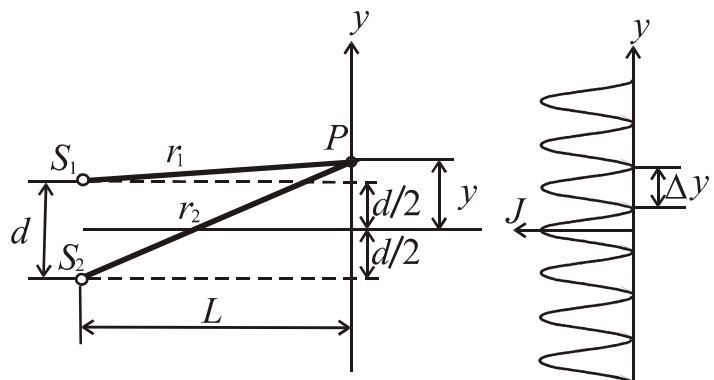


Рис. 7. Интерференция от двух когерентных источников

Минимумы интенсивности будут наблюдаться при значениях  $\Delta = \pm(2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$  в точках экрана с координатами



$$y_{\min} = \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \frac{L}{d} \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Здесь  $\lambda = \lambda_0/n$  – длина волны в среде с показателем преломления  $n$ .

Расстояние между двумя соседними максимумами называется *расстоянием между интерференционными полосами*, а расстояние между соседними минимумами – *шириной интерференционной полосы*. Эти расстояния имеют одинаковое значение равно

$$\Delta y = \frac{L}{d} \lambda.$$

## 8. Интерференция света в тонких пленках. Полосы равного наклона

При падении световой волны на тонкую прозрачную пластинку (или пленку) происходит отражение от обеих поверхностей пластинки. В результате возникают две световые волны, которые при определенных условиях могут интерферировать.

Пусть на прозрачную плоскопараллельную пластинку падает плоская световая волна (рис. 8). В результате отражений от поверхностей пластинки часть света возвращается в исходную среду. Отраженный свет состоит из лучей, испытавших многократные отражения от границ пластинки. Ввиду малой

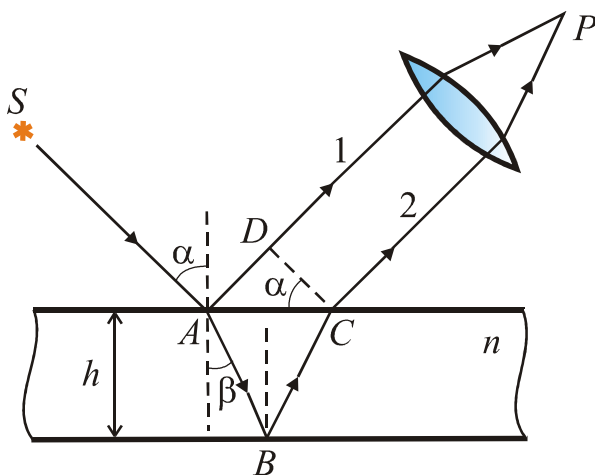


Рис. 8. Интерференция в тонкой пленке

интенсивности лучи трехкратного отражения и выше принимать в расчет не будем (при  $n = 1,5$  от поверхности пластинки отражается примерно 4% падающего светового потока).

Однократно отраженные от пластинки лучи 1 и 2 когерентны, если оптическая разность их хода меньше длины когерентности падающей волны. Если на пути лучей поставить собирающую линзу, то на экране, совмещенном с фокальной плоскостью линзы, возникнет интерференционная картина. Роль линзы может играть хрусталик, а экрана – сетчатка глаза.

В этом случае глаз должен быть аккомодирован (наведен на резкость) на бесконечность.

Оптическая разность хода, возникающая между двумя интерферирующими лучами от точки  $A$  до точки  $P$

$$\Delta' = n(AB + BC) - AD.$$

Согласно рисунку  $AB = BC = \frac{h}{\cos\beta}$ ,  $AD = AC \cdot \sin\alpha = 2h \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot \sin\alpha$ . Учитывая закон преломления  $\sin\alpha = n \cdot \sin\beta$ , получим

$$\Delta' = 2hn \cdot \cos\beta = 2hn\sqrt{1 - \sin^2\beta} = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}.$$

При вычислении разности колебаний в лучах 1 и 2 нужно, кроме оптической разности хода  $\Delta'$ , учесть возможность изменения фазы волны при отражении. В точке  $A$  отражение происходит от оптически более плотной среды, поэтому фаза отраженной волны изменяется на  $\pi$ . Для определенности будем считать, что происходит потеря полуволны. В точке  $B$  отражение происходит от оптически менее плотной среды, так что скачка фазы не происходит. С учетом потери полуволны для оптической разности хода получим

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda_0}{2}.$$

В точке  $P$  будет интерференционный максимум, если

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

и минимум, если

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda_0}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Выясним условия, при которых эти волны окажутся когерентными и смогут интерферировать. Для того, чтобы имела место временная когерентность, разность хода не должна превышать длину когерентности

$$l_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_0}.$$

Следовательно, должно выполняться условие

$$\Delta' = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} < \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_0}.$$

В данном соотношении  $\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} \sim 1$ , поэтому условию временной когерентности можно придать вид

$$2h < l_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_0}.$$

Положив  $\lambda_0 = 500 \text{ нм}$  и  $\Delta\lambda_0 = 2 \text{ нм}$ , получим предельное значение толщины пластинки –  $0,06 \text{ мм}$ .

Пусть пластинка освещается рассеянным монохроматическим светом. В рассеянном свете имеются лучи самых разнообразных направлений. Лучи, параллельные некоторому направлению, после отражения соберутся в одной точке и создадут в ней освещенность, определяемую значением оптической разности хода. Лучи, идущие в другом направлении, соберутся в другой точке и т. д. В результате возникает система чередующихся светлых и темных полос (если линза параллельна пластинке, полосы имеют вид концентрических колец с центром в фокусе линзы). Каждая полоса образована лучами, падающими на пластинку под одинаковым углом. Поэтому получающиеся интерференционные полосы носят название *полос равного наклона*.

Из полученных формул видно, что положение максимумов зависит от длины волны  $\lambda_0$ . Поэтому в белом свете интерференционная картина приобретает радужную окраску. Возможность наблюдения интерференционной картины в белом свете определяется способностью глаза различать оттенки цвета. Средний глаз отличает цвета, отличающиеся по длине волны не менее чем на  $2 \text{ нм}$ . Именно такое значение  $\Delta\lambda_0$  взято при оценке толщины пластинки.

## 9. Интерференция света в клине. Полосы равной толщины

Пусть на клин с острым углом ( $\varphi \sim 1^\circ$ ) падает плоская световая волна. При отражении падающего луча  $1$  от верхней и нижней поверхностей клина возникают лучи  $1'$  и  $1''$  соответственно. При распространении они пересекаются в точке  $P_1$ . Можно показать, что аналогичные точки пересечения других пар отраженных лучей лежат в одной плоскости.

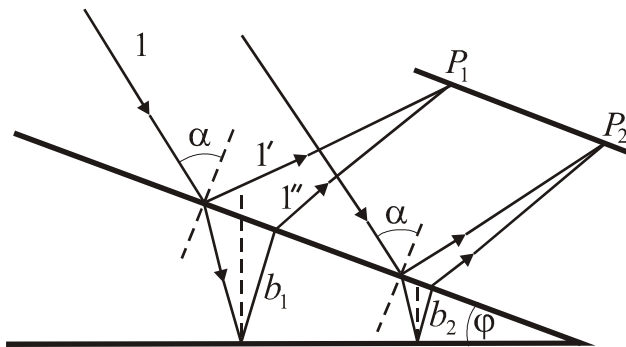


Рис. 9. Интерференция в клине

Результат интерференции в точках  $P_1$  и  $P_2$  экрана определяется по полученной выше формуле

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda_0}{2},$$

где толщина пленки в месте падения луча равна  $b_1$  или  $b_2$  (рис. 9).

Временная когерентность будет выполняться для тех лучей, для которых толщина клина в месте отражения удовлетворяет условию

$$2b < l_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_0}.$$

Допустим, что это условие выполняется для всего клина или хотя бы для

его части. Тогда в плоскости экрана Э будет наблюдаться интерференционная картина в виде полос, параллельных ребру клина. Каждая из таких полос возникает в результате отражения от участков клина с одинаковой толщиной, вследствие чего их называют *полосами равной толщины*.

При ограниченной пространственной когерентности область локализации интерференционной картины (т. е. область пространства, располагая в которой экран можно наблюдать на нем интерференционную картину) также оказывается ограниченной. Причем эта область тем меньше, чем меньше степень пространственной когерентности падающей волны.

Рассмотрим условия соблюдения пространственной когерентности. При рассмотрении будем считать толщину пластинки неизменной и равной  $b$ . Из рис. 9 видно, что расстояние между падающими лучами 1 и 2 равно

$$r = 2b \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \alpha = \frac{b \cdot \sin 2\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.$$

Если принять  $n = 1,5$ , то для  $\alpha = 45^\circ$  получается  $r = 0,8b$ . Радиус когерентности солнечного света имеет значение порядка 0,05 мм. Следовательно, для возникновения интерференции в этих условиях должно выполняться условие:  $b < 0,05$  мм. Таким образом, требования временной и пространственной когерентности дают близкие значения толщины пластинки, при которой в солнечном свете будет наблюдаться интерференция. При освещении светом с большей степенью когерентности интерференция наблюдается и при отражении от более толстых пластинок или пленок.

Практически полосы равной толщины наблюдают визуально либо поместив линзу и за ней экран. При наблюдении в белом свете полосы будут окрашенными, так что поверхность пластинки или пленки будет представляться окрашенной. Такую окраску имеют, например, расплывшиеся на поверхности воды тонкие пленки нефти или масла, а также мыльные пленки. Цвета побежалости, возникающие на поверхности металлических изделий при их закалке, также обусловлены интерференцией от пленки прозрачных окислов.

Сопоставим два рассмотренных случая интерференции при отражении от тонких пленок. Полосы равного наклона получаются при освещении пластинки постоянной толщины ( $h = \text{const}$ ) рассеянным светом, в котором содержатся лучи разных направлений. Локализованы полосы равного наклона в бесконечности. Полосы равной толщины наблюдаются при освещении пластинки непостоянной толщины параллельным пучком света ( $\alpha = \text{const}$ ). Локализованы полосы равной толщины вблизи пластинки. В реальных условиях изменяется как угол падения лучей, так и толщина пленки. В этом случае наблюдаются полосы смешанного типа.

## 10. Кольца Ньютона

Классическим примером полос равной толщины являются *кольца Ньютона* (рис. 10). Они наблюдаются при отражении света от соприкасающихся друг с другом толстой плоскопараллельной стеклянной пластинки и плосковыпуклой линзы с большим радиусом кривизны. Роль тонкой пленки, от поверхностей которой отражаются когерентные волны, играет воздушный зазор между пластинками и линзой (вследствие большой толщины пластинки и линзы, отраженные от других поверхностей лучи в образовании интерференционной картины не участвуют). При нормальном падении света полосы равной толщины имеют вид concentрических окружностей, при наклонном падении – эллипсов. Найдем радиусы колец Ньютона, получающихся при падении света по нормали к пластинке. Из рис. 10 видно, что

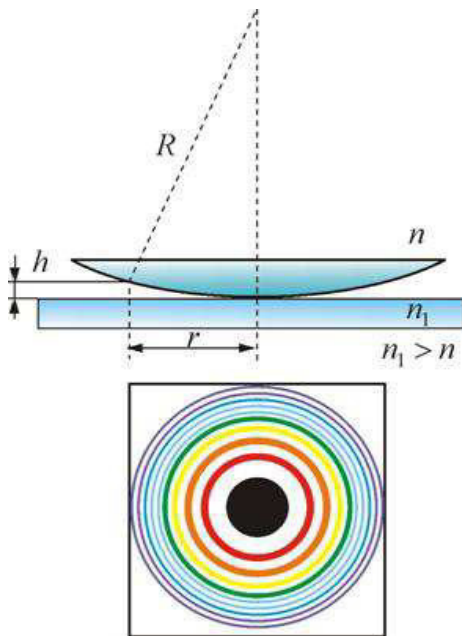


Рис. 10. Кольца Ньютона

$$R^2 = (R - h)^2 + r^2 \approx R^2 - 2Rh + r^2,$$

где  $R$  – радиус кривизны линзы;  $r$  – радиус окружности, которой соответствует зазор толщины  $h$ . Таким образом

$$h = \frac{r^2}{2R}.$$

С учетом потери полуволны, возникающей при отражении от пластинки, оптическая разность хода лучей равна

$$\Delta = 2h + \frac{\lambda_0}{2} = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}.$$

Используя условия максимума и минимума, получим выражения для радиусов  $m$ -го светлого и  $m$ -го темного кольца соот-

ветственно

$$r_{m,\max} = \sqrt{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0 R}, \quad r_{m,\min} = \sqrt{m\lambda_0 R},$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$

## 11. Практическое использование интерференции света

Явление интерференции применяется:

а) для улучшения качества оптических приборов и получения высокоотражающих покрытий;

- б) определения длин волн излучения;
- в) определения качества механически обработанных поверхностей;
- г) измерения толщин очень тонких пленок;
- д) точного определения углов;
- е) создания просветленной оптики и интерферометров.

Прохождение света через каждую преломляющую поверхность линзы сопровождается отражением  $\approx 4\%$  падающего потока (при показателе преломления стекла  $\approx 1,5$ ). Так как современные объективы состоят из большого количества линз, то число отражений в них велико, а поэтому велики и потери светового потока. Для устранения этого и других недостатков осуществляют так называемое *просветление оптики* (рис. 11). Для этого на свободные поверхности линз наносят тонкие пленки с показателем преломления, меньшим, чем у материала линзы. При отражении света от границ раздела воздух-пленка и пленка-стекло возникает интерференция отраженных лучей. Толщину пленки  $\delta$ , показатели преломления стекла  $n_c$  и пленки  $n$  подбираются так, чтобы отраженные волны гасили друг друга. Для этого их амплитуды должны быть равны, а оптическая разность хода равна  $(m + 1/2)\lambda_0$ . Расчет показывает, что амплитуды отраженных лучей равны, если  $n = \sqrt{n_c}$ . Так как  $n_c > n > 1$ , то потеря полуволны происходит на обеих поверхностях; следовательно, условие минимума (свет падает нормально)

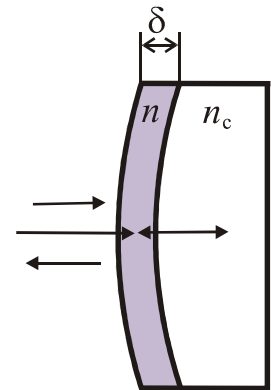


Рис. 11. Объектив с просветляющей пленкой

$$2n\delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0 .$$

Обычно принимают  $m = 0$ , тогда  $n\delta = \frac{\lambda_0}{4}$ .

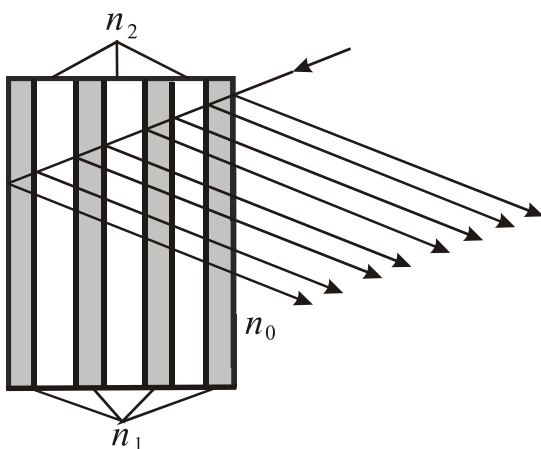


Рис. 12. Многолучевая интерференция в многослойной системе пленок

Так как добиться гашения сразу для всех длин волн невозможно (показатель преломления зависит от длины волны), это делается для цвета с  $\lambda_0 \approx 0,55$  мкм (к нему наиболее чувствителен глаз). Поэтому объективы с просветленной оптикой имеют синевато-красный оттенок.

Многолучевую интерференцию можно осуществить в многослойной системе чередующихся пленок с разными показателями преломления (но одинаковой оптической толщиной, равной  $\lambda_0/4$  (рис. 12)).

При прохождении света возникает большое число отраженных интерферирующих лучей, которые при оптической толщине

пленок  $\lambda_0/4$  будут взаимно усиливаться, т. е. коэффициент отражения возрастет. Подобные отражатели применяются в лазерной технике, а также используются для создания интерференционных светофильтров.

Явление интерференции применяется в очень точных измерительных приборах – *интерферометрах*. На рис. 13 изображена схема *интерферометра Майкельсона*. Пучок света от источника  $S$  падает на пластинку  $P_1$ , покрытую тонким слоем серебра со стороны экрана (благодаря чему коэффициент отражения близок к 0,5). Дальнейший ход интерферирующих лучей ясен из рисунка. На пути луча 2 ставится точно такая, как  $P_1$ , но не посеребренная пластинка  $P_2$ . Она уравнивает пути лучей 1 и 2 в стекле. Луч 1, отражаясь от  $z1$  и проходя  $P_1$ , дает луч  $1'$ , а луч 2, отражаясь от  $z2$  и далее от  $P_1$ , дает луч  $2'$ .

Интерференционная картина наблюдается с помощью зрительной трубы.

Характер интерференционной картины зависит от положения зеркал и от

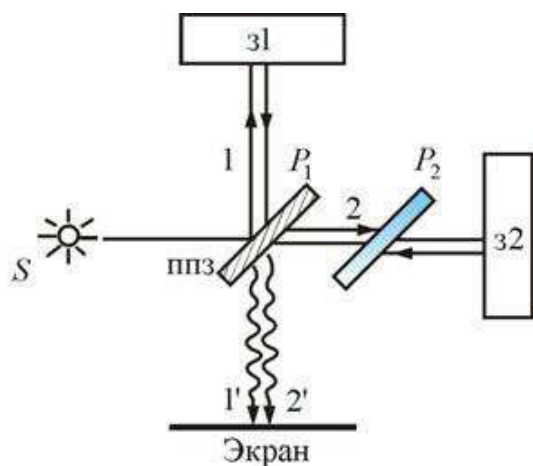


Рис. 13. Интерферометр Майкельсона

расходимости пучка света, падающего на прибор. Если пучок параллелен, а плоскости  $z1$  и  $z2$  образуют клин, то наблюдаются интерференционные полосы равной толщины, расположенные параллельно ребру воздушного клина. При расходящемся пучке света и параллельном расположении плоскостей  $z1$  и  $z2$  получаются полосы равного наклона, имеющие вид концентрических колец. Применение интерферометров весьма многообразно. Они применяются для точного (порядка  $10^{-7}$  м) измерения длин, измерения углов, определения качества оптических деталей, исследования быстропротекающих процессов и др.

### Контрольные вопросы

- Что такое оптическая длина пути? оптическая разность хода?
- Два когерентных световых пучка с оптической разностью хода  $\Delta = 5/2\lambda$  интерферируют в некоторой точке. Максимум или минимум наблюдается в этой точке? Почему?
- Какую величину называют временем когерентности и длиной когерентности? Какова связь между ними?
- Для чего вводятся понятия временной и пространственной когерентностей?
- Почему интерференцию нельзя наблюдать от двух электроламп?
- Что такое полосы равной толщины и равного наклона? Где они локализованы?

- Освещая тонкую пленку из прозрачного материала монохроматическим светом, падающим нормально к поверхности пленки, на ней наблюдают параллельные чередующиеся равноудаленные темные и светлые полосы. Одинакова ли толщина отдельных участков пленки?
- Почему центр колец Ньютона, наблюдаемых в проходящем свете, обычно светлый?
- В чем заключается суть просветления оптики?
- Когда и почему слой (слои) с оптической толщиной в четверть длины волны служит (служат) для полного гашения отраженных лучей и для получения высокоотражающих покрытий?

## 12. Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля

*Дифракцией* называется огибание волнами препятствий, встречающихся на их пути, или в более широком смысле – любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики. Из-за этого волны могут попадать в область геометрической тени, огибать препятствия, проникать через небольшое отверстие в экранах и т. д. Отметим, что дифракция наблюдается тогда, когда размеры препятствий соизмеримы с длиной волны света.

Между интерференцией и дифракцией нет существенного физического различия. Оба явления заключаются в перераспределении светового потока в результате наложения (суперпозиции) волн. По историческим причинам отклонение от закона независимости световых пучков, возникающее в результате суперпозиции когерентных волн, принято называть интерференцией волн. Отклонение от закона прямолинейного распространения света, в свою очередь, принято называть *дифракцией волн*.

Наблюдение дифракции осуществляется обычно по следующей схеме. На пути световой волны, распространяющейся от некоторого источника, помещается непрозрачная преграда, закрывающая часть волновой поверхности световой волны. За преградой располагается экран, на котором возникает дифракционная картина.

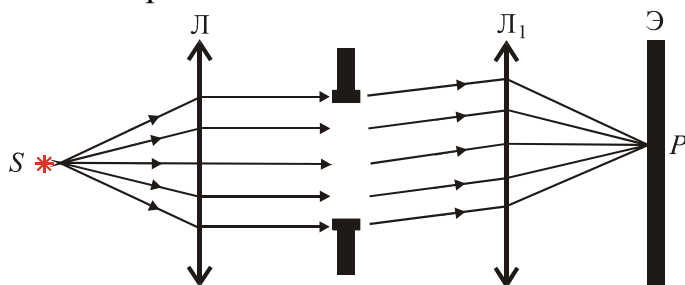


Рис. 14. Дифракция Фраунгофера

Различают два вида дифракции. Если источник света  $S$  и точка наблюдения  $P$  на экране  $\mathcal{E}$  расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку  $P$ , образуют практически параллельные пучки, говорят о *дифракции Фраунгофера*.

В противном случае говорят о *дифракции Френеля*. Дифракцию Фраунгофера можно наблюдать, поместив за источником света  $S$  и перед точкой наблюдения  $P$  линзы  $L$  и



$L_1$  так, чтобы точки  $S$  и  $P$  оказались в фокальной плоскости соответствующей линзы (рис. 14).

Явление дифракции качественно объясняется с помощью принципа Гюйгенса, согласно которому каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в следующий момент времени. Для монохроматической волны волновая поверхность – есть поверхность, на которой колебания совершаются в одинаковой фазе.

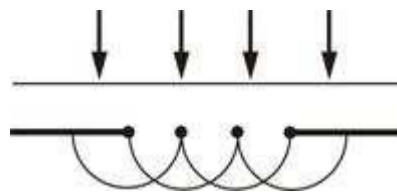


Рис. 15. Дифракция на отверстии

Пусть плоская волна нормально падает на отверстие в непрозрачном экране. Согласно Гюйгенсу, каждая точка выделяемого отверстием участка волнового фронта служит источником вторичных волн (в изотропной среде они сферические) (рис.15). Построив огибающую вторичных волн для некоторого момента времени, видим, что фронт волны заходит в область геометрической тени, т. е. огибает края отверстия.

Принцип Гюйгенса решает лишь задачу о направлении распространения волнового фронта, но не затрагивает вопроса об амплитуде, а, следовательно, и об интенсивности на фронте волны. Из повседневного опыта известно, что в большом числе случаев лучи света не отклоняются от их прямолинейного распространения. Так, предметы, освещенные точечным источником света, дают резкую тень. Таким образом, принцип Гюйгенса нуждается в дополнении, позволяющем определять интенсивность волны.

Френель дополнил принцип Гюйгенса идеей интерференции вторичных волн. Согласно *принципу Гюйгенса-Френеля* каждый элемент  $dS$  волновой поверхности  $S$  (рис. 16) является источником *когерентных вторичных сферических волн*, амплитуда которых пропорциональна величине элемента  $dS$ .

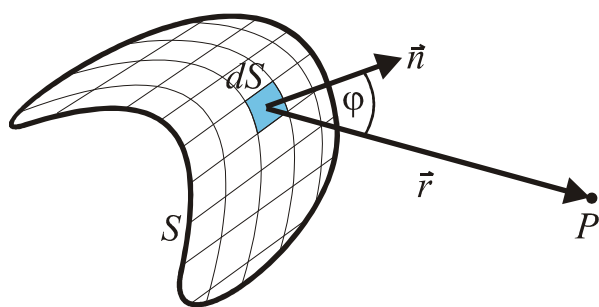


Рис. 16. К принципу Гюйгенса-Френеля

В точке  $P$  амплитуда сферической волны обратно пропорциональна  $r$ . Так как поверхность  $S$  является волновой поверхностью, то источники вторичных волн действуют синфазно. Результирующее колебание в точке  $P$  представляет собой суперпозицию колебаний, приходящих от всех элементов поверхности  $S$ :

$$E(P) = \int_S K(\varphi) \frac{E_0 dS}{r} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \quad (3)$$

где  $E_0$  – амплитуда световой волны в месте расположения площадки  $dS$ ;  $\vec{k}$  – волновой вектор;  $r$  – расстояние от площадки  $dS$  на волновой поверхности до точки наблюдения  $P$ ;  $K(\varphi)$  – коэффициент, зависящий от угла  $\varphi$  между нор-

малью  $\vec{n}$  к площадке  $dS$  и направлением  $\vec{r}$  от  $dS$  к точке  $P$ . При  $\varphi=0$  этот коэффициент максимален, при  $\varphi=\pi/2$  он обращается в нуль. Правомерность данной формулы и вид функции  $K(\varphi)$  устанавливается в рамках электромагнитной теории света (в оптическом приближении).

В том случае, когда между источником  $S$  и точкой наблюдения  $P$  имеются непрозрачные экраны с отверстиями, действие этих экранов может быть учтено следующим образом. На поверхности непрозрачных экранов амплитуды вторичных источников считаются равными нулю; в области отверстий амплитуды источников такие же, как при отсутствии экрана (так называемое приближение Кирхгофа).

### 13. Метод зон Френеля

Учет амплитуд и фаз вторичных волн позволяет в принципе найти амплитуду результирующей волны в любой точке пространства и решить задачу о распространении света. В общем случае расчет интерференции вторичных волн по формуле (3) довольно сложный и громоздкий. Однако ряд задач можно решить, применив чрезвычайно наглядный прием, заменяющий сложные вычисления. Метод этот получил название метода зон Френеля.

Суть метода разберем на примере точечного источника света  $S_0$ . Волновые поверхности представляют собой в этом случае концентрические сферы с центром в  $S_0$ . Разобьем изображенную на рис. 17 волновую поверхность на кольцевые зоны, построенные так, что расстояния от краев каждой зоны до точки  $M$  отличаются на  $\lambda/2$ . Обладающие таким свойством зоны называются зонами Френеля. Из рисунка видно, что расстояние  $l_m$  от внешнего края  $m$ -й зоны – до точки  $M$  равно

$$l_m = l + m \frac{\lambda}{2},$$

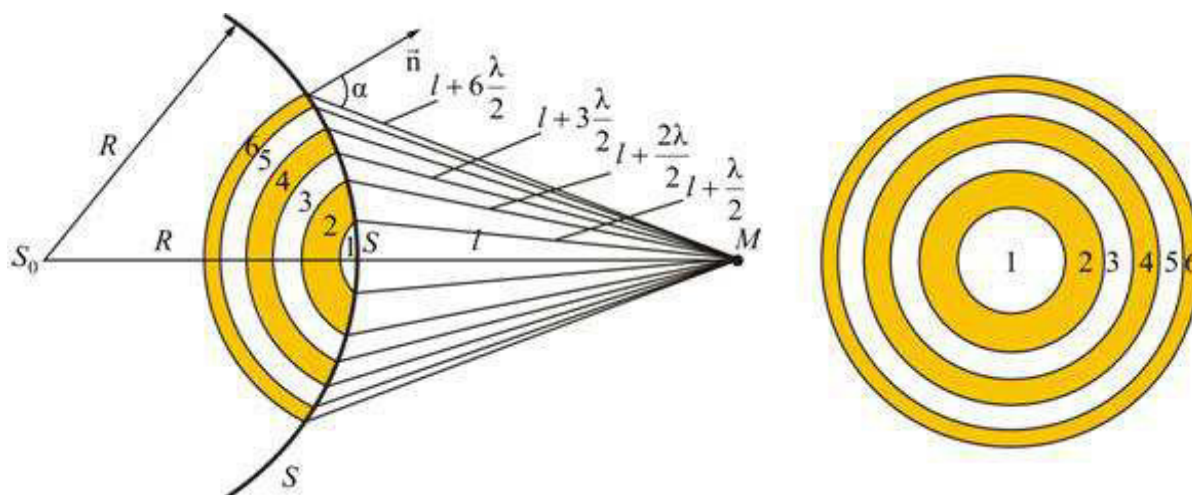


Рис. 17. Зоны Френеля

где  $l$  – расстояние от вершины волновой поверхности  $S$  до точки  $M$ .

Колебания, приходящие в точку  $M$  от аналогичных точек двух соседних зон, находятся в противофазе. Поэтому колебания от соседних зон будут взаимно ослаблять друг друга и амплитуда результирующего светового колебания в точке  $M$

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots ,$$

где  $A_1, A_2, \dots$  – амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й, ... зонами.

Для оценки амплитуд колебаний найдем площади зон Френеля. Пусть внешняя граница  $m$ -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высоты  $h_m$ . Обозначив площадь этого сегмента через  $\sigma_m$ , найдем, что, площадь  $m$ -й зоны Френеля равна  $\Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1}$ . Из рис. 17а. видно, что

$$r_m^2 = R^2 - (R - h_m)^2 = \left( l + \frac{m\lambda}{2} \right)^2 - (l + h_m)^2 .$$

После несложных преобразований, учитывая  $\lambda \ll R$  и  $\lambda \ll l$ , получим

$$r_m = \frac{ml\lambda}{2(R+l)} .$$

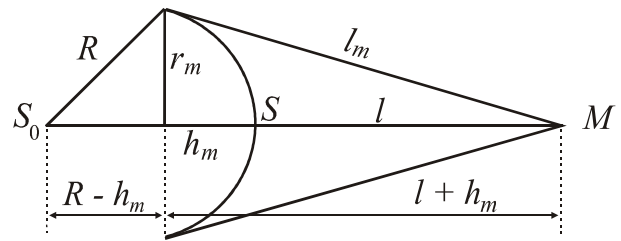


Рис. 17, а. К выводу площади сегмента

Площадь сферического сегмента и площадь  $m$ -й зоны Френеля соответственно равны

$$\sigma_m = 2\pi R h_m = \frac{\pi R l \lambda}{R+l} m ,$$

$$\Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1} = \frac{\pi R l \lambda}{R+l} .$$

Таким образом, при не слишком больших  $m$  площади зон Френеля одинаковы.

Согласно предположению Френеля, действие отдельных зон в точке  $M$  тем меньше, чем больше угол  $\alpha_m$  между нормалью  $n$  к поверхности зоны и направлением на  $M$ , т. е. действие зон постепенно убывает от центральной зоны к периферийным. Кроме того, интенсивность излучения в направлении точки  $M$  уменьшается с ростом  $m$  и вследствие увеличения расстояния от зоны до точки  $M$ . Таким образом, амплитуды колебаний образуют монотонно убывающую последовательность

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 > \dots \geq 0 .$$

Общее число зон Френеля, уместяющихся на полусфере, очень велико; например, при  $R = l = 10$  см и  $\lambda = 0,5$  мкм число зон достигает  $\sim 10^6$ . Это означа-

ет, что амплитуда убывает очень медленно и поэтому можно приближенно считать

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}.$$

Тогда выражение для амплитуды результирующего светового колебания в точке  $M$  (после перегруппировки) суммируется как

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2},$$

так как выражения в скобках равны нулю, а вклад последнего слагаемого ничтожно мал. Таким образом, амплитуда результирующих колебаний в произвольной точке  $M$  определяется как бы половинным действием центральной зоны Френеля.

При не слишком больших  $m$  высота сегмента  $h_m \ll R$ , поэтому можно считать, что  $r_m^2 = 2Rh_m$ . Подставив значение для  $h_m$ , получим для радиуса внешней границы  $m$ -й зоны

$$r_m = \sqrt{\frac{Rl}{R+l}} m\lambda.$$

При  $R=l=10$  см и  $\lambda=0,5$  мкм радиус первой (центральной) зоны  $r_1=0,16$  мм. Следовательно, распространение света от  $S$  к  $M$  происходит так, как если бы световой поток шел внутри очень узкого канала вдоль  $SM$ , т. е. прямолинейно.

Правомерность деления волнового фронта на зоны Френеля подтверждена экспериментально. Для этого используется зонная пластинка – в простейшем случае стеклянная пластинка, состоящая из системы чередующихся прозрачных и непрозрачных концентрических колец, с радиусами зон Френеля заданной конфигурации. Если поместить зонную пластинку в строго определенном месте (на расстоянии  $a$  от точечного источника и на расстоянии  $b$  от точки наблюдения), то результирующая амплитуда будет больше, чем при полностью открытом волновом фронте.

#### 14. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Дифракция Френеля наблюдается на конечном расстоянии от препятствия, вызвавшего дифракцию, в данном случае – экрана с отверстием. Сферическая волна, распространяющаяся от точечного источника  $S$ , встречает на своем пути экран с отверстием. Дифракционная картина наблюдается на экране, параллельном экрану с отверстием. Ее вид зависит от расстояния между отверстием и экраном (для данного диаметра отверстия). Проще определить ампли-

туду световых колебаний в центре картины. Для этого разобьем открытую часть волновой поверхности на зоны Френеля. Амплитуда колебания, возбуждаемая всеми зонами, равна

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2},$$

где знак плюс отвечает нечетным  $m$  и минус – четным  $m$ .

Когда отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то амплитуда (интенсивность) в центральной точке будет больше, чем при свободном распространении волны; если четное – то амплитуда (интенсивность) будет равна нулю. Например, если отверстие открывает одну зону Френеля, амплитуда  $A = A_1$ , то интенсивность ( $\sim A^2$ ) больше в четыре раза (рис. 18).

Расчет амплитуды колебания на внеосевых участках экрана более сложен, так как соответствующие зоны Френеля частично перекрываются непро-

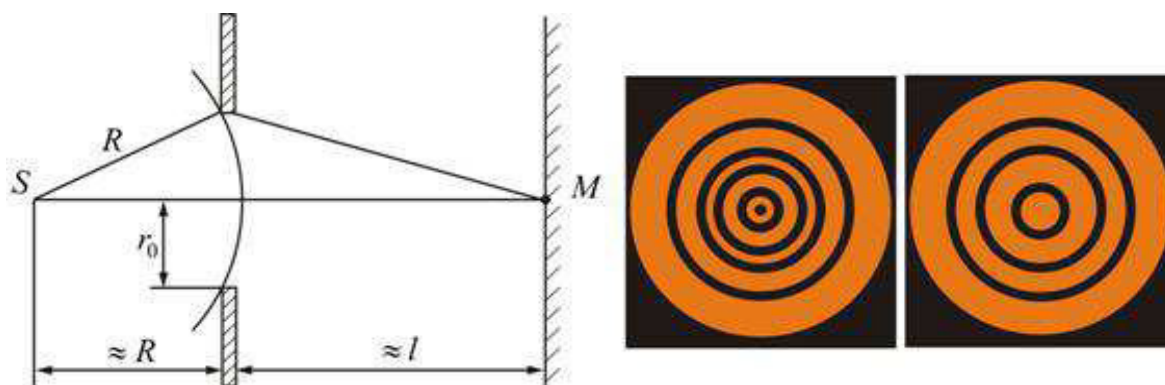


Рис. 18. Дифракция Френеля на круглом отверстии

зрачным экраном. Качественно ясно, что дифракционная картина будет иметь вид чередующихся темных и светлых колец с общим центром (если  $m$  четное, то в центре будет темное кольцо, если  $m$  нечетное – то светлое пятно), причем интенсивность в максимумах убывает с расстоянием от центра картины. Если отверстие освещается не монохроматическим светом, а белым светом, то кольца окрашены.

Рассмотрим предельные случаи. Если отверстие открывает лишь часть центральной зоны Френеля, на экране получается размытое светлое пятно; чередования светлых и темных колец в этом случае не возникает. Если отверстие открывает большое число зон, то  $A_m \ll A_1$  и амплитуда в центре  $A = A_1/2$ , т. е. такая же, как и при полностью открытом волновом фронте; чередование светлых и темных колец происходит лишь в очень узкой области на границе геометрической тени. Фактически дифракционная картина не наблюдается, и распространение света, по сути, является прямолинейным.

## 15. Дифракция Френеля на диске

Сферическая волна, распространяющаяся от точечного источника  $S$ , встречает на своем пути диск. Дифракционная картина, наблюдаемая на экране, является центрально симметричной. Определим амплитуду световых колебаний в центре. Пусть диск закрывает  $m$  первых зон Френеля. Тогда амплитуда колебаний равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left( \frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots$$

или

$$A = \frac{A_{m+1}}{2},$$

так как выражения, стоящие в скобках, равны нулю. Следовательно, в центре всегда наблюдается дифракционный максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля. Центральный максимум окружен концентрическими с ним темными и светлыми кольцами. При небольшом числе закрытых зон амплитуда  $A_{m+1}$  мало отличается от  $A_1$ . Поэтому интенсивность в центре будет почти такая же, как при отсутствии диска (рис. 19).

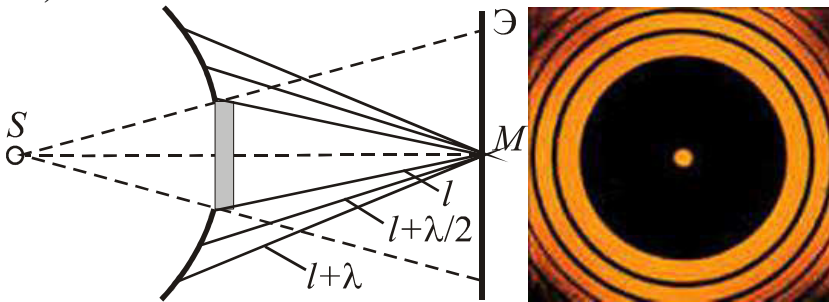


Рис. 19. Дифракция Френеля на диске

Рассмотрим предельные случаи. Если диск закрывает лишь небольшую часть центральной зоны Френеля, он совсем не отбрасывает тени – освещенность экрана всюду остается такой же, как при отсут-

ствии диска. Если диск закрывает много зон Френеля, чередование светлых и темных колец наблюдается только в узкой области на границе геометрической тени. В этом случае  $A_m \ll A_1$ , так что светлое пятно в центре отсутствует, и освещенность в области геометрической тени практически всюду равна нулю. Фактически дифракционная картина не наблюдается, и распространение света является прямолинейным.

## 16. Дифракция в параллельных лучах на узкой щели

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально плоскости узкой щели шириной  $b$ . Оптическая разность хода между крайними лучами, идущими от щели в некотором направлении  $\varphi$

$$\Delta = b \sin \varphi.$$

Сначала применим метод зон Френеля. Разобьем открытую часть волновой поверхности в плоскости щели на зоны Френеля, имеющие вид равновеликих полос, параллельных щели. Так как ширина каждой зоны выбирается такой, чтобы разность хода от краев этих зон была равна  $\frac{\lambda}{2}$ , то на ширине щели уместится  $\frac{2\Delta}{\lambda}$  зон. Амплитуды вторичных волн в плоскости щели будут равны, так как зоны Френеля имеют одинаковые площади и одинаково наклонены к направлению наблюдения. Фазы колебаний от пары соседних зон Френеля отличаются на  $\pi$ , поэтому, суммарная амплитуда этих колебаний равна нулю.

Если число зон Френеля четное, то

$$b \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, m = 0, 1, 2, \dots,$$

и в точке  $F_\varphi$  наблюдается минимум освещенности (темный участок), если же число зон Френеля нечетное, то

$$b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, m = 0, 1, 2, \dots$$

и наблюдается близкая к максимуму освещенность, соответствующая действию одной не скомпенсированной зоны Френеля. В направлении  $\varphi = 0$  щель действует, как одна зона Френеля, и в этом направлении наблюдается наибольшая освещенность, точке  $F_0$  соответствует центральный или главный максимум освещенности.

Получить информацию о более точном распределении интенсивностей методом зон Френеля невозможно. Поэтому рассмотрим эту задачу, применив принцип Гюйгенса-Френеля. Поскольку на щель падает параллельный пучок света, фронт волны плоский. Разобьем щель на полосы бесконечно малой шириной  $dx$  (рис. 20). Каждая такая элементарная зона создает колебание светового вектора величиной  $dE$  в точке  $F_\varphi$ . Линза собирает в фокальной плоскости только плоские, идущие под одним углом  $\varphi$ , а не сферические волны. Поэтому множитель  $1/r$  в математической записи принципа Гюйгенса-Френеля будет равен единице и функция  $K(\varphi)$  будет константой. Амплитуда колебаний, возбуждаемая полосой  $dx$  в любой точке экрана, будет зависеть только от площади этой полосы, которая пропорциональна  $dx$ . Тогда

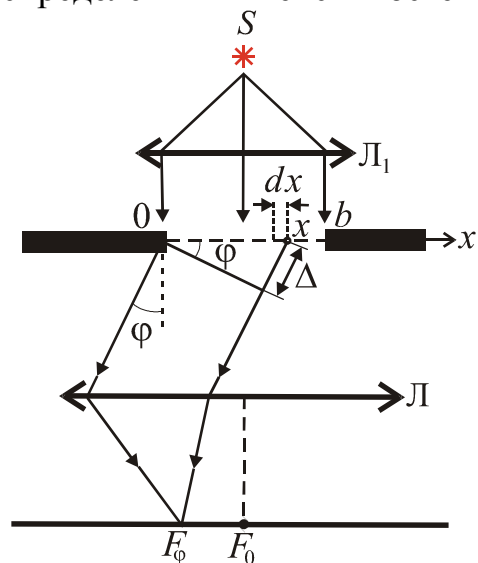


Рис. 20. Дифракция на щели

$$dE = c dx,$$

и если  $E_0$  – алгебраическая сумма амплитуд колебаний, возбуждаемых в некоторой точке экрана всеми зонами, то  $E_0 = \int_0^b c dx = cb$ . Отсюда

$$c = \frac{E_0}{b} \text{ и } dE = \frac{E_0}{b} dx.$$

Математическая запись принципа Гюйгенса-Френеля для произвольной полосы  $dx$  с координатой  $x$  будет выглядеть так:

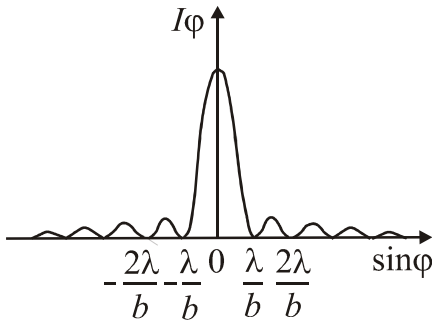
$$E = \int_0^b \frac{E_0}{b} \cos(\omega t - k\Delta) dx,$$

где  $(\omega t - k\Delta)$  – фаза колебания, возбуждаемого зоной с координатой  $x$ ;  $\Delta = x \sin \varphi$  – разность хода лучей возбуждаемых зонами с координатами 0 и  $x$  соответственно;  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число.

Окончательно будем иметь

$$E = \int_0^b \frac{E_0}{b} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi\right) dx = E_0 \frac{\sin\left(\pi \frac{b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\pi \frac{b}{\lambda} \sin \varphi} \cos\left(\omega t - \pi \frac{b}{\lambda} \sin \varphi\right).$$

Для интенсивности, пропорциональной квадрату амплитуды, получим



$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2\left(\pi \frac{b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\pi \frac{b}{\lambda} \sin \varphi\right)^2},$$

Рис. 21. Максимумы и минимумы интенсивности света

направлением  $\varphi$ . Величина вторичных максимумов быстро убывает (рис. 21). Численные значения интенсивностей главного и следующих максимумов относятся как 1:0,045:0,016 и т. д., т. е. основная часть световой энергии, прошедшей через щель, сосредоточена в главном максимуме.

Сужение щели приводит к тому, что центральный максимум расплывается, а его освещенность уменьшается. Наоборот, чем щель шире, тем картина ярче, но дифракционные полосы уже, а число самих полос больше. При  $b \gg \lambda$



в центре получается резкое изображение источника света, т. е. имеет место прямолинейное распространение света.

## 17. Дифракция в параллельных лучах на дифракционной решетке

Дифракционная решетка представляет собой систему одинаковых щелей, разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками. Дифракционную картину от решетки можно рассматривать как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей, т. е. в дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция (рис. 22).

Рассмотрим дифракционную решетку. Если ширина каждой щели равна  $b$ , а ширина непрозрачных участков между щелями  $a$ , то величина  $d = a + b$  называется *периодом дифракционной решетки*.

Для многолучевой интерференции освещенность в условиях интерференции световых лучей от  $N$  щелей равна

$$I = I_{\varphi} \frac{\sin^2(N \frac{\delta}{2})}{\sin^2(\frac{\delta}{2})}.$$

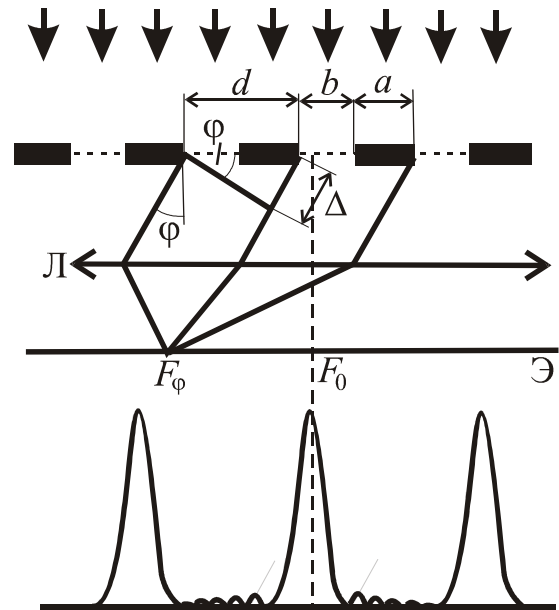


Рис. 22. Дифракция на решетке

Из рис. 22 видно, что разность хода от соседних щелей равна  $\Delta = d \sin \varphi$ . Следовательно, разность фаз

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi,$$

где  $\lambda$  – длина волны в данной среде. Подставив в формулу для освещенности выражение для  $I_{\varphi}$  (освещенность от одной щели) и выражение для  $\delta$ , получим

$$I = I_0 \frac{\sin^2(\pi \frac{b}{\lambda} \sin \varphi)}{(\pi \frac{b}{\lambda} \sin \varphi)^2} \cdot \frac{\sin^2(N\pi \frac{d}{\lambda} \sin \varphi)}{\sin^2(\pi \frac{d}{\lambda} \sin \varphi)},$$

где  $I_0$  – освещенность, создаваемая одной щелью на оси линзы.

Первый множитель обращается в нуль в точках, для которых

$$b \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

В этих точках освещенность, создаваемая каждой из щелей в отдельности, равна нулю, т. е. будут наблюдаться *главные минимумы* освещенности.

Все выражение, близкое к экстремальному, принимает значение (локальный максимум) в точках, удовлетворяющих условию

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Для направлений, определяемых этим условием, колебания от отдельных щелей взаимно усиливают друг друга. Это условие с достаточной точностью определяет положения *главных максимумов*. Число  $m$  дает *порядок* главного максимума.

Кроме главных минимумов в промежутке между соседними главными максимумами имеется  $N - 1$  дополнительный минимум. Эти минимумы соответствуют направлениям, при которых второй множитель обращается в нуль. В данных направлениях колебания от отдельных щелей взаимно погашают друг друга. Направления дополнительных минимумов определяются условием

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m'}{N} \lambda, \quad m' = 1, 2, 3, \dots, N - 1, N + 1, \dots, 2N - 1, 2N + 1, \dots$$

В этой формуле  $m'$  принимает все целочисленные значения кроме  $0, N, 2N, \dots$ , т. е. кроме тех, при которых наблюдаются главные максимумы.

Между дополнительными минимумами располагаются  $N - 2$  слабых вторичных максимумов. Интенсивность вторичных максимумов не превышает  $1/22$  интенсивности ближайшего главного максимума. Так как

$$|\sin \varphi| \leq 1,$$

то наибольший порядок главного максимума определяется соотношением  $m \leq \frac{d}{\lambda}$ , т. е. определяется отношением периода решетки к длине волны.

Положение главных максимумов зависит от длины волны  $\lambda$ . Поэтому при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального ( $m = 0$ ), разложатся в спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная – наружу. Это свойство дифракционной решетки используется для исследования спектрального состава света (определения длин волн и интенсивностей всех монохроматических компонентов), т. е. дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор.

## 18. Дифракционные спектры. Разрешающая способность дифракционной решетки

Основными характеристиками всякого спектрального прибора является его *дисперсия* и *разрешающая сила*. Дисперсия определяет угловое или линейное расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на единицу (например, на 1 Å). Разрешающая сила определяет минимальную разность длин волн  $\Delta\lambda$ , при которой две линии воспринимаются в спектре раздельно.

*Угловой дисперсией* называется величина

$$D = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda},$$

где  $\Delta\varphi$  – угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на  $\delta\lambda$ . Для дифракционной решетки

$$d \cos\varphi \cdot \delta\varphi = m\Delta\lambda.$$

Отсюда, в пределах небольших углов ( $\cos\varphi \approx 1$ ), получим  $D \approx \frac{m}{d}$ .

*Разрешающей силой* спектрального прибора называют безразмерную величину

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda},$$

где  $\Delta\lambda$  – минимальная разность длин волн двух спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются раздельно.

Согласно *критерию Рэля*, изображения двух близлежащих одинаковых точечных источников или двух близлежащих спектральных линий с равными интенсивностями разрешимы (разделены для восприятия), если центральный максимум от одного источника (линии) совпадает с первым минимумом дифракционной картины от другого.

При выполнении критерия Рэля интенсивность «провала» между максимумами составляет 80 % интенсивности в максимуме, что является достаточным для разрешения источников (линий).

Положение  $m$ -го максимума для длины волны  $\lambda + \Delta\lambda$  и минимума, следующего за  $m$ -м максимумом для длины волны  $\lambda$ , определяется соответственно условиями

$$d \sin\varphi_{\max} = m(\lambda + \Delta\lambda),$$

$$d \sin\varphi_{\min} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda.$$

Согласно критерию Рэля, две эти линии разрешаются спектральным прибором, если правые части этих соотношений равны между собой или

$$m\Delta\lambda = \frac{\lambda}{N}.$$

Отсюда, для разрешающей силы получим выражение  $R = mN$ .

Современные дифракционные решетки обладают довольно высокой разрешающей способностью (до  $2 \cdot 10^5$ ).

## 19. Дифракция рентгеновских лучей

Дифракция наблюдается не только на одномерной дифракционной решетке, но также трехмерных периодических структурах. Подобными структурами являются все кристаллические тела. Однако их период ( $\sim 10^{-10}$ ) слишком мал для того, чтобы можно было наблюдать дифракцию в видимом свете. В случае кристаллов соотношение  $d \sim \lambda$  выполняется только для рентгеновских лучей.

Рассматриваем кристалл как совокупность параллельных кристаллографических плоскостей (плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки), отстоящих друг от друга на расстояние  $d$  (рис. 23). Полагаем, что при падении рентгеновского излучения на кристалл происходит частичное отражение излучения от этих плоскостей.

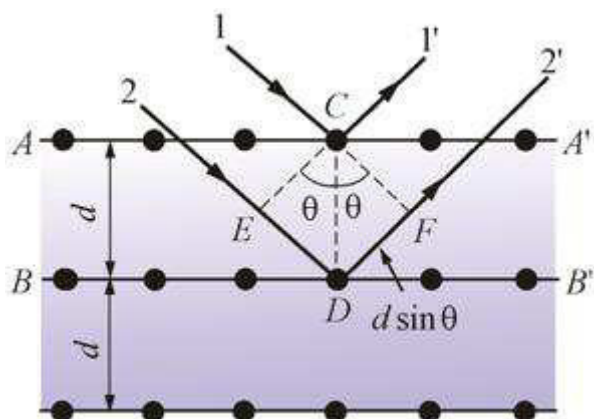


Рис. 23. Дифракция рентгеновских лучей

Вторичные волны, отразившиеся от разных плоскостей, когерентны и будут интерферировать между собой. Из рисунка видно, что разность хода двух волн, отразившихся от соседних плоскостей, равна

$$\Delta = 2d \sin \theta,$$

где  $\theta$  – угол между поверхностью кристалла и падающим лучем, называемый *углом скольжения* падающих лучей.

Максимумы интенсивности (дифракционные максимумы) наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе. Эти направления определяются условием

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Это соотношение называется формулой *Вульфа-Брэгга*.

Кристаллографические плоскости можно провести в кристалле множеством способов. Каждая система плоскостей может дать дифракционный максимум, если для нее окажется выполненным записанное выше условие. Однако

заметную интенсивность имеют лишь те максимумы, которые дают плоскости с густо расположенными узлами.

Дифракция рентгеновских лучей от кристаллов находит два основных применения. Она используется для исследования спектрального состава рентгеновского излучения (*рентгеновская спектроскопия*) и для изучения структуры кристаллов (*рентгеноструктурный анализ*). Определяя направления максимумов, получающихся при дифракции исследуемого рентгеновского излучения от кристаллов с известной структурой, можно вычислить длины волн. Наблюдая дифракцию рентгеновских лучей известной длины волны на кристалле неизвестного строения можно найти межплоскостные расстояния и расшифровать структуру кристалла.

### Контрольные вопросы

- Каковы дополнения Френеля к принципу Гюйгенса? Что позволило объяснить принцип Гюйгенса — Френеля?
- В чем заключается принцип построения зон Френеля?
- Когда наблюдается дифракция Френеля, а когда дифракция Фраунгофера?
- Почему дифракция не наблюдается на больших отверстиях и больших дисках?
- Чем определяется, будет ли число зон Френеля, открываемых отверстием, четным или нечетным? Ответ обосновать.
- Каковы характерные особенности дифракционной картины, получающиеся при дифракции на малом непрозрачном диске?
- Найдите направления на точки экрана в случае дифракции на щели, в которых интенсивность равна нулю.
- Как влияет на дифракцию Фраунгофера от одной щели увеличение длины волны и ширины щели?
- Как изменится дифракционная картина, если увеличить общее число штрихов решетки, не меняя постоянную решетки?
- Почему дифракционная решетка разлагает белый свет в спектр?
- Запишите условия дифракционных минимумов для одной щели и главных максимумов для решетки. Каков характер этих дифракционных картин?
- Почему на кристаллах не наблюдается дифракция видимого света и наблюдается дифракция рентгеновского излучения?
- Какое практическое применение имеет формула Вульфа — Брэггов?
- От чего зависит разрешающая способность объектива?
- Когда два одинаковых точечных источника разрешимы по Рэлею?
- От чего зависит разрешающая способность дифракционной решетки и как вывести формулу для ее определения?

## 20. Поляризация света. Естественный и поляризованный свет

Следствием теории Максвелла является поперечность световых волн: напряженность электрического поля  $E$ , вектор индукции магнитного поля  $B$  и скорость распространения волны  $v$  образуют правую тройку векторов. Действие света на вещество определяется в основном колебаниями вектора напряженности  $E$ . В соответствии с этим вектор напряженности называют еще *световым вектором* (рис. 24).

Плоскость, в которой лежит световой вектор в плоско поляризованной волне, называется *плоскостью колебаний*. Исторически сложилось, что *плоскостью поляризации* называется плоскость, перпендикулярная к плоскости колебаний, т. е. плоскость, в которой лежит вектор  $H$ .

Если плоскость колебаний поворачивается вокруг направления луча с угловой скоростью  $\omega$  и не меняется модуль светового вектора, то свет называется *поляризованным по кругу*. Если модуль светового вектора при вращении меняет свою величину, т. е. его конец описывает эллипс, свет называется *эллиптически поляризованным*. В зависимости от направления вращения различают правую или левую эллиптическую и круговую поляризацию. Пусть луч движется на нас. Если вектор  $\vec{E}$  вращается по часовой стрелке, поляризация называется *правой*, в противном случае – *левой*.

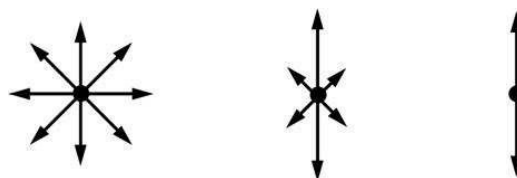


Рис. 24. Направления колебаний световых векторов

*Плоско поляризованный* свет можно получить из естественного с помощью приборов, называемых *поляризаторами*. Поляризаторы свободно пропускают колебания, параллельные некоторой плоскости (*плоскости поляризатора*), и полностью или частично задерживают колебания, перпендикулярные этой плоскости. На выходе из поляризатора получается свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями другого. Такой свет называется *частично поляризованным*.

Частично поляризованный свет, как и естественный, можно представить в виде наложения двух некогерентных плоскополяризованных волн с взаимно перпендикулярными плоскостями колебаний.

В случае естественного света интенсивность этих волн одинакова, а в случае частично поляризованного – разная.

Если пропустить частично поляризованный свет через идеальный поляризатор, то при его вращении вокруг направления луча интенсивность прошедшего света будет изменяться в пределах от  $I_{\max}$  до  $I_{\min}$ . Выражение

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

называется *степенью поляризации*. Для плоско поляризованного света  $I_{\min} = 0$  и  $P = 1$ ; для естественного света  $I_{\max} = I_{\min}$  и  $P = 0$ . К эллиптически и поляризованному по кругу свету, колебания которых полностью упорядочены, понятие степени поляризации не применимо, поскольку формальное применение дает  $P < 1$ .

## 21. Поляризаторы и анализаторы. Закон Малюса

Поставим на пути естественного света два поляризатора, плоскости которых образуют угол  $\varphi$  (рис. 25). Из первого поляризатора выйдет плоско поляризованный свет, интенсивность которого  $I_0$  составляет половину интенсивности естественного света  $I_{\text{ест}}$ . После прохождения через второй поляризатор (анализатор) интенсивность света будет равна

$$I = I_0 \cos^2 \varphi .$$

Это соотношение носит название *закона Малюса*. Максимальная интенсивность света ( $I_{\max} = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}$ ) получается при  $\varphi = 0$  (поляризаторы параллельны). При скрещенных поляризаторах  $\varphi = \pi/2$  интенсивность равна нулю (свет не проходит, см. рис. 25).

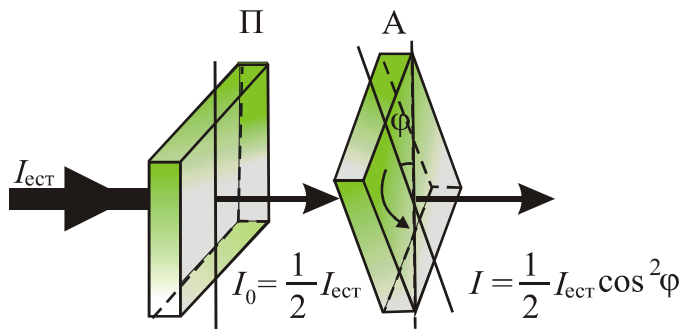


Рис. 25. К закону Малюса

Пусть эллиптически поляризованный свет падает на поляризатор. Он пропустит составляющую вектора  $E$ , параллельную плоскости поляризатора. Амплитуда

и интенсивность плоско поляризованного на выходе света зависит от ориентации поляризатора. Она максимальна при совпадении плоскости поляризатора с большой полуосью эллипса и минимальна при совпадении первой с малой полуосью эллипса. Такой же характер изменения интенсивности света при вращении поляризатора получается в случае частично поляризованного света.

В случае циркулярно поляризованного света вращение поляризатора не сопровождается, как и в случае естественного света, изменением интенсивности прошедшего света.

## 22. Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Брюстера

Если угол падения на границу раздела двух диэлектриков (например, воздуха и стекла) отличен от нуля, отраженный и преломленный луч оказываются частично поляризованными. В отраженном свете преобладают колебания, перпендикулярные к плоскости падения, в преломленном луче – колебания, параллельные плоскости падения (рис. 26).

Степень поляризации отраженного и преломленного лучей можно получить с помощью *формул Френеля*. Эти формулы выводятся из граничных условий для электромагнитного поля на границе раздела двух диэлектриков. Каждую (падающую, отраженную, преломленную) световую волну можно представить в виде суперпозиции двух волн, колебания в одной из которых совершаются в плоскости падения, а в другой – перпендикулярно этой плоскости.

Формулы Френеля имеют следующий вид:

$$A'_{1\parallel} = -A_{1\parallel} \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)}, \quad A'_{1\perp} = -A_{1\perp} \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)},$$

$$A_{2\parallel} = A_{1\parallel} \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}, \quad A_{2\perp} = A_{1\perp} \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)},$$

где  $A_{1\parallel}$  и  $A_{1\perp}$  – амплитуды падающих волн;  $A'_{1\parallel}$  и  $A'_{1\perp}$  – амплитуды отраженных волн;  $A_{2\parallel}$  и  $A_{2\perp}$  – амплитуды преломленных волн.

Обозначим через  $\alpha_B$  угол падения, при котором  $\alpha + \beta = \pi/2$  (отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны). Из первой формулы получается, что при падении под углом  $\alpha_B$  амплитуда  $A'_{1\parallel}$  обращается в нуль. Следовательно, в отраженной волне присутствуют лишь колебания, перпендикулярные к плоскости падения, – отраженная волна полностью поляризована. Из закона преломления несложно установить, что

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n_{21}.$$

Это соотношение носит название *закона Брюстера*, а угол  $\alpha_B$  называют *углом Брюстера*.

Из этих формул также вытекает, что преломление происходит при всех условиях без изменения фазы волны. При отражении происходит изменение фазы, зависящее от следующих условий. При падении под углом  $\alpha < \alpha_B$ , отражение от оптически более плотной среды сопровождается изменением фазы на  $\pi$ ; отражение от оптически менее плотной среды происходит без изменения фазы. В случае, когда  $\alpha > \alpha_B$ , фазовые соотношения для обеих компонент оказываются различными.

С помощью формул Френеля можно определить интенсивности отраженного и преломленного света. Для малых углов падения в результате получается

$$I'_1 = I_1 \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2, \quad I_2 = I_1 \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}.$$

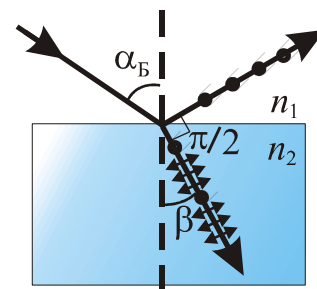


Рис. 26. Поляризация при отражении и преломлении



## 23. Поляризация света при двойном лучепреломлении. Двойное лучепреломление и анизотропия кристаллов

При прохождении света через все прозрачные кристаллы, за исключением кристаллов, принадлежащих к кубической системе, наблюдается явление, получившее название *двойного лучепреломления*. Это явление заключается в том, что упавший на кристалл луч разделяется внутри кристалла на два луча, распространяющиеся, вообще говоря, с разными скоростями и в разных направлениях (рис. 27).

Кристаллы, обладающие двойным лучепреломлением, подразделяются на *одноосные* и *двуосные*.

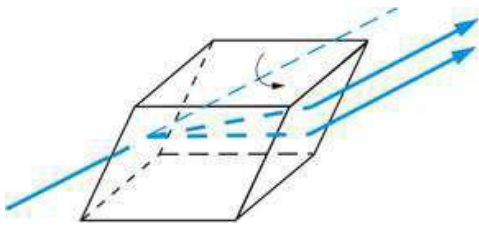


Рис. 27. Двойное лучепреломление

У одноосных кристаллов имеется одно направление, вдоль которого лучи распространяются, не разделяясь, с одинаковой скоростью. Это направление называется *оптической осью* кристалла. У двухосных кристаллов имеются два таких направления (две оптические оси). У одноосных кристаллов (исландский шпат, кварц, турмалин) один из преломленных лучей подчиняется обычному закону

преломления. Этот луч называется *обыкновенным* и обозначается буквой *o* (рис. 28). Другой луч называется *необыкновенным* и обозначается буквой *e*. Преломление необыкновенного луча происходит по другому закону. Даже при нормальном падении света на кристалл необыкновенный луч, вообще говоря, отклоняется от нормали. Кроме того, необыкновенный луч не лежит, как правило, в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности. У двуосных кристаллов (слюда, гипс) оба луча необыкновенные.

Исследования показывают, что вышедшие из кристалла лучи плоско поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Плоскость, проходящая через луч света и оптическую ось кристалла, называется *главной плоскостью* (или *главным сечением*) кристалла. Колебания светового вектора в обыкновенном луче происходят перпендикулярно главной плоскости, а в необыкновенном – в главной плоскости.

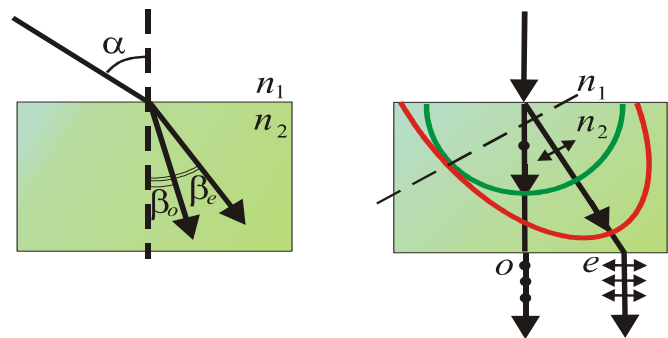


Рис. 28. Двойное лучепреломление в анизотропных кристаллах при разных углах падения

Двойное лучепреломление объясняется анизотропией кристаллов. В кристаллах некубической системы диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  зависит от направления. В одноосных кристаллах  $\epsilon$  в направлении оптической оси и в на-

правлениях, перпендикулярных к ней, имеет различные значения –  $\epsilon_{\parallel}$  и  $\epsilon_{\perp}$ . В других направлениях  $\epsilon$  имеет промежуточное значение.

В обыкновенном луче световой вектор перпендикулярен оптической оси кристалла и, следовательно, скорость распространения луча для всех направлений будет одна и та же:  $v_o = c/\sqrt{\epsilon_{\perp}}$ . Расстояние от точечного источника света до волновой поверхности пропорционально лучевой скорости в соответствующем направлении. Поэтому, если в кристалле находится такой источник, то волновая поверхность для обыкновенных лучей является сферой (рис.28).

В необыкновенном луче световой вектор лежит в главной плоскости. Для луча, распространяющегося вдоль оптической оси, световой вектор перпендикулярен оптической оси. Скорость распространения луча в этом направлении такая же как для обыкновенного:  $v_e = c/\sqrt{\epsilon_{\perp}}$ . Для луча, распространяющегося перпендикулярно оси:  $v_e = c/\sqrt{\epsilon_{\parallel}}$ . Для других лучей скорость имеет промежуточное значение. Можно показать, что волновая поверхность необыкновенных лучей представляет собой эллипсоид вращения. В местах пересечения с оптической осью волновой эллипсоид необыкновенного луча и волновая сфера обыкновенного соприкасаются.

Одноосные кристаллы характеризуются *показателем преломления обыкновенного луча*  $n_o = c/v_o$  и *показателем преломления необыкновенного луча*  $n_e = c/v_e$ . В зависимости от того, какая из скоростей,  $v_o$  или  $v_e$ , больше, различают *положительные* и *отрицательные* одноосные кристаллы. У положительных кристаллов  $v_e < v_o$  (или  $n_e > n_o$ ). У отрицательных кристаллов  $v_e > v_o$  (или  $n_e < n_o$ ).

## 24. Интерференция в параллельных лучах, пластинка одноосного кристалла, вырезанная параллельно оптической оси

При наложении двух когерентных лучей, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, интерференционной картины не наблюдается. Интерференция возникает только тогда, когда колебания во взаимодействующих лучах происходят вдоль одного и того же направления.

Колебания в двух лучах, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, можно свести в одну плоскость, пропустив эти лучи через поляризатор, установленный так, что его плоскость не совпадала с плоскостью колебаний ни одного из лучей.

Пусть на поляризатор падает параллельный пучок света. Поместим между поляризатором П и анализатором А пластинку из одноосного кристалла К, вырезанную параллельно оптической оси (рис. 29). Из поляризатора выйдет плоскополяризованный свет интенсивности  $I$ . На пластику будет падать плоскополяризованный *параллельный* пучок света. Внутри пластинки он делится на

обыкновенный и необыкновенный лучи, которые в кристалле движутся в одном направлении с разными скоростями. На входе в пластинку разность фаз  $\delta$  этих лучей равна нулю, на выходе из пластинки

$$\delta = \frac{(n_o - n_e)d}{\lambda_0} 2\pi .$$

Пройдя через пластинку, свет в общем случае будет эллиптически поляризованным. После анализатора свет снова будет плоско поляризованным. Его интенсивность  $I'$  будет зависеть от взаимной ориентации плоскостей поляризатора и анализатора, от разности фаз  $\delta$ . При неподвижном анализаторе разность фаз различна для разных

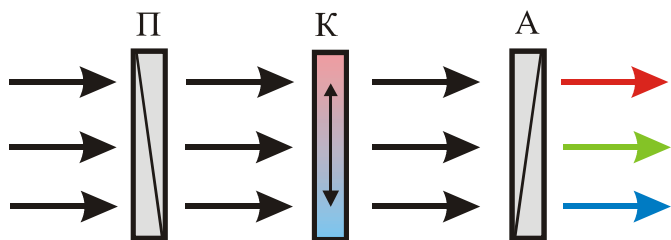


Рис. 29. Интерференция поляризованных лучей на кристалле, вырезанном параллельно оптической оси

длин волн. По этой причине *интерференционная картина получается окрашенной*. При вращении анализатора окраска меняется. При повороте анализатора на  $90^\circ$  окраска меняется на дополнительную – например, из синей превратится в оранжевую, а светлые места становятся темными и наоборот. При

дальнейшем вращении анализатора картина повторяется.

Если угол между главной плоскостью поляризатора и главной оптической плоскостью кристалла равен 0 или  $\pi/2$ , то через пластинку проходит только один луч. Ему не с чем интерферировать, и окрашивание пропадает. Все эти явления получили название *хроматической поляризации*. Она была открыта французским ученым Д. Араго в 1816 г.

Если пластина неоднородна по толщине, то все области одинаковых толщин окрасятся в один цвет. По распределению цветных полос или пятен по поверхности пластины можно судить о степени и характере этой неоднородности толщины пластины. При скрещенных поляризаторе и анализаторе аналогичное окрашивание возникает, если исследуемая кристаллическая пластинка обладает хотя бы незначительной анизотропией, а без пластинки мы наблюдали бы только темное поле в соответствии с законом Малюса.

В 1815 г. Брюстером было открыто *двойное лучепреломление при механических деформациях* изотропных тел, кристаллов. При деформации возникает преимущественная ориентация в расположении молекул тела. Это ведет к возникновению двойного лучепреломления. В простом случае одностороннего растяжения или сжатия тело ведет себя как одноосный кристалл с оптической осью вдоль растяжения или сжатия. При этом разность показателей преломления между обыкновенным и необыкновенным лучами пропорциональна приложенному напряжению, а коэффициент пропорциональности зависит от длины волны. Эффект сохраняется и при остаточных деформациях, что позволяет исследовать упругие напряжения и остаточные деформации в телах.

Если кристаллическая пластинка имеет форму клина, то она окажется испещрённой цветными полосами, параллельными ребру клина. Чередующиеся полосы одинаковой окраски соответствуют изменению оптической разности хода между обыкновенным и необыкновенным лучами на целое число длин волн (т. е. изменению разности фаз колебаний в этих волнах на  $2m\pi$ , где  $m = 1, 2, 3, \dots$ ).

## 25. Интерференция в непараллельных лучах, пластинка одноосного кристалла, вырезанная перпендикулярно оптической оси. Интерференционный крест

Более сложные явления наблюдаются при интерференции *сходящихся* поляризованных лучей. Схема для наблюдения таких явлений представлена на рис. 30.

Пусть на плоскопараллельную кристаллическую пластинку К, вырезанную *перпендикулярно оптической оси*, падает сходящийся пучок поляризованного света, сформированный линзой  $L_1$ . Лучи проходят через кристалл К, линзу  $L_2$ , объектив О, анализатор А и проектируются на экран. В этом случае оптическая разность хода между обыкновенными и необыкновенными волнами зависит от угла падения соответствующего луча на пластинку кристалла.

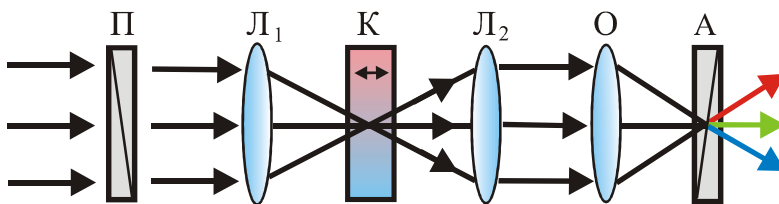


Рис. 30. Интерференция поляризованных лучей на кристалле, вырезанном перпендикулярно оптической оси

Условия интерференции волн, падающих на пластинку под одинаковыми углами  $\gamma$ , идентичны. Для какого-то определенного значения  $\gamma$  условие максимума интерференции будет выполняться для световых волн, соответствующих вполне определенному цвету, и будут наблюдаться поверхности одинакового цвета – *изохроматические поверхности* (поверхность равной разности фаз). Поэтому однородная по толщине кристаллическая пластина будет казаться покрытой *концентрическими окружностями* разных цветов. Отметим, что центр окружностей лежит на оптической оси. В центре цветной картины будет светлое или темное пятно (центральный световой луч распространяется вдоль оптической оси, поэтому необыкновенные волны в нем отсутствуют); интенсивность пятна в центре зависит от взаимного расположения главных плоскостей поляризатора П и анализатора А. Форма изохромат и интерференционных полос определяется симметрией кристалла и ориентацией его оптических осей. Так как лучи, лежащие в главной плоскости поляризатора П (или в перпендикулярной к ней плоскости), будут возбуждать в кристалле только необыкновенные (или только обыкновенные) волны, вся цветная интерференционная картина будет пересечена бесцветным «крестом», интенсивность которого такая же, как пятна, находящегося в центре креста. Обычно наиболее яркая интерферен-

ционная картина получается при скрещенных поляроидах П и А; в этом случае крест и центральное пятно – абсолютно тёмные.

Если в качестве источника света использовать лазер, то интерференционная картина, естественно, получается одноцветной, но зато очень чёткой. Небольшое отклонение оптической оси кристалла от нормали к поверхности пластинки сразу проявляется в искажении центральной симметрии интерференционной картины. Поэтому поляризационно-оптический метод наблюдения кристаллов в сходящемся лазерном пучке света (так называемый «метод лазерной коноскопии») широко используется для точного определения ориентации оптической оси кристаллов. Кроме того, метод позволяет легко отличать одноосные двоякопреломляющие кристаллы от двуосных.

## 26. Поляризационный микроскоп

Поляризационные микроскопы относятся к наиболее сложным в технологическом плане типам оптического оборудования. Принцип действия поляризационного микроскопа заключается в получении изображения после облучения исследуемого образца поляризационными лучами (при изменении направления поляризации света проявляются анизотропные свойства образца).

Для этого в конструкции микроскопа имеются поляроиды, которые разворачиваются и вращаются относительно друг друга – анализатор на 180 и поляризатор на 360 градусов. В результате скрещивания поляризатора и анализатора поле, доступное обзору, должно стать равномерно темным, что указывает на высококачественную оптику и правильную настройку. Когда достигается максимальное затемнение, исследуемый объект кладется на предметный столик, и проводится наблюдение. Предметный столик центрируется относительно оптической оси и вращается на 360° (с градуировкой поворотного угла). Эти манипуляции крайне важны, поэтому данный элемент так же, как оптика и осветительная система, должен быть исполнен с высочайшей точностью.

Оптические свойства анизотропных микрообъектов различны в различных направлениях и проявляются по-разному в зависимости от ориентации этих объектов относительно направления наблюдения и плоскости поляризации света, падающего на них.

Наблюдение можно проводить как в проходящем, так и в отражённом свете с помощью параллельных или сходящихся поляризованных лучей. Поляризация меняется при прохождении света через препарат (или отражении от него). Эти изменения изучаются с помощью анализатора и различных оптических компенсаторов. Анализируя такие изменения, можно судить об основных оптических характеристиках анизотропных микрообъектов: силе двойного лучепреломления, количестве оптических осей и их ориентации, вращении плоскости поляризации, дихроизме.

В комплект поляризационных микроскопов часто входят компенсаторы и линза Бертрана. Компенсаторы (кварцевый клин и гипсовая пластинка в длину волны, пластина слюды в четверть волны) позволяют эффективно исследовать

структуру минералов. Линза Бертрана помогает точнее исследовать изменения, проявляющиеся при повороте предметного столика с объектом, сосредотачивая и увеличивая область наблюдения.

Поляризационные микроскопы наиболее широко применяются в минералогии, кристаллографии, петрографии, а также при проведении гематологических, гистологических и др. медицинских и микробиологических исследованиях.

## 27. Оптически активные вещества. Вращение плоскости поляризации

Некоторые вещества (кварц, сахар), называемые *оптически активными*, обладают способностью *вращать плоскость поляризации*. Кварц, который является одноосным кристаллом, при пропускании света вдоль оптической оси должен был бы вести себя как изотропное тело. Однако опыт показывает, что при прохождении через кварц плоско поляризованного света происходит вращение плоскости поляризации.

Опыт показывает, что угол поворота плоскости поляризации для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей

$$\Delta\varphi = \alpha d,$$

для оптически активных растворов

$$\Delta\varphi = [\alpha]Cd,$$

где  $d$  – расстояние, пройденное светом в оптически активном веществе;  $\alpha$  – коэффициент ( $[\alpha]$  – называется *удельным вращением*), равный углу поворота поляризации света слоем вещества единичной толщины (и единичной концентрации – для растворов);  $C$  – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Удельное вращение зависит (кроме природы вещества) от температуры и длины волны света в вакууме.

Оптически активные вещества, в зависимости от направления вращения плоскости поляризации, разделяются на *право-* и *лево-вращающие*. В первом случае плоскость поляризации, если смотреть навстречу лучу, вращается вправо (по часовой стрелке), во втором – влево (против часовой стрелки). Направление вращения не зависит от направления луча. Поэтому, если луч, прошедший через оптически активный кристалл, отразить зеркалом в обратном направлении, то восстановится положение плоскости поляризации.

Френель предположил, что явление вращения поляризации сводится к особому типу двойного лучепреломления: причиной вращения является различие в скорости распространения левого и правого *циркулярно* поляризованного света (в виде волн, поляризованных вдоль любых двух взаимно перпендикулярных направлений). При этом для правых веществ большее значение имеет

скорость правокруговой волны  $v_r > v_l$  ( $n_r < n_l$ ), а для левых веществ – наоборот  $v_r < v_l$  ( $n_r > n_l$ ).

Плоскополяризованный свет можно представить как суперпозицию двух циркулярно поляризованных волн, правой и левой, с одинаковой частотой и амплитудой. Предположим, что две такие волны распространяются в направлении оси  $z$ . Результирующую волну можно представить уравнением

$$E = E_0 \exp[i\omega(t - z/v_l)] + E_0 \exp[-i\omega(t - z/v_r)].$$

Действительную часть этого выражения рассматриваем как  $x$  составляющую светового вектора, мнимую – как  $y$  составляющую. При распространении в оптически неактивной среде  $v_l = v_r = v$  и волна описывается уравнением

$$E = 2E_0 \cos \omega(t - x/v),$$

т. е. является плоско поляризованной.

При распространении в оптически активной среде направление колебаний светового вектора меняется по закону

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_y}{E_x} = \operatorname{tg} \left[ \frac{1}{2} \omega(z/v_r - z/v_l) \right].$$

Следовательно, при прохождении в веществе пути  $l$  происходит поворот плоскости поляризации на угол

$$\Delta\varphi = \frac{1}{2} \omega(l/v_r - l/v_l) = \frac{\pi l}{\lambda_0} (n_r - n_l).$$

Полученная зависимость показывает, что в веществах, для которых  $n_r > n_l$  плоскость поляризации поворачивается влево, а в веществах, для которых  $n_r < n_l$  – вправо.

## 28. Искусственное двойное лучепреломление. Эффект Керра. Эффект Фарадея

В прозрачных аморфных телах, а также кристаллах кубической системы, может возникать двойное лучепреломление под влиянием внешних воздействий. Первоначально оптически изотропные вещества становятся оптически анизотропными под действием: 1) одностороннего сжатия или растяжения (кристаллы кубической системы, стекла) – *эффект Брюстера*; 2) электрического поля – *эффект Керра* (жидкости, аморфные тела, газы); 3) магнитного поля – *явление Коттон-Мутона* (жидкости, стекла). Вещество при указанных воздействиях приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которо-

го совпадает с направлением деформации, электрического или магнитного полей соответственно.

Возникающая при воздействии оптическая анизотропия характеризуется разностью показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей (для последнего в направлении, перпендикулярном оптической оси)

$$n_o - n_e = k_\sigma \sigma \text{ - (в случае деформации);}$$

$$n_o - n_e = k_E E^2 \text{ - (в случае электрического поля);}$$

$$n_o - n_e = k_H H^2 \text{ - (в случае магнитного поля),}$$

где  $k_\sigma$ ,  $k_E$ ,  $k_H$  – постоянные, характеризующие вещество;  $\sigma$  – нормальное напряжение;  $E$  и  $H$  – соответственно напряженность электрического и магнитного полей.

Двойное лучепреломление при деформации связано с деформационной анизотропией первоначально изотропного кристалла. Эффект Керра (как и явление Коттон-Мутона) объясняется различной поляризуемостью молекул по разным направлениям. Под действием электрического поля молекулы, обладающие дипольным моментом, приобретают преимущественную ориентацию по полю. Аналогичная ситуация возникает в магнитном поле, если молекулы вещества обладают собственным магнитным моментом.

Оптически неактивные вещества приобретают способность вращать плоскость поляризации под действием магнитного поля. Это явление называется *эффектом Фарадея*. Оно наблюдается только при распространении света вдоль направления намагниченности. Угол поворота плоскости поляризации света

$$\Delta\varphi = V l H ,$$

где коэффициент  $V$  называется *постоянной Верде*;  $l$  – длина пути;  $H$  – напряженность магнитного поля.

Направление вращения определяется направлением магнитного поля. Поэтому, если отразить луч зеркалом в обратном направлении, то поворот плоскости поляризации удвоится по сравнению с однократным прохождением.

### Контрольные вопросы

- Что называется естественным, плоскополяризованным, частично поляризованным и эллиптически поляризованным светом?
- Как изменяется интенсивность света за поляризатором при его вращении вокруг луча естественного света?
- Покажите, что при выполнении закона Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.
- Что называется оптической осью кристалла? Чем отличаются двухосные кристаллы от одноосных?
- Чем обусловлено двойное преломление в оптически анизотропном одноосном кристалле?



- Чем отличаются отрицательные кристаллы от положительных?
- Какие поляризационные приборы вы знаете? В чем заключается принцип их действия?
- Какие вещества называются оптически активными?
- Что такое эффект Ксрра? Какова физическая причина его возникновения?
- В чем отличие оптической активности от двойного лучепреломления?

## КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ

### 29. Отражение и поглощение энергии излучения

Рассмотрим взаимодействие потока электромагнитного излучения с каким-либо непрозрачным телом. Пусть частоты этого излучения лежат в интервале  $[\nu, \nu + d\nu]$ . Опыт показывает, что часть падающей на тело энергии излучения  $dW^{\text{пад}}$  отражается, а часть – поглощается телом и идет на его нагревание. Обозначим их соответственно через  $dW^{\text{отр}}$  и  $dW^{\text{погл}}$ .

Введем понятия: *спектральная отражательная способность*  $\rho_{\nu,T} = \frac{dW^{\text{отр}}}{dW^{\text{пад}}}$  и *спектральная поглощательная способность*  $A_{\nu,T} = \frac{dW^{\text{погл}}}{dW^{\text{пад}}}$ .

Эти величины показывают доли падающей энергии, которые отражаются или поглощаются единицей поверхности тела за 1 секунду в единичном спектральном интервале.

Значения  $\rho_{\nu,T}$  и  $A_{\nu,T}$  зависят от частоты излучения, температуры тела, химического состава и состояния его поверхности (матовая или зеркальная).

Тело, которое полностью отражает все падающие на него лучи, называется *абсолютно белым* телом.

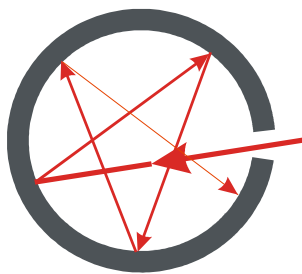


Рис. 31. Модель абсолютно черного тела

Тело, способное при любой температуре поглощать все падающее на него излучение любой частоты, называется *абсолютно черным*. Следовательно, для абсолютно черного тела  $A_{\nu,T}^{\text{acht}} \equiv 1$ . Абсолютно черное тело – идеальная физическая модель. Абсолютно черных тел не существует. Сажа, например, имеет поглощательную способность  $A_{\nu,T}$ , близкую к единице, лишь в очень ограниченном интервале частот; в далекой инфракрасной области ее поглощательная способность заметно меньше единицы.

Реализовать абсолютно черное тело можно в виде полости с небольшим отверстием (рис. 31). Лучи, попадающие через отверстие внутрь полости, в результате многократных отражений на внутренних стенках полости практически полностью поглощаются и не выходят наружу.

Если спектральная поглощательная способность тела меньше единицы, но одинакова для всех частот, то такое тело называется *серым*. Отношение

спектральной поглотительной способности серого тела к спектральной поглотительной способности абсолютно черного тела называется *степенью черноты* и обозначается как  $\epsilon_{\nu,T}$ .

Зависимость  $A_{\nu,T}$  и  $\rho_{\nu,T}$  от длины волны обуславливают видимую окраску несамосветящегося тела. Тело, интенсивно поглощающее излучение всех длин волн, кроме, например, зеленого ( $\lambda \approx 550$  нм), при освещении его белым светом будет выглядеть зеленым. При освещении такого тела монохроматическим «не зеленым» светом, оно ничего не отражает и выглядит черным. Так что каждое несамосветящееся тело обладает не цветом, а отражательной способностью. Если нет облучения, то нет и цвета.

### 30. Тепловое излучение. Характеристики теплового излучения

При теплообмене с окружающими телами посредством излучения баланс энергии не исчерпывается рассмотрением  $dW^{\text{пад}}$ ,  $dW^{\text{отр}}$  и  $dW^{\text{погл}}$ . Тело, будучи нагретым, излучает (светится). Свечение тел, обусловленное нагреванием, называется *тепловым (температурным) излучением*. Тепловое излучение, являясь самым распространенным в природе, возникает за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества, т. е. за счет его внутренней энергии. Так как тепловое движение неустранимо (оно прекращается только при температуре, равной абсолютно нулю), то и тепловое излучение вещества имеет место практически всегда.

Для количественной характеристики теплового излучения тел вводится понятие *спектральной излучательной способности*.

*Спектральной излучательной способностью тела* (синонимы: *спектральная энергетическая светимость*; *спектральная поверхностная плотность излучения*) называется физическая величина, численно равная отношению энергии  $dW^{\text{изл}}$ , излучаемой за единицу времени с единицы площади поверхности тела по всем направлениям посредством электромагнитных волн в узком интервале частот  $[\nu, \nu + d\nu]$  (или длин волн в вакууме  $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ ), к ширине этого интервала:

$$R_{\nu,T} = \frac{dW^{\text{изл}}}{d\nu}; \quad R_{\lambda,T} = \frac{dW^{\text{изл}}}{d\lambda} = R_{\nu,T} \frac{c}{\lambda^2},$$

где  $c$  – скорость света в вакууме. В теоретической физике обычно пользуются величиной  $R_{\nu,T}$ , в экспериментальной – отдают предпочтение  $R_{\lambda,T}$ . Значения  $R_{\nu,T}$  зависят от частоты излучения, температуры, химического состава тела и состояния его поверхности.

Полный поток излучения всех длин волн называют интегральной *излучательной способностью* поверхности.

*Интегральная излучательная способность*  $R_T$  (синонимы: *энергетическая светимость*; *поверхностная плотность излучения*) – энергия, излучаемая

единицей поверхности тела, имеющего температуру  $T$ , за 1 секунду по всему спектру излучения:

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{\nu, T} d\nu = \int_0^{\infty} R_{\lambda, T} d\lambda.$$

В системе СИ *спектральная излучательная способность* имеет размерность  $[\text{Дж}/\text{м}^2]$ , а *интегральная излучательная способность* –  $[\text{Вт}/\text{м}^2]$ .

Тепловое излучение – практически единственный вид излучения, который может быть *равновесным*. Предположим, что нагретое (излучающее) тело помещено в полость, ограниченную идеально отражающей оболочкой. Тогда излучение, испускаемое телом, не рассеивается по всему пространству, а, отражаясь стенками, сохраняется в пределах полости. В таких условиях никакой потери энергии система – излучающее тело и излучение – не испытывает. Энергия системы частично содержится в виде энергии излучения (электромагнитных волн), частично в виде внутренней энергии излучающего тела. С течением времени, в результате непрерывного обмена энергией между телом и излучением, наступит динамическое равновесие, т. е. тело в единицу времени будет поглощать столько же энергии, сколько и излучать.

В равновесном состоянии во всех точках полости устанавливается однородное, изотропное и не поляризованное излучение, энергия которого определенным образом распределена по спектру частот. Это обстоятельство позволяют ввести в рассмотрение *объемную спектральную плотность излучения*  $w_{\nu, T}$  как энергию, содержащуюся в единице объема полости в единичном спектральном интервале.

Аналогичное по свойствам излучение возникает в замкнутой полости, стенки которой имеют постоянную температуру  $T$ . Благодаря излучению стенок, полость также заполнится электромагнитным излучением со всевозможными направлениями распространения, поляризациями и частотами.

### 31. Закон Кирхгофа

Поместим несколько различных тел с температурами  $T_1, T_2, T_3, \dots$  в вакуумную адиабатическую оболочку с идеально отражающими стенками. В этом случае обмен энергией между телами возможен только за счет излучения и поглощения ими электромагнитных волн. По законам термодинамики через некоторое время все тела будут иметь одну и ту же температуру, а внутри оболочки установится равновесное излучение со спектральной объемной плотностью энергии  $w_{\nu, T}$ , соответствующее той же температуре. При этом со всех направлений на единицу площади поверхности тел в единичном диапазоне частот будет падать поток электромагнитной энергии (модуль вектора Умова-Пойтинга), равный

$$U_{\nu,T} = \frac{c \cdot w_{\nu,T}}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta = \frac{c}{4} w_{\nu,T},$$

где  $c$  – скорость света.

Выберем одно из тел и запишем для него поглощенную и излученную энергию:

$$dW^{\text{пол}} = A_{\nu,T} \cdot dW^{\text{пад}} = A_{\nu,T} (U_{\nu,T} \cdot dS \cdot dt \cdot d\nu),$$

$$dW^{\text{изл}} = R_{\nu,T} \cdot dS \cdot dt \cdot d\nu.$$

Аналогичные выражения можно записать и для других тел, находящихся в оболочке. Приравнивая их попарно, получим

$$\left( \frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} \right)_1 = \left( \frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} \right)_2 = \left( \frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} \right)_3 = \dots = U_{\nu,T}.$$

Данное выражение составляет суть закона, открытого Кирхгофом: *отношение спектральной излучательной способности  $R_{\nu,T}$  к спектральной поглощательной способности  $A_{\nu,T}$  не зависит от природы тела и является универсальной функцией, зависящей только от температуры и частоты (длины волны).* Функцию  $U_{\nu,T}$  называют универсальной функцией Кирхгофа.

Из закона Кирхгофа следует ряд важных выводов:

1. Чем больше тело излучает энергии на определенной частоте, тем больше на этой же частоте оно и поглощает.

2. Так как для всех реальных тел величина  $A_{\nu,T} < 1$ , то из всех тел, находящихся при одинаковой температуре, наибольшим излучением обладает абсолютно черное тело.

Из того, что функция Кирхгофа носит универсальный характер, следует, что в основе теплового излучения тел лежит некий фундаментальный, общий для тел любой природы, физический закон. Именно этим обусловлен интерес к проблеме нахождения данной функции.

### 32. Распределение энергии в спектре абсолютно черного тела

Если закон Кирхгофа применить к абсолютно черному телу, спектральная поглощательная способность которого  $A_{\nu,T}^{\text{acht}} \equiv 1$ , то получим, что его *спектральная излучательная способность* с точностью до коэффициента совпадает со спектральной объемной плотностью равновесного излучения:

$$R_{\nu,T}^{\text{ачт}} = U_{\nu,T} = \frac{c}{4} w_{\nu,T}.$$

Таким образом, универсальная функция Кирхгофа – это спектральная излучательная способность абсолютно черного тела.

Хорошей моделью абсолютно черного тела можно считать рассмотренную выше замкнутую полость с достаточно маленьким сквозным отверстием, стенки которой поддерживаются при постоянной температуре  $T$ . Через это отверстие будет выходить практически такое же излучение, какое испускалось бы абсолютно черной площадкой той же формы, размеров и температуры. Следовательно, исследование данного излучения позволяет установить вид универсальной функции Кирхгофа. Эксперимент можно проделать, разлагая, например, излучение на спектральные составляющие с помощью дифракционной решетки и измеряя интенсивность каждой из них.

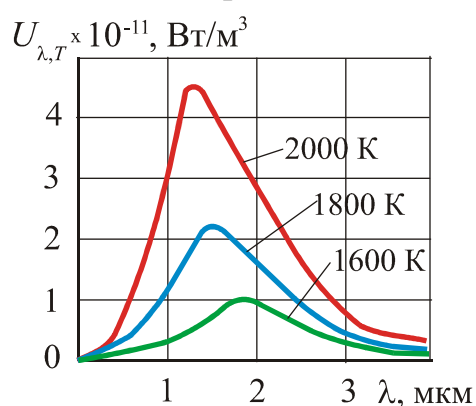


Рис. 32. Распределение энергии излучения абсолютно черного тела в зависимости от длины волны

Типичные зависимости спектральной излучательной способности абсолютно черного тела от частоты при трех значениях температуры представлены на рис. 32. Видно, что распределение энергии в сплошном спектре излучения неравномерное. Кривые имеют явный максимум, который с ростом температуры смещается в область высоких частот (коротких длин волн). При этом суммарная излученная энергия (площадь, ограниченная кривой и осью абсцисс) увеличивается.

Качественно вид зависимостей можно объяснить следующим образом. При низких температурах ( $T < 500 - 600$  К) излучение обусловлено только колебательно-вращательным движением молекул, а также колебаниями атомов или ионов, составляющих твердое тело. Энергия, выделяемая при этом в единичных актах испускания, мала, и поэтому практически весь спектр излучения тел при низких температурах находится в инфракрасной невидимой области.

С ростом температуры тела его энергия становится достаточной, чтобы перевести атомы или молекулы в возбужденные электронные состояния. Энергия излучения из этих состояний значительно больше, чем колебательно-вращательная, поэтому с увеличением  $T$  весь спектр теплового излучения смещается в сторону более коротких длин волн, т. е. в видимую область.

### 33. Законы излучения абсолютно черного тела

Из закона Кирхгофа следует, что установление аналитического вида функции  $U_{\nu,T}$  открывает возможность рассчитать спектральную излучатель-

ную способность  $R_{\nu,T}$  для любого тела, если известна его поглощательная способность  $A_{\nu,T}$ , которая легко измеряется экспериментально.

Австрийский физик И. Стефан, анализируя экспериментальные данные (1879), и Л. Больцман, применяя термодинамический метод (1884), решили эту задачу лишь частично, не дав ответа относительно спектрального состава черного излучения. Согласно *закону Стефана – Больцмана* интегральная излучательная способность черного тела (площадь под кривой  $U_{\nu,T}$ ) пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры:

$$R_T^{\text{acht}} = \int_0^{\infty} U_{\nu,T} d\nu = \sigma T^4,$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$  – *постоянная Стефана-Больцмана*.

Немецкий физик В. Вин, рассмотрев процесс адиабатического сжатия излучения, заключенного внутри идеально зеркального сосуда, установил, что зависимость длины волны  $\lambda_{\text{max}}$ , соответствующей максимуму функции  $U_{\nu,T}$ , от температуры имеет вид

$$\lambda_{\text{max}} = b_1/T,$$

где  $b_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$  – *постоянная Вина*. Эту зависимость называют *законом смещения Вина*. Закон смещения Вина объясняет, например, почему при понижении температуры нагретых тел в их спектре все сильнее преобладает длинноволновое излучение (переход белого каления в красное при остывании металла).

Другим эмпирическим законом излучения абсолютно черным телом, установленный В. Вином, был закон, позволявший определять максимальное значение самой функции  $U_{\nu,T}$ , представленной на графиках рис. 32. Этот закон утверждает, что максимум спектральной излучательной способности абсолютно черного тела пропорционален пятой степени абсолютной температуры:

$$(R_{\nu,T}^{\text{acht}})_{\text{max}} = b_2 T^5,$$

где  $b_2 = 1,29 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \text{Т}^4}$ .

### 34. Формула Рэлея-Джинса. Формула Вина

Из рассмотрения законов Стефана — Больцмана и Вина следует, что термодинамический подход к решению задачи о нахождении универсальной

функции Кирхгофа  $U_{\nu,T}$  не дает желаемых результатов, так как все константы получены эмпирическим путем, и механизм излучения энергии нагретым телом оставался неясным. Следующая строгая попытка теоретического вывода зависимости  $U_{\nu,T}$  принадлежит английским ученым Д. Рэлею и Д. Джинсу, которые применили к тепловому излучению методы статистической физики, воспользовавшись классическим законом равномерного распределения энергии по степеням свободы.

Согласно этому закону в состоянии статистического равновесия на каждую поступательную и вращательную степень свободы приходится в среднем энергия, равная  $\langle \epsilon \rangle = \frac{kT}{2}$ , а на колебательную степень свободы –  $\langle \epsilon \rangle = kT$ .

С точки зрения электромагнитной теории равновесное излучение в полости представляет собой систему стоячих волн с разными частотами  $\nu$ , направлениями распространения и поляризациями. Каждая из стоячих волн называется *модой колебаний*, а число мод равно числу степеней свободы системы. Рассчитав количество стоячих волн в единичном интервале частот, приходящихся на единицу объема, Рэлей и Джинс получили выражение для потока электромагнитной энергии (универсальной функции Кирхгофа) в виде

$$U_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \epsilon \rangle = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT.$$

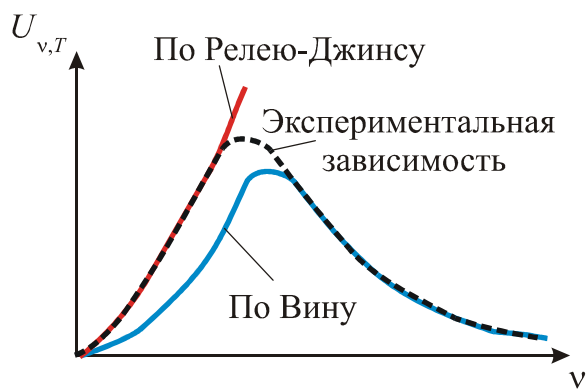


Рис. 33. Сравнение экспериментальной и теоретических зависимостей функции Кирхгофа от частоты излучения

Это равенство называется *формулой Рэля-Джинса*. Она дает достаточно хорошее согласие с экспериментом лишь в области низких частот (рис. 33). При больших  $\nu$  спектральная плотность значительно превосходит наблюдаемую. Кроме того, интегрируя по всему диапазону частот, получаем, что излучательная способность абсолютно черного тела есть величина бесконечная

$$R_T^{\text{acht}} = \int_0^{\infty} U_{\nu,T} d\nu = \infty.$$

Этот результат, получивший название *ультрафиолетовой катастрофы*, находится в разительном противоречии с опытом.

Следует отметить, что еще раньше Вин из общих термодинамических соображений заключил, что энергия моды частотой  $\nu$  пропорциональна данной

частоте, и, воспользовавшись распределением Больцмана, вывел формулу, которая в современных обозначениях может быть записана в виде

$$U_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}.$$

Эта зависимость показана на рис. 33 сплошной линией. При высоких частотах данная формула правильно описывает экспериментальную зависимость, однако при низких частотах дает значительное расхождение с опытом. Кроме того, как видно из рисунка, максимум функции  $U_{\nu,T}$  не совсем точно совпадает с экспериментальной кривой.

### 35. Формула Планка

С классической точки зрения вывод формулы Рэля-Джинса является безупречным. В связи с этим возникла необходимость изменения некоторых положений классической теории.

В 1900 г. Планк предположил, что электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций, величина которых пропорциональна частоте излучения

$$\varepsilon = h\nu.$$

Коэффициент пропорциональности  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж · с получил впоследствии название *постоянной Планка*. Если излучение испускается порциями, то его энергия будет кратна этой величине:  $\varepsilon_n = nh\nu$ , где  $n$  – целое неотрицательное число.

В состоянии равновесия распределение энергии стоячей волны (моды колебаний) должно подчиняться распределению Больцмана. Вероятность того, что энергия моды колебаний имеет значение  $\varepsilon_n$ , определяется выражением

$$P_n = \frac{e^{-\varepsilon_n/kT}}{\sum_n e^{-\varepsilon_n/kT}}.$$

Тогда средняя энергия данной моды найдется как  $\langle \varepsilon \rangle = \sum_n P_n \varepsilon_n$ . Проведя суммирование по всем модам, получим

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$



Заменяя в формуле Релея-Джинса выражение  $kT$  на полученное выражение для  $\langle \epsilon \rangle$ , приходим к формуле Планка

$$U_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$

Формула Планка точно согласуется с экспериментальными данными во всем интервале частот и дает исчерпывающее описание равновесного излучения. При условии  $h\nu \ll kT$  (малые частоты или большие длины волн) формула Планка переходит в формулу Рэлея-Джинса, а при  $h\nu \gg kT$  (больших частотах) – в формулу Вина.

С ее помощью можно также получить законы Стефана-Больцмана и Вина. Действительно, интегральную излучательную способность черного тела можно получить, если проинтегрировать формулу Планка по всему диапазону частот

$$R_T^{\text{ачт}} = \int_0^{\infty} U_{\nu, T} d\nu = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1},$$

где  $x = h\nu/kT$  – безразмерная вспомогательная переменная. Поскольку значение интеграла равняется  $\pi^4/15$ , то полученный результат фактически представляет собою закон Стефана-Больцмана  $R_T^{\text{ачт}} = \sigma T^4$ . Постоянная Стефана-Больцмана выражается через фундаментальные константы –  $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}$  и хорошо согласуется со значениями, полученными экспериментально.

Для того, чтобы получить закон смещения Вина, запишем формулу Планка в переменных  $\lambda, T$

$$U_{\lambda, T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}.$$

Введем новую переменную  $y = hc/\lambda kT$  и определим максимум получившейся функции. Для этого приравняем первую производную к нулю. В результате несложных преобразований получим

$$\lambda_{\text{max}} T = \frac{hc}{4,965k} = b_1.$$

Таким образом, формула Планка, в основе которой лежит гипотеза, противоречащая классической физике, дает исчерпывающее решение задачи о тепловом излучении и с исключительной точностью соответствует наблюдениям.

### 36. Оптическая пирометрия

Основываясь на законах теплового излучения, можно определять температуру раскаленных тел. Если излучающее тело является черным (или достаточно к нему приближается), то для определения его температуры можно воспользоваться законами черного излучения. По существу для сильно нагретых (или удаленных) тел этот метод является единственным.

Прибор для измерения температуры тел по их тепловому излучению называется *пирометром*.

Пирометры измеряют не истинные температуры, а, в зависимости от способа, эквивалентные им: радиационную, яркостную и цветовую.

1. *Радиационная температура* – температура черного тела  $T_p$ , при которой его интегральная излучательная способность равна интегральной излучательной способности рассматриваемого тела. Используя закон Стефана-Больцмана, получим

$$T_p = \sqrt[4]{R_T / \sigma}.$$

Радиационная температура  $T_p$  всегда меньше его истинной температуры  $T$ . Действительно, для серого тела  $R_T = A_T \cdot \sigma T^4$ . Так как у серого тела  $A_T < 1$ , то  $T_p = \sqrt[4]{A_T} \cdot T < T$ .

2. *Яркостная температура* – температура черного тела  $T_y$ , при которой для выделенной длины волны его спектральная излучательная способность равна спектральной излучательной способности рассматриваемого тела, т. е.  $R_{\lambda, T_y}^{\text{ачт}} = R_{\lambda, T}$ , где  $T$  – истинная температура тела. По закону Кирхгофа

$$\frac{R_{\lambda, T_y}^{\text{ачт}}}{A_{\lambda, T}} = R_{\lambda, T}^{\text{ачт}}.$$

Так как  $A_{\lambda, T} < 1$ , то истинная температура тела всегда выше яркостной:  $T_y < T$ .

В качестве яркостного пирометра обычно используется пирометр с исчезающей нитью. Накал нити подбирается таким, чтобы изображение нити пирометра стало неразличимым на фоне раскаленного тела, т. е. нить как бы «исчезает». Используя проградуированный по черному телу миллиамперметр, можно определить яркостную температуру. Зная поглощательную способность  $A_{\lambda, T}$  тела при той же длине волны, по яркостной температуре можно определить истинную.

3. *Цветовая температура* – температура черного тела  $T_c$ , определяемая по длине волны излучения, на которую приходится максимум спектральной излучательной способности тела. Согласно закону смещения Вина

$$T_{ц} = b_1 / \lambda_{\max} .$$

Для серых тел цветовая температура совпадает с истинной температурой. Например, для Солнца (с учетом поправок на поглощение в земной атмосфере) найдено, что  $\lambda_{\max} = 470$  нм. Этому значению соответствует температура  $T_{ц} = 6150\text{K}$ . Для тел, которые сильно отличаются от серых (обладающих селективным поглощением), понятие цветовой температуры теряет смысл.

### 37. Внешний фотоэффект и его законы

Под фотоэффектом понимают изменение состояния электронов в веществе под действием света (электромагнитного излучения). Различают внутренний и внешний фотоэффекты. *Внешний фотоэффект* заключается в вырывании электронов с поверхности вещества. При *внутреннем фотоэффекте* электроны с поверхности вещества не вырываются, а переходят внутри вещества (полупроводника или диэлектрика) из связанных состояний в свободные.

Первое обстоятельное исследование фотоэффекта было выполнено в 1888 – 1890 гг. А. Г. Столетовым, который установил, что при освещении ультрафиолетовыми лучами металлическое тело теряет отрицательный заряд. Позже, в 1897 году, Дж. Дж. Томсон открыл электрон. Затем он же и Ф. Ленард, наблюдая отклонение в электрическом и магнитном полях испускаемых при фотоэффекте частиц, показали, что под действием света действительно освобождаются электроны. Открытие электрона позволило дать современную трактовку закономерностям фотоэффекта, установленным Столетовым и описанным ниже.

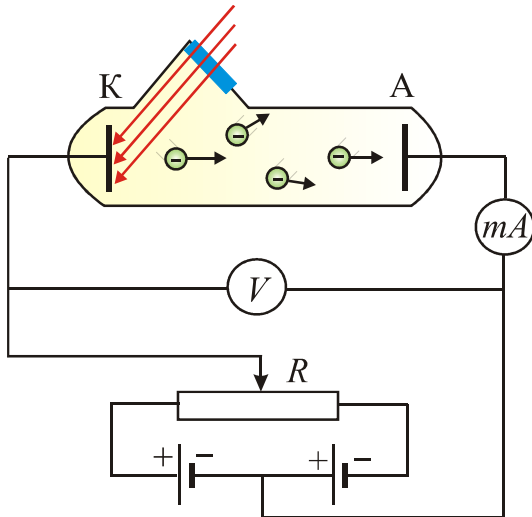


Рис. 34. Принципиальная схема Установки

дающие) – *фотоэлектронами*.

Опыт показывает, что при напряжении  $U = 0$  сила фототока между ано-

Рассмотрим принципиальную схему для исследования внешнего фотоэффекта, (рис. 34). В стеклянный баллон, из которого выкачан воздух, помещаются два электрода. На электроды подается напряжение, знак и величину которого можно менять с помощью потенциометра и измерять вольтметром. На один из электродов (катод), изготовленный из исследуемого вещества, через кварцевое окошко поступает монохроматический свет с частотой  $\nu$ . Под действием света катод испускает электроны, которые при движении в электрическом поле образуют электрический ток, регистрируемый миллиамперметром. Этот ток называется *фототоком*, а выбитые электроны (его создающие) – *фотоэлектронами*.

дом и катодом отлична от нуля (рис. 35). Это означает, что часть вырванных светом электронов, двигаясь по инерции, достигает правого электрода (анода) даже в отсутствии электрического поля.

При увеличении разности потенциалов между электродами сила тока в цепи постепенно нарастает и достигает своего максимального значения, которое затем не изменяется (все вырванные электроны достигают анода). Максимальное значение силы тока  $I_{\text{нас}}$  называется *током насыщения*. Измерения показывают, что его величина напрямую зависит от интенсивности света  $\Phi$ .

Если изменить полярность батареи (к освещаемому электроду присоединим положительный полюс батареи), то сила тока при увеличении напряжения уменьшается и при некотором значении  $U_{\text{зад}}$  становится равной нулю. Это значит, что электрическое поле обратной полярности тормозит вырванные электроны до полной остановки, а затем возвращает их обратно. По этой точке можно определить максимальное значение скорости фотоэлектронов, которую они приобретают, вылетая из катода. В соответствии с законом сохранения энергии расчетная формула имеет вид:  $mv_{\text{max}}^2/2 = eU_{\text{зад}}$ , где  $m$  – масса электрона;  $e$  – заряд электрона.

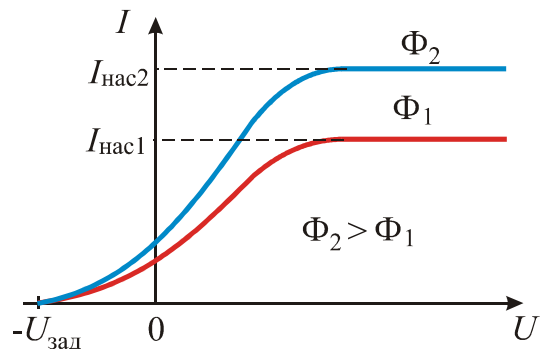


Рис. 35. Вольтамперная характеристика

Исследования, проведенные на различных материалах катода при различных частотах и интенсивностях падающего света, позволили установить следующие законы внешнего фотоэффекта:

- 1) при постоянной частоте фототок насыщения (число фотоэлектронов, вырываемых из катода за 1 с) прямо пропорционален интенсивности света;
- 2) максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности;
- 3) для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т. е. минимальная частота  $\nu_{\text{кр}}$  света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен. Красной эта граница названа потому, что при  $\lambda > \lambda_{\text{кр}}$  (при «более красном» свете) фотоэффект не происходит;
- 4) фотоэффект практически безынерционен (он возникает сразу же при освещении поверхности катода).

### 38. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

Полученные опытным путем законы фотоэффекта не удается объяснить на основе электромагнитной волновой теории света. С точки зрения этой теории электромагнитная волна, достигнув поверхности металла, вызывает вынужденные колебания электронов, отрывая их от металла. При этом требуется

время для «раскачки» электронов, и при малой освещенности металла должно возникать заметное запаздывание между началом освещения и моментом вылета электронов. Далее, кинетическая энергия электронов, покидающих металл, должна зависеть от амплитуды вынуждающей силы и тем самым от напряженности электрического поля в электромагнитной волне. Однако все эти выводы противоречат законам фотоэффекта.

В 1905 г. А. Эйнштейн показал, что все закономерности фотоэффекта легко объяснить, если предположить, что свет поглощается такими же порциями  $h\nu$  (квантами), какими он, по предположению Планка, испускается. Энергия кванта, по предположению Эйнштейна, усваивается электроном целиком. Часть этой энергии, равная работе выхода,  $A_{\text{ВЫХ}}$ , затрачивается на то, чтобы электрон мог покинуть тело. Остаток энергии переходит в кинетическую энергию электрона. Тогда по закону сохранения энергии для системы квант-электрон получим

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ}} + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}.$$

Это уравнение называется *уравнением Эйнштейна*. Оно находится в полном согласии с экспериментом и позволяет объяснить все законы фотоэффекта.

Действительно, число высвобождаемых фотоэлектронов должно быть пропорционально числу падающих на поверхность катода квантов света. В соответствии с этим ток насыщения  $I_{\text{нас}}$  должен быть пропорционален интенсивности света, так как интенсивность определяется количеством квантов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, что подтверждается экспериментально.

Работа выхода,  $A_{\text{ВЫХ}}$ , является характеристикой вещества катода и не зависит от свойств излучения. Следовательно, максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов  $W_k = \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}$  должна возрастать линейно с увеличением частоты падающего излучения и не зависеть от интенсивности последнего, что также подтверждается опытами.

В случае, когда работа выхода,  $A_{\text{ВЫХ}}$ , превышает энергию кванта  $h\nu$ , электроны не могут покинуть металл. Поэтому для возникновения фотоэффекта необходимо, чтобы выполнялось условие:  $h\nu \geq A_{\text{ВЫХ}}$  или  $\nu \geq \nu_{\text{кр}} = A_{\text{ВЫХ}}/h$ . Частота  $\nu_{\text{кр}}$  называется *красной границей фотоэффекта*.

Строго говоря, вывод о существовании красной границы фотоэффекта имеет смысл только для однофотонных процессов. Необходимо отметить, что при очень высоких интенсивностях возможен многофотонный (нелинейный) эффект. Вероятность поглощения в элементарном акте двух или большего числа фотонов пропорциональна произведению интенсивностей соответствующего числа пучков. В экспериментах со сфокусированным лазерным излучением достигаются столь высокие плотности световой энергии, что становятся дос-

тупными наблюдению процессы, в которых атом одновременно поглощает до 7–8 фотонов. В результате может произойти фотоионизация атома светом малой частоты, т. е. в интенсивных световых пучках *исчезает красная граница фотоэффекта*.

Безынерционность фотоэффекта объясняется тем, что каждый квант света взаимодействует с веществом катода независимо от других квантов, т. е. практически мгновенно.

### 39. Тормозное рентгеновское излучение

В 1895 г. В. Рентген обнаружил электромагнитное излучение, возникающее при бомбардировке стекла и металлов быстрыми электронами. Это излучение с длиной волны  $\lambda \sim 10^{-14} \div 10^{-7}$  м позднее получило название *рентгеновских лучей*. В устройстве, изображенном на рис. 36, для получения тормозного рентгеновского излучения (рентгеновской трубке) электроны, испускаемые катодом в результате термоэлектронной эмиссии, фокусируются цилиндрическим электродом и ускоряются высоким напряжением, создаваемым между катодом и анодом (антикатодом). Мишенью для электронного пучка служит антикатод. В результате торможения почти вся энергия электронного пучка выделяется в антикатоде в виде тепла. На долю рентгеновского излучения приходится всего (1 ÷ 3) % энергии, запасенной в пучке.

Согласно классической электродинамике при торможении электрона должно возникать излучение с длинами волн от нуля до бесконечности – сплошной спектр излучения. При этом длина волны, на которую попадает максимум интенсивности излучения, должна уменьшаться по мере увеличения скорости электронов, т. е. повышения ускоряющего напряжения. Выводы классической теории в основном подтверждаются на опыте.

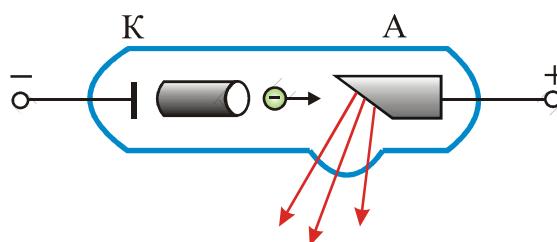


Рис. 36. Схема рентгеновской трубки

Однако опыт показывает одно принципиальное отличие от классического описания. А именно, при фиксированном ускоряющем напряжении  $U$  в рентгеновском сплошном спектре отсутствует излучение с длинами волн, меньшими некоторого значения  $\lambda_{\min}$ , т. е. возникает коротковолновая граница в сплошном рентгеновском спектре (рис. 37). При этом коротковолновая граница тормозного излучения  $\lambda_{\min}$  определяется только ускоряющим напряжением  $U$  и не зависит от материала мишени.

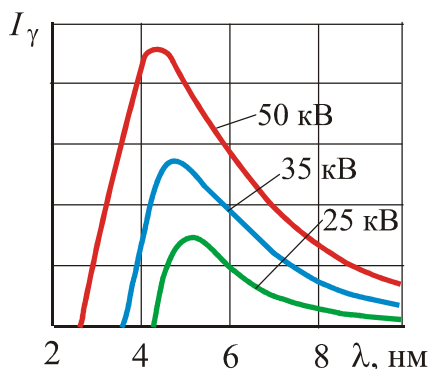


Рис. 37. Интенсивность рентгеновского излучения

В целом процесс излучения при торможении электрона в электрических полях, создаваемых атомами мишени, весьма сложен, но наличие коротковолновой границы в

корпускулярной картине получает очень простое объяснение.

Как и в уравнении Эйнштейна для фотоэффекта, можно записать закон сохранения энергии в элементарном акте испускания кванта излучения. Фотон получает наибольшую энергию  $h\nu_{\max}$  в том случае, когда электрон полностью останавливается при столкновении с ядром атома мишени, т. е.

$$h\nu_{\max} = \frac{m_e v^2}{2} = eU.$$

Отсюда

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{ch}{eU}.$$

Существование граничной длины волны  $\lambda_{\min}$  (частоты  $\nu_{\max}$ ) демонстрирует квантовый характер испускания рентгеновского излучения. По измерению её зависимости от ускоряющего напряжения можно с высокой точностью определить значение постоянной Планка. При достаточно высокой скорости электронов помимо тормозного рентгеновского излучения наблюдается также *характеристическое излучение*, вызванное возбуждением внутренних электронных оболочек атомов антикатада.

#### 40. Фотоны и их свойства

Чтобы объяснить распределение энергии в спектре равновесного теплового излучения, достаточно допустить, что свет испускается порциями. Для объяснения фотоэффекта достаточно предположить, что свет поглощается такими же порциями. Эйнштейн пошел значительно дальше. Он выдвинул гипотезу, что и свет распространяется в виде дискретных частиц, которые впоследствии получили название *фотонов*.

Энергия фотона согласно Планку определяется его частотой  $\epsilon = h\nu$  (например, для зеленого света  $\lambda = 500$  нм и  $\epsilon = 2,5$  эВ). Так как фотон движется со скоростью света в любой инерциальной системе отсчета, то согласно принципам теории относительности его масса покоя равна нулю, а релятивистская масса находится из закона взаимосвязи массы и энергии, который для фотона имеет вид:  $\epsilon = m_\gamma c^2$ . Отсюда  $m_\gamma = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}$ .

Импульс фотона соответственно определяется соотношением

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Согласно классической электромагнитной теории, бегущая электромагнитная волна обладает импульсом  $\vec{p}$ , направленным вдоль волнового вектора

$\vec{k}$ . Учитывая, что  $k = 2\pi/\lambda$ , можно записать  $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ , где  $\hbar = h/2\pi$  – приведенная постоянная Планка.

Существование фотонов подтверждено экспериментально в опыте Боте. Он показал, что энергия рентгеновских лучей распространяется в ту или иную сторону в виде порций, а не во все стороны одновременно, как для электромагнитной волны. Опыт был выполнен при помощи двух счетчиков  $C_1$  и  $C_2$  (рис. 38), достаточно чувствительных для того, чтобы зарегистрировать действие одного рентгеновского кванта, и достаточно быстро отмечающих его появление. Счетчики располагались симметрично относительно тоненькой металлической пленки  $A$ , освещаемой сбоку рентгеновскими лучами  $R$ , которая в свою очередь сама становилась источником рентгеновских лучей (рентгеновская флуоресценция). Опыт совершенно отчетливо обнаружил беспорядочность срабатываний счетчиков. Это доказывает, что из пленки  $A$  фотоны летят то в одну, то в другую сторону.

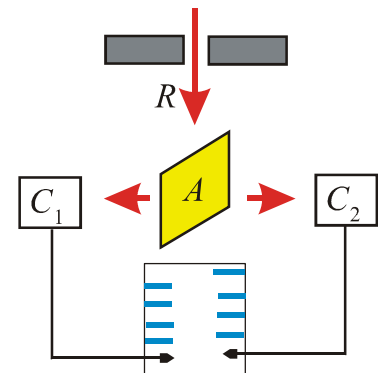


Рис. 38. Схема опыта Боте

#### 41. Давление света. Опыт Лебедева

Пусть на тело перпендикулярно его поверхности падает поток монохроматического излучения частотой  $\nu$ . Поскольку свет обладает импульсом, то он должен оказывать на него давление. Рассчитаем это световое давление с точки зрения квантовой теории, предполагая, что *в единицу времени на единицу площади* падает  $N$  фотонов. Если коэффициент отражения света от поверхности равен  $\rho$ , то  $\rho N$  фотонов отразится, а  $(1 - \rho)N$  – поглотится. Каждый поглощенный фотон передает поверхности импульс  $p = h\nu/c$ , а каждый отраженный –  $p = 2h\nu/c$  (при отражении импульс фотона меняет направление). Тогда давление света на данную поверхность будет определяться выражением

$$P = \frac{2h\nu}{c}\rho N + \frac{h\nu}{c}(1 - \rho)N = (1 + \rho)\frac{h\nu}{c}N .$$

Учитывая, что энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени  $Nh\nu$  равна энергетической освещенности поверхности  $W_e$ , а отношение  $W_e/c$  – объемной плотности энергии излучения  $w$ , получим

$$P = \frac{W_e}{c}(1 + \rho) = w(1 + \rho) .$$

Давление света на металлическую пластинку можно объяснить также исходя из представлений об электромагнитной природе света. Действительно, под



действием электрического поля электромагнитной волны электроны в металле совершают вынужденные колебания вдоль направления электрического поля волны  $\vec{E}$ . Магнитное поле  $\vec{H}$  электромагнитной волны действует на движущиеся заряды с силой Лоренца, направление которой в соответствии с правилом левой руки совпадает с направлением распространения света. Когда направления  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  меняются на противоположные, то изменяется только направление скорости электрона, в то время как направление силы Лоренца остается неизменным. Равнодействующая сил Лоренца, действующих все на свободные электроны в поверхностном слое вещества, представляет собой силу, с которой свет давит на поверхность. Расчеты показывают, что это давление описывается формулой, полученной выше.

Предсказанное Максвеллом световое давление было экспериментально обнаружено и измерено русским физиком П. Н. Лебедевым. В 1900 г. он измерил давление света на твердые тела, а в 1907—1910 гг. — давление света на газы.

Прибор, созданный Лебедевым для измерения давления света, представлял собой очень чувствительный крутильный динамометр (крутильные весы), помещенный в вакуумный сосуд. Его подвижной частью являлась подвешенная на тонкой кварцевой нити легкая рамка с укрепленными на ней крылышками — светлыми и черными дисками толщиной до 0,01 мм. Крылышки изготавливались из металлической фольги. Свет, падая на крылышки, оказывал на светлые и черные диски разное давление. В результате на рамку действовал вращающий момент, который закручивал нить подвеса. По углу закручивания нити определялось давление света.

## 42. Эффект Комптона

Особенно отчетливо проявляются корпускулярные свойства света в явлении, которое получило название *эффекта Комптона*. Исследуя рассеяние рентгеновских лучей различными веществами, он обнаружил, что в рассеянных лучах, наряду с излучением первоначальной длины  $\lambda$ , содержатся также лучи большей длины волны —  $\lambda'$ . Разность  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  оказалась зависящей только от угла  $\theta$  между направлением первичного пучка и рассеянным излучением.

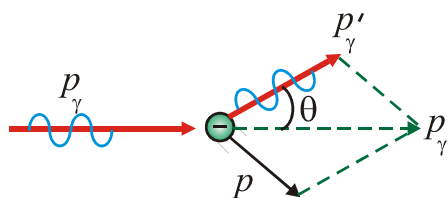


Рис. 39. Схема рассеяния фотона на электроне

Эффект Комптона обусловлен упругим рассеянием рентгеновского излучения на свободных (или слабосвязанных) электронах вещества, которое сопровождается увеличением длины волны. Этот эффект не укладывается в рамки волновой теории, согласно которой длина волны при рассеянии изменяться не должна: под действием периодического поля световой волны электрон колеблется с частотой поля и поэтому излучает рассеянные волны той же частоты.

Все особенности эффекта Комптона можно объяснить на основе кванто-

вых представлений о природе света, рассматривая рассеяние как упругое столкновение рентгеновских фотонов со свободными электронами. При столкновении фотон передает электрону часть энергии и импульса в соответствии с законами сохранения.

Рассмотрим упругое столкновение двух частиц – налетающего фотона, обладающего импульсом  $p_\gamma = h\nu/c$  и энергией  $\varepsilon_\gamma = h\nu$ , с покоящимся свободным электроном (энергия покоя  $E_0 = m_0c^2$ ,  $m_0$  – масса покоя электрона). Согласно закону сохранения энергии и импульса (рис. 39).

$$\begin{aligned} E_0 + \varepsilon_\gamma &= E + \varepsilon'_\gamma, \\ \vec{p}_\gamma &= \vec{p} + \vec{p}'_\gamma, \end{aligned}$$

где  $p$  – импульс электрона, а  $E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$  – энергия электрона после столкновения;  $\varepsilon'_\gamma = h\nu'$  – энергия;  $p'_\gamma = h\nu'/c$  – импульс рассеянного фотона.

Перейдя от векторных величин к их проекциям на направление движения фотона, и подставив соответствующие значения величин, получим

$$\begin{aligned} m_0c^2 + h\nu &= \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} + h\nu', \\ p^2 &= \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2}{c^2}\nu\nu'\cos\theta, \end{aligned}$$

где  $\theta$  – угол рассеяния фотона (см. рис. 39). Решая совместно эти два уравнения, получим

$$m_0c^2(\nu - \nu') = h\nu\nu'(1 - \cos\theta).$$

Поскольку  $\nu = c/\lambda$  и  $\nu' = c/\lambda'$ , получим

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta),$$

где  $\lambda_c = h/m_0c$  называется *комптоновской длиной волны* рассматриваемой частицы, в данном случае электрона. Для электрона  $\lambda_c = 0,0243\text{Å}$ .

Как эффект Комптона, так и фотоэффект обусловлены взаимодействием фотонов с электронами. В первом случае фотон рассеивается, во втором – поглощается. Рассеяние происходит при взаимодействии фотона со свободным или связанным электроном, а фотоэффект – со связанным электроном.

Можно показать, что при столкновении фотона со свободным электроном не может произойти поглощение фотона, так как этот процесс противоречит законам сохранения энергии и импульса. Поэтому при взаимодействии фотонов со свободными электронами может наблюдаться только их рассеяние, т. е. эффект Комптона.

### 43. Корпускулярно-волновой дуализм электромагнитного излучения

Приведенные выше опытные факты говорят о том, что взаимодействие излучения с веществом имеет характер дискретных процессов, в которых поглощается, испускается или рассеивается целый квант. Но представление о свете как о потоке классических корпускул несовместимо с классической картиной электромагнитных волн, которая, в свою очередь, находит опытное подтверждение в явлениях интерференции и дифракции. В тоже время существует ряд явлений, допускающих их корректное объяснение с любой из этих точек зрения. В качестве примера можно привести давление света.

Итак, что же такое свет – частица или волна? Квантовая теория отвечает на этот вопрос так: ни то, ни другое. Действительно, нет необходимости пытаться представить себе, как это фотон может быть сразу и волной, и частицей. Свет обладает *потенциальной возможностью* проявлять и волновые, и корпускулярные свойства, но эти дополняющие друг друга свойства в чистом виде проявляются лишь при взаимоисключающих условиях эксперимента. Так, чем больше длина волны, тем меньше энергия и импульс фотона и в меньшей степени проявляются корпускулярные свойства света. С этим связано, например, существование красной границы фотоэффекта. Фотоны, обладающие низкой энергией, просто не могут быть зафиксированы. Наоборот, чем меньше длина волны, тем больше энергия и импульс фотона и в меньшей степени проявляются волновые свойства света. Например, дифракция рентгеновского излучения обнаруживается лишь при использовании в качестве дифракционной решетки кристаллов. Таким образом, адекватный способ описания света определяется выбранным способом наблюдения, а вопрос о том, что же существует «на самом деле» – волна или частица, – лишен содержания.

Одновременное существование у света волновых и квантовых свойств ставит вопрос об их сочетании и взаимозависимости. Взаимосвязь находит простое толкование при статистическом подходе к рассмотрению вопроса о распространении света. Для этого рассмотрим с обеих точек зрения освещенность какой-либо поверхности. Согласно волновым представлениям освещенность в некоторой точке поверхности пропорциональна квадрату светового вектора. С корпускулярной точки зрения освещенность пропорциональна суммарным энергиям фотонов, попадающих в эту точку. Отсюда следует, что вероятность попадания фотона в данную точку поверхности определяется квадратом светового вектора

$$dP \sim E^2 dS .$$

Таким образом, волновые свойства фотона проявляются в том, что для него нельзя точно указать, в какую именно точку экрана он попадет после прохождения через оптическую систему (например, дифракционную решетку). Можно говорить лишь о плотности вероятности попадания фотона в различные точки экрана.

## Контрольные вопросы

- Чем отличается серое тело от черного?
- В чем заключается физический смысл универсальной функции Кирхгофа?
- Как сместится максимум спектральной излучательной способности черного тела с повышением температуры?
- Используя формулу Планка, найдите постоянную Стефана — Больцмана.
- При каких условиях из формулы Планка получаются закон смещения Вина и формула Рэлея — Джинса?
- Как при заданной частоте света изменится фототок насыщения с уменьшением освещенности катода?
- Как с помощью уравнения Эйнштейна объяснить I и II законы фотоэффекта?
- Чему равно отношение давлений света па зеркальную и зачерненную поверхности?
- В чем отличие характера взаимодействия фотона и электрона при фотоэффекте и эффекте Комптона?
- В чем заключается корпускулярно-волновой дуализм света?

## ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

### 44. Гипотеза де Бройля о корпускулярно-волновом дуализме микрочастиц и подтверждение её опытом

В 1924 году Луи де Бройль, предполагая наличие в природе симметрии, выдвинул гипотезу, что корпускулярно-волновой дуализм не является особенностью одного света, что он свойственен всей материи (электронам и любым другим частицам). В рамках этой гипотезы движению частицы массы  $m$  можно сопоставить волновой процесс с длиной волны  $\lambda$ , равной

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv},$$

где  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$  – релятивистская масса;  $m_0$  – масса покоя частицы.

Согласно де Бройлю, количественные соотношения, связывающие корпускулярные и волновые характеристики, принимаются для частиц такими же, как для фотонов, т. е.

$$E = h\nu = \hbar\omega, \quad \vec{p} = \hbar\vec{k},$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  – волновой вектор;  $\hbar = h/2\pi$  – приведенная постоянная Планка.

Гипотеза де Бройля вскоре была подтверждена экспериментально. В 1927 году американские физики Дэвиссон и Джермер, исследуя отражение электронов, ускоренных электрическим полем, от монокристалла никеля, при-

надлежащего к кубической системе, обнаружили, что рассеяние пучка электронов проявляет отчетливый дифракционный характер. Причем картина рассеяния напоминала дифракцию рентгеновских лучей на таком кристалле: угловые положения дифракционных максимумов полностью соответствовали формуле Вульфа-Брегга

$$2d \sin \theta = m\lambda_0, m = 1, 2, 3, \dots$$

для значения  $\lambda_0$  равного длине волны де Бройля электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов  $U$  ( $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}} = \frac{12,3 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{U}}$ ).

В дальнейшем идея де Бройля была подтверждена опытами Г. Томсона и П. С. Тартаковского. В опытах пучок электронов, ускоренный электрическим полем, проходил через тонкую металлическую фольгу и попадал на фотопластинку. Полученная таким образом картина сопоставлялась с полученной в аналогичных условиях рентгенограммой. В результате было установлено полное сходство двух картин.

Так как дифракционная картина исследовалась для потока электронов, необходимо было доказать, что волновые свойства связаны с электроном, а не являются коллективным эффектом. Этот факт экспериментально установили В. А. Фабрикант, Л. М. Биберман и Н. Г. Сушкин. Они показали, что и в случае слабого электрического пучка, когда каждый электрон проходит прибор поодиночке, дифракционная картина при достаточно длительной экспозиции ничем не отличается от картины, какая наблюдается при обычной интенсивности пучка.

Впоследствии дифракционные явления обнаружили также для нейтронов (не обладающих зарядом), протонов (имеющих положительный заряд), атомных и молекулярных пучков. Это окончательно послужило доказательством наличия волновых свойств микрочастиц и позволило описывать движение микрочастиц в виде волнового процесса, характеризующегося определенной длиной волны, рассчитываемой по формуле де Бройля. Кроме того, стало понятно, что волны де Бройля не являются разновидностью электромагнитных волн.

Гипотеза де Бройля и ее экспериментальное подтверждение требует качественно нового взгляда на природу микрочастиц – микрочастицу нельзя считать ни частицей, ни волной в классическом понимании. Для неё существует *потенциальная возможность* проявлять себя, в зависимости от внешних условий, либо как волна, либо как частица, либо промежуточным образом. Именно в этой потенциальной возможности различных проявлений свойств, присущих микрообъекту, и состоит *корпускулярно-волновой дуализм*.

Необычные свойства микрочастиц можно понять, если предположить, что вакуум является особым состоянием материи, а микрочастицы ее относительно неустойчивыми локальными состояниями. Неустойчивым в том смысле, что микрочастица регулярно растворяется в вакууме и через мгновение вновь возникает где-то рядом. Аналогией вакууму может служить насыщенный раствор

какого-либо вещества, а микрочастице – имеющиеся в растворе кристаллики этого вещества. В состоянии динамического равновесия кристаллики в растворе хаотично растворяются и возникают. На характер растворения-возникновения микрочастицы влияет ее окружение. Несмотря на сложность и элемент случайности всего происходящего, поведение микрочастицы, как выяснится позже, можно успешно описать с помощью, так называемой, волновой функции.

#### 45. Соотношение неопределенностей как проявление корпускулярно-волнового дуализма свойств материи

В классической механике состояние *материальной точки* определяется заданием значений координат, импульса, энергии и т. д. Перечисленные величины называются динамическими переменными. Микрочастицы – *квантовые частицы* – существенно отличаются от классических частиц. Одно из основных различий заключается в том, что нельзя говорить о движении микрочастицы по определенной траектории и неправомечно говорить о *точных одновременных значениях ее координаты и импульса*. Это следует из корпускулярно-волнового дуализма. Так, понятие «длина волны в данной точке» лишено физического смысла, а поскольку импульс выражается через длину волны  $p = h/\lambda$ , то отсюда следует, что микрочастица с определенным импульсом имеет полностью неопределенную координату. И, наоборот, если микрочастица находится в состоянии с точным значением координаты, то ее импульс является полностью неопределенным.

Гейзенберг, учитывая волновые свойства микрочастиц и связанные с волновыми свойствами ограничения в их поведении, пришел в 1927 г. к выводу, что неопределенности значений координат и проекций импульса удовлетворяют соотношениям

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar, \quad \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar, \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar.$$

Пары величин, входящие в них, называются *канонически сопряженными*. Сами соотношения называются *соотношениями неопределенностей Гейзенберга*.

Поясним содержание соотношений неопределенности на следующем примере. Пусть поток электронов проходит через узкую щель шириной  $\Delta x$ , сравнимой с длиной волны де Бройля электрона (рис. 40). Предполагаем также, что щель расположена перпендикулярно к направлению их движения. До щели электроны двигаются вдоль оси  $y$ , имея строго определенный импульс  $\vec{p}$ , проекция

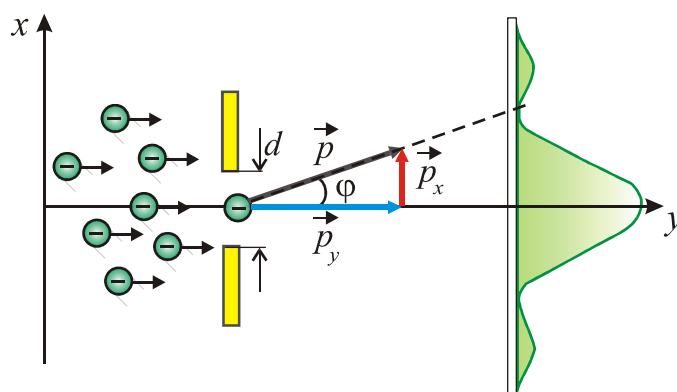


Рис. 40. Дифракция электронов на щели

которого на ось  $x$  равна нулю (соответственно  $\Delta p_x = 0$ ). При этом координата  $x$  электронов из-за волновых свойств является совершенно неопределенной.

В момент прохождения электронов через щель их положение в направлении оси  $x$  определяется с точностью до ширины щели –  $d = \Delta x$ . В тот же момент, вследствие дифракции, электроны отклоняются от первоначального направления и двигаются с близкими вероятностями в пределах угла  $2\varphi$  ( $\varphi$  – угол, соответствующий первому дифракционному минимуму). Следовательно, у них появляется неопределенность в значении составляющей импульса вдоль оси  $x$ , равная  $\Delta p_x = p \sin \varphi$ .

Из теории дифракции известно, что первому минимуму при дифракции от щели соответствуют угол  $\varphi$ , для которого  $\Delta x \cdot \sin \varphi = \lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны де Бройля. Отсюда с учетом  $p = h/\lambda$  получается соотношение  $\Delta x \cdot \Delta p_x = h$ . Поскольку часть электронов попадает за пределы главного максимума, то

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h.$$

Соотношение неопределенностей получено при одновременном использовании классических характеристик движения частицы (координаты, импульса) и наличия у неё волновых свойств. Так как в классической механике принимается, что измерение координаты и импульса может быть произведено с любой точностью, *то соотношение неопределенностей является, таким образом, квантовым ограничением применимости классической механики к микрообъектам.*

Здесь важно отметить, что невозможность одновременно точно определять координату и соответствующую проекцию импульса не связана с несовершенством методов измерения или измерительных приборов, а является *следствием специфики микрообъектов.*

Энергия и время также являются канонически сопряженными величинами. Для них соотношение неопределенностей представляется в виде

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar.$$

Оно означает, что если время жизни  $\Delta t$  микрочастицы в каком-то состоянии небольшое, то неопределенность в значении её энергии составляет величину  $\Delta E \sim \hbar/\Delta t$ .

#### **46. Волновая функция. Статистический смысл волновой функции**

Из опытов по дифракции и интерференции электронов, а особенно по интерференции одиночных электронов (опыт Юнга), следует, что даже один электрон способен создать интерференционную картину, т. е. интерферирует сам с собой. Таким образом, электрон может в одно и то же время находиться в двух различных точках пространства. Очевидно, что понятие траектории для микро-

частицы не определено; можно лишь говорить о вероятности нахождения частицы в данный момент времени в данной точке пространства.

В тоже время опыты по дифракции электронов показывают, что имеется определенная вероятность в распределении рассеянных или отраженных микрочастиц по различным направлениям. Наличие максимумов в дифракционной картине с точки зрения волновой теории означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. С другой стороны, интенсивность волн де Бройля в данной точке пространства определяет число частиц, попавших в эту точку. Таким образом, дифракционная картина для микрочастиц является проявлением статистической (вероятностной) закономерности, согласно которой частицы попадают в те места, где интенсивность волн де Бройля наибольшая.

Необходимость вероятностного подхода к описанию движения микрочастиц является принципиальным положением квантовой теории. Постулируется, что состояние квантовой системы может быть максимально полно описано с помощью комплексной волновой функции  $\Psi(t, x, y, z)$ , которая связана с плотностью распределения вероятностей соотношением

$$\rho(x, y, z, t) = |\Psi(x, y, z, t)|^2 = \Psi^*(x, y, z, t)\Psi(x, y, z, t),$$

где  $\Psi^*(x, y, z, t)$  – функция, комплексно сопряженная по отношению к  $\Psi(x, y, z, t)$ . Иными словами полагается, что величиной  $|\Psi(x, y, z, t)|^2$  определяется интенсивность волн де Бройля. Такая интерпретация волновой функции объясняет, почему волны де Бройля иногда называют «волнами вероятности». Таким образом, *смысл волновой функции состоит в том, что квадрат её модуля дает плотность вероятности нахождения частицы в соответствующем месте пространства.*

Из определения волновой функции следует, что она должна удовлетворять *условию нормировки вероятностей*

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz = 1.$$

Это условие означает, что пребывание частицы где-либо в пространстве есть достоверное событие, и его вероятность должна быть равна единице. Для нормированной пси-функции вероятность нахождения частицы в элементе объема  $dV$  определяется как

$$dP = |\Psi|^2 dV.$$

В соответствии с физическим смыслом, волновая функция должна удовлетворять ряду так называемых *стандартных условий*. Она должна быть одно-



значной, непрерывной (вероятность не может изменяться скачком), конечной (требование условия нормировки). Подобные условия накладываются и на все производные от волновой функции.

Волновая функция  $\Psi$  содержит в себе полную информацию о микрообъекте. Поэтому, зная  $\Psi$ , можно вычислить вероятности значений, которые получаются при измерении какой-либо физической величины (а значит и их средние) в этом состоянии. Например, среднее значение координаты  $x$  вычисляется по формуле

$$\langle x \rangle = \int x |\Psi|^2 dV .$$

Одним из основных положений квантовой механики является *принцип суперпозиции состояний*. Если система может находиться в состояниях, описываемых волновыми функциями  $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n$ , то она также может находиться в состоянии

$$\Psi = \sum_n C_n \Psi_n ,$$

где  $C_n$  – произвольные комплексные числа.

## 47. Уравнение Шредингера

Состояние микрообъекта или какой-либо квантово-механической системы в результате внутренних и внешних взаимодействий с течением времени меняется. Общее нестационарное уравнение, позволяющее определить в любой момент времени волновую функцию  $\Psi(x, y, z, t)$  для частицы массы  $m$ , движущейся в силовом поле, описываемом скалярной потенциальной функцией  $U(x, y, z, t)$ , имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U \Psi .$$

Здесь  $i = \sqrt{-1}$  – мнимая единица;  $\Delta$  – дифференциальный оператор Лапласа, который в декартовой системе координат имеет вид  $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$ . Это уравнение является основным уравнением движения частицы в квантовой механике и называется *уравнением Шредингера*.

В общем случае в задачах квантовой механики дифференциальное уравнение в частных производных должно решаться с учетом определенных начальных и граничных условий, накладываемых на волновую функцию.

Начальное условие задает значение волновой функции в начальный момент времени  $t = 0$ .

Граничные условия являются следствием регулярности волновой функции, обеспечивая, в частности, ее непрерывность. Эти условия формулируются на границах областей, где потенциальная функция  $U(x, y, z, t)$  терпит разрывы

первого или второго рода. Сюда же относятся условия на волновую функцию в бесконечно удаленных точках пространства, которые обеспечивают выполнение условия нормировки.

Если силовое поле, в котором движется частица, стационарно  $U = U(x, y, z)$ , то в этом случае решение уравнения Шредингера распадается на два множителя

$$\Psi(t, x, y, z) = \psi(x, y, z)e^{-i(E/\hbar)t},$$

где  $E$  имеет смысл полной энергии частицы. Подставим это выражение в общее уравнение Шредингера. После несложных преобразований придем к дифференциальному уравнению

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0,$$

которое называется *уравнением Шредингера для стационарных состояний* (независимым от времени).

В теории дифференциальных уравнений доказывається, что уравнения такого типа имеют решения, удовлетворяющие стандартным и граничным условиям, не при любых значениях параметра  $E$ , а лишь для некоторых из них. Эти значения называются *собственными значениями* энергии. Решения  $\psi_n$ , соответствующие собственным значениям  $E_n$ , называются *собственными функциями*. Таким образом, квантование энергии является следствием основных положений квантовой механики. Нахождение собственных значений и собственных функций, как правило, является нетривиальной математической задачей.

Уравнение Шредингера, как и законы классической механики Ньютона, законы термодинамики, уравнения электродинамики Максвелла и др. основные физические уравнения, не может быть выведено из других соотношений. Его следует рассматривать как некоторое научное положение, справедливость которого доказывается согласием результатов расчетов, выполненных с помощью уравнения Шредингера, с данными экспериментов. Такое согласие установлено для большого числа явлений в атомной и ядерной физике.

#### 48. Движение свободной частицы

Частица называется *свободной*, если на нее не действуют внешние силы. При свободном движении частицы её потенциальная энергия  $U = 0$ , а полная энергия  $E$  совпадает с кинетической энергией:  $W_k = \frac{p^2}{2m}$ .

Если свободная частица движется только вдоль оси  $x$ , то стационарное уравнение Шредингера запишется как:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0.$$

Частным решением этого уравнения является функция  $\psi(x) = A e^{\pm \frac{i}{\hbar} \sqrt{2mE} \cdot x}$ , где  $A = \text{const}$ . Знак «плюс» определяет движение частицы в положительном направлении оси  $x$ , знак «минус» – движение в противоположном направлении.

Объединяя данное решение с решением временного уравнения, получим полное решение уравнения Шредингера в виде

$$\Psi(x, t) = e^{-\frac{i}{\hbar} Et} \cdot \psi(x) = A e^{-\frac{i}{\hbar} (Et - \sqrt{2mE} \cdot x)}.$$

Сравнивая данное решение с выражением плоской монохроматической волны  $\zeta(x, t) = A e^{-i(\omega t - kx)}$ , видим, что для свободной частицы волновое число

определяется как:  $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ . Отсюда получаем, что  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p_x^2}{2m}$  (здесь

$p_x = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$  – формула де Бройля). Следовательно, энергия свободной частицы

может принимать любые *положительные* значения, а её зависимость от импульса оказывается обычной для классических нерелятивистских частиц.

Таким образом, свободная частица в квантовой механике описывается плоской монохроматической волной де Бройля. Этому случаю соответствует одинаковая плотность вероятности обнаружить частицу в различных точках бесконечного пространства. Действительно, если частица распространяется в положительном направлении оси  $x$ , то  $\rho(x, t) = |\Psi(x, t)|^2 = |A|^2 = \text{const}$ . Этот результат не противоречит и соотношению неопределенностей Гейзенберга  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$ , так как для свободной частицы точно известна её энергия, а, следовательно, и импульс:  $\Delta p_x = 0$ , а потому имеется полная неопределенность местоположения:  $\Delta x \rightarrow \infty$ . Данный пример еще раз свидетельствует о принципиальном различии в подходе к определению понятия «элементарная частица» в классической и квантовой механике. Полученный результат есть прямое следствие корпускулярно-волнового дуализма в свойствах элементарных частиц.

#### 49. Потенциальная яма с бесконечно высокими стенками

*Потенциальной ямой* называется область пространства, в которой потенциальная энергия меньше, чем в окружающем пространстве (рис. 41).

Рассмотрим простейший случай одномерной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками:

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq l, \\ \infty, & x > l, \end{cases} \text{ где } l - \text{ ширина ямы.}$$

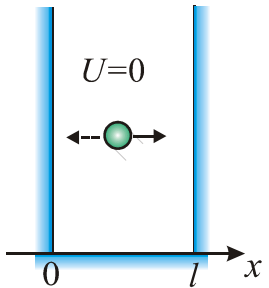


Рис. 41. Потенциальная яма

По условию задачи (бесконечно высокие стенки), частица не проникает за пределы ямы, поэтому вероятность ее обнаружения за пределами ямы равна нулю. Следовательно, на границах ямы  $\psi(0) = 0$  и  $\psi(l) = 0$ .

Внутри ямы ( $0 \leq x \leq l$ ) стационарное уравнение Шредингера запишется в виде

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0,$$

где  $E$  – энергия частицы. Решением данного уравнения является функция

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx,$$

где  $k^2 = 2mE/\hbar^2$ ,  $A$  и  $B$  – произвольные постоянные.

Для выполнения первого граничного условия  $\psi(0) = A \sin(0) + B \cos(0) = 0$  мы должны потребовать  $B = 0$ . Второе граничное условие  $\psi(l) = A \sin kl = 0$  будут выполнено при  $kl = n\pi$ , где  $n$  – целое число. Получается, что  $k = \frac{\pi}{l}n$ , а, со-

ответственно, и длина волны де Бройля  $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2l}{n}$  принимает дискретные значения. Поскольку  $k^2 = 2mE/\hbar^2$ , то отсюда следует, что энергия движущейся внутри потенциальной ямы частицы также принимает дискретные значения

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad (n = 1, 2, 3, \dots, \infty).$$

Значения энергии  $E_n$  называются *уровнями энергии*, а число  $n$ , определяющее энергетические уровни частицы, называется *квантовым числом*.

Используя условия нормировки  $A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi}{l} x dx = 1$ , получим, что волновые функции такой частицы имеют вид

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x, \quad (n = 1, 2, 3, \dots, \infty).$$

На рис. 42 показаны графические зависимости волновых функций (а) и плотности вероятности обнаружения частицы (б) на различных расстояниях от «стенок» ямы при разных квантовых числах. Из рисунка следует, например, что в квантовом состоянии с  $n=2$  электрон не может находиться в середине ямы, в то время как одинаково часто может прибывать в её левой и правой частях. Это существенно отличается от представлений классической физики, согласно которым его нахождение равновероятно во всех местах ямы.

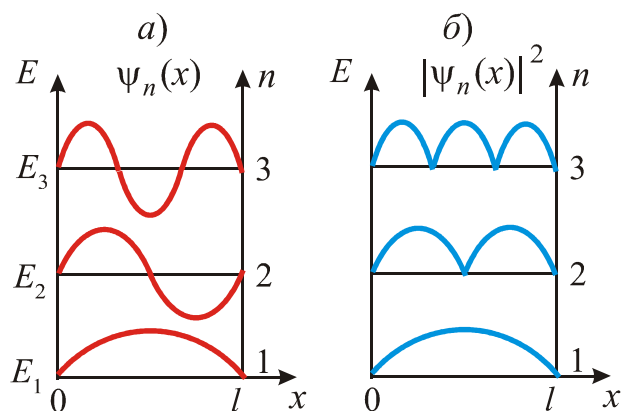


Рис. 42. Волновые функции и плотность вероятности обнаружения частицы в потенциальной яме

## 50. Туннельный эффект

*Туннельный эффект* – проникновение частицы через потенциальный барьер, высота которого больше полной энергии частицы. Под «потенциальным барьером» мы будем понимать область действия некоторого поля сил (гравитационных, электрических и др.).

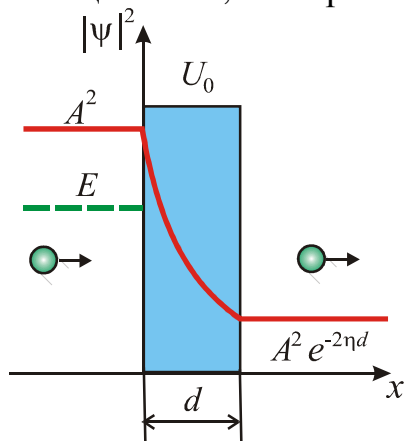


Рис. 43. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер

Выясним суть туннельного эффекта, рассмотрев следующую идеализированную задачу: на пути свободной частицы массой  $m$ , движущейся вдоль оси  $x$ , возникло препятствие – потенциальный барьер, высота которого в энергетических единицах больше её полной энергии ( $U_0 > E$ ). Выберем прямоугольную форму потенциального барьера, что существенно упростит математическое рассмотрение задачи.

По классическим представлениям частица должна была бы отразиться от стенки барьера и остаться слева от него. Квантово-механическое рассмотрение этой же задачи приводит к принципиально другому результату благодаря тому, что частица обладает корпускулярно-волновым дуализмом: она имеет определенную вероятность не только отразиться от барьера, но и проникнуть внутрь его, а при определенной ширине потенциального барьера оказаться и правее его. Именно этот эффект и называется эффектом туннелирования (рис. 43).

В области  $x > 0$ , куда неспособна проникнуть классическая частица, уравнение Шредингера имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \eta^2 \psi, \quad \text{где } \eta = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} > 0.$$

Частным решением этого уравнения является функция  $\psi(x) = Ae^{-\eta \cdot x}$ , где  $x$  – глубина проникновения частицы.

Для описания туннельного эффекта вводится понятие прозрачности  $D$  потенциального барьера. Если, по аналогии с оптикой, подсчитать интенсивность падающей волны и интенсивность прошедшей волны, то, по определению, прозрачность  $D = \frac{|\psi(x > d)|^2}{|\psi(x < 0)|^2}$ . За пределами барьера (слева и справа) частица движется как свободная. Поэтому интенсивности волн де Бройля частицы соответственно равны  $|\psi(x < 0)|^2 = |A|^2$  и  $|\psi(x > d)|^2 = |A|^2 e^{-2 \cdot \eta \cdot d}$ . Тогда для прямоугольного барьера высотой  $U_0$  прозрачность определяется формулой

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}\right).$$

Это по сути вероятность прохождения волны де Бройля сквозь барьер.

Реальные потенциальные барьеры имеют сложную конфигурацию, которые всегда можно приближенно представить в виде последовательности потенциальных барьеров прямоугольной формы. Выражение для  $D$  в этом случае будет иметь вид

$$D = D_0 \exp\left[\int_{x_1}^{x_2} -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} dx\right].$$

## 51. Линейный гармонический осциллятор в квантовой механике

Линейный гармонический осциллятор – это система, совершающая одномерные движения под действием квазиупругой силы. Он является моделью, используемой во многих задачах классической и квантовой теории.

Примером классического осциллятора является пружинный маятник. Он совершает гармонические колебания вдоль оси  $x$  с частотой  $\omega_0$  и амплитудой, определяемой его полной энергией  $E$ , которая в крайних точках ( $\pm x_{\max}$ ) равна потенциальной энергии. Поэтому с классической точки зрения частица не может выйти за пределы этой области.

В квантовой механике задача о колебаниях линейного гармонического осциллятора решается с помощью уравнения Шредингера

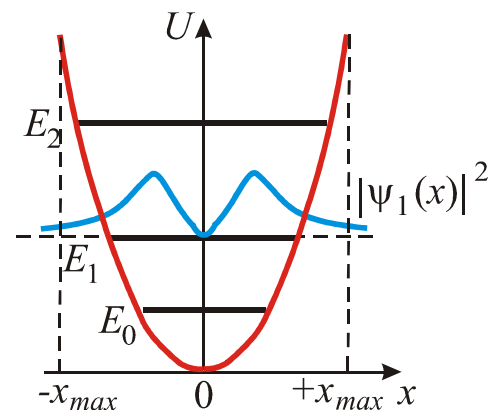


Рис. 44. Уровни энергии гармонического осциллятора

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0,$$

в котором по сравнению с предыдущими задачами необходимо включить потенциальную энергию. Для этого воспользуемся значением потенциальной энергии классического гармонического осциллятора:

$$U = m\omega_0^2 x^2 / 2,$$

где  $\omega_0$  – собственная частота колебаний осциллятора,  $m$  – масса частицы.

Тогда стационарные состояния квантового осциллятора будут определяться уравнением

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0,$$

где  $E$  – полная энергия осциллятора. В теории дифференциальных уравнений доказывается, что такое уравнение решается только при собственных значениях энергии

$$E_n = (n + 1/2) \hbar \omega_0, \quad (n = 1, 2, 3, \dots, \infty).$$

Формула показывает, что энергия квантового осциллятора может иметь лишь дискретные значения. Причем уровни энергии являются равноотстоящими друг от друга. Наименьшее возможное значение энергии равно  $E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega$ . Это значение называется *энергией нулевых колебаний*. Существование минимальной энергии является типичной для квантовых систем и представляет прямое следствие соотношения неопределенностей.

Квантово-механический расчет показывает также, что частицу можно обнаружить за пределами дозированной области ( $\pm x_{\max}$ ), в то время как с классической точки зрения она не может выйти за ее пределы. Следовательно, имеется отличная от нуля вероятность обнаружить частицу в той области, которая является классически запрещенной.

### Контрольные вопросы

- В чем заключается гипотеза де Бройля?
- Объясните смысл соотношения неопределенностей.
- Как, исходя из соотношения неопределенностей, объяснить наличие естественной ширины спектральных линий?
- Что определяет квадрат модуля волновой функции?

- Какова наименьшая энергия частицы в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками»?
- Какими свойствами микрочастиц обусловлен туннельный эффект?
- Как изменится коэффициент прозрачности потенциального барьера с увеличением его ширины в два раза?
- В чем отличие квантово-механического и классического описания гармонического осциллятора?

## ЭЛЕМЕНТЫ АТОМНОЙ ФИЗИКИ

### 52. Закономерности атомных спектров

Исследования спектров излучения разреженных газов (т. е. спектров излучения отдельных атомов) показали, что каждому газу соответствует определенный линейчатый спектр, состоящий из отдельных спектральных линий. Оказалось, что линии в спектре расположены определенным образом и образуют группы, называемые *сериями*. Качественно спектры атомов различных элементов сходны, но особенно отчетливо серии проявляются в спектре простейшего элемента – водорода.

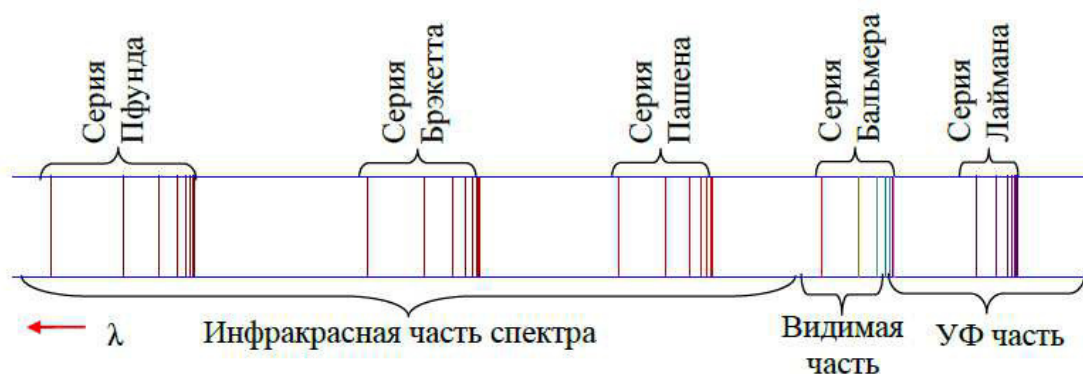


Рис. 45. Спектр водорода

В 1885 г. швейцарский физик Бальмер обнаружил, что длины волн  $\lambda$  отдельных линий в *видимой части спектра водорода* подчиняются закону

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (n = 3, 4, 5, \dots, \infty),$$

где  $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  – *постоянная Ридберга*. Дальнейшие исследования показали, что в спектре водорода имеется еще несколько серий:

$$\text{серия Лаймана } \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (n = 2, 3, 4, \dots, \infty),$$

$$\text{серия Пашена } \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (n = 4, 5, 6, \dots, \infty),$$



$$\text{серия Брэкета } \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), (n = 5, 6, 7, \dots, \infty) \text{ и др.}$$

Серия Лаймана находится в ультрафиолетовой области, а остальные серии – в инфракрасной (рис. 45).

Все приведенные выше серии могут быть описаны одной формулой, называемой *обобщенной формулой Бальмера*

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $m = 1, 2, 3, \dots$  определяет серию;  $n = m + 1, m + 2, \dots$  определяет отдельные линии серии. Спектральную линию с наибольшей длиной волны из всех линий серии называют *головной линией* серии. С увеличением  $n$  линии серии сближаются; значение  $n = \infty$  определяют коротковолновую *границу серии*, к которой примыкает сплошной спектр.

В то время было твердо установлено, что свет испускается именно атомами. Поэтому функциональный вид сериальных формул, которые сводятся к одной обобщенной формуле, свидетельствует о наличии закономерности в строении всех атомов.

Таким образом, из результатов изучения спектров вытекает очень важное следствие для возможной модели атома: она должна позволять испускание монохроматических волн, давать правильное их расположение и обеспечивать устойчивость атома при этом. Ни одна из существующих в то время моделей атома (например, Томсона) не позволяла получить экспериментальную картину излучения. Кроме того, из спектроскопических данных невозможно было установить внутреннее устройство атомов, доказательство сложной структуры которых, подтверждалось многими опытными и теоретическими работами.

Д. И. Менделеев открыл периодический закон, свидетельствующий о периодической повторяемости основных особенностей внутренней структуры атомов по мере увеличения числа частиц входящих в их состав. А. Беккерелем было открыто явление радиоактивности тяжелых атомов. Требовался эксперимент для прямого определения распределения зарядов внутри атома и его устройства.

### 53. Опыты Резерфорда. Планетарная модель атома

Установить распределение зарядов в какой-либо области пространства можно по виду рассеяния других заряженных частиц. Такое зондирование внутренних областей атомов тяжелых элементов (золото, серебро, медь и др.) было проведено в 1911 г. Э. Резерфордом с помощью открытых им ранее  $\alpha$ -частиц, испускаемых радием при естественном радиоактивном распаде. Было установлено, что альфа-частицы – это полностью ионизированные атомы гелия,

масса которых приблизительно в 7300 раз больше массы электрона, а положительный заряд равен удвоенному элементарному заряду. Скорость их вылета, измеренная по кривизне траектории в магнитном поле, составляет приблизительно  $1,5 \cdot 10^7$  м/с, а соответствующая кинетическая энергия равна  $\sim 4,8$  МэВ.

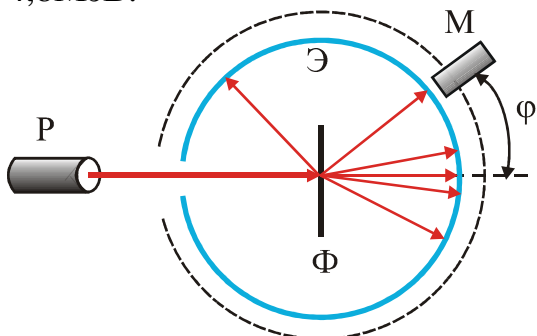


Рис. 46. Опыт Резерфорда

Опыт осуществлялся следующим образом (рис. 46). Узкий пучок  $\alpha$ -частиц, испускаемый радиоактивным веществом (Р), направлялся на тонкую золотую фольгу (Ф) (толщиной примерно 1 мкм). Рассеянные фольгой частицы попадали на экран (Э), покрытый слоем кристаллов сульфида цинка, способных светиться под ударами быстрых заряженных частиц. Вспышки света, *сцинтилляции*, наблюдались в микроскоп (М). Микроскоп и связанный с ним экран можно было вращать вокруг оси, проходящей через центр фольги, т. е. можно было всегда измерить угол отклонения  $\phi$  по отношению к первоначальному пучку. Весь прибор помещался в откачиваемый объем, чтобы устранить рассеяние  $\alpha$ -частиц за счет столкновений с молекулами воздуха.

В результате экспериментов было обнаружено, что большинство  $\alpha$ -частиц проходит через тонкий слой металла, практически не испытывая отклонения. Однако небольшая часть частиц отклоняется на значительные углы, превышающие  $30^\circ$ . Очень редкие  $\alpha$ -частицы (приблизительно одна на десять тысяч) испытывали отклонение на углы, близкие к  $180^\circ$ . Так как электроны не могут существенно изменить движение столь тяжелых и быстрых частиц, то наблюдаемые отклонения  $\alpha$ -частиц возможны только в том случае, если внутри атома имеется очень небольшая положительно заряженная область, в которой сосредоточена практически вся его масса.

В результате экспериментов было обнаружено, что большинство  $\alpha$ -частиц проходит через тонкий слой металла, практически не испытывая отклонения. Однако небольшая часть частиц отклоняется на значительные углы, превышающие  $30^\circ$ . Очень редкие  $\alpha$ -частицы (приблизительно одна на десять тысяч) испытывали отклонение на углы, близкие к  $180^\circ$ . Так как электроны не могут существенно изменить движение столь тяжелых и быстрых частиц, то наблюдаемые отклонения  $\alpha$ -частиц возможны только в том случае, если внутри атома имеется очень небольшая положительно заряженная область, в которой сосредоточена практически вся его масса.

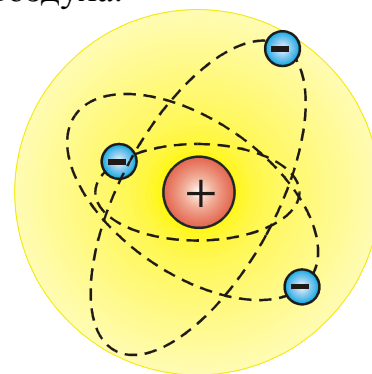


Рис. 47. Модель атома Резерфорда

Основываясь на этом выводе, Резерфорд предложил ядерную (планетарную) модель атома (рис. 47). Согласно этой модели в центре расположено тяжелое положительное *ядро* размером  $\sim 10^{-15}$  м и с зарядом, равным  $Ze$ , вокруг которого по всему объему атома распределены  $Z$  электронов. Поскольку статическая система зарядов не может быть устойчивой, Резерфорду пришлось предположить, что электроны вращаются вокруг ядра под действием кулоновских сил. Последнее предположение пришло в немедленное противоречие с классической электродинамикой. Электрон в атоме движется по искривленной траектории с ускорением и, согласно классической электродинамике, будет непрерывно излучать электромагнитные волны. Излучение уменьшает энергию электрона, так что он достаточно быстро должен упасть на ядро. Этот результат

не соответствует действительности, так как атом является устойчивым образованием.

Таким образом, планетарный атом, структура которого однозначно следует из результатов опыта Резерфорда, является неустойчивым с точки зрения классической механики и классической электродинамики. Кроме того, излучение такого атома будет иметь только непрерывный спектр. Спектральных линий не должно быть, что противоречит наблюдаемым на опыте спектральным зависимостям.

## 54. Постулаты Бора

Первая попытка создать новую – квантовую – теорию атома была осуществлена Н. Бором. Он поставил цель связать в единое целое эмпирические закономерности линейчатых спектров, ядерную модель атома Резерфорда и квантовый характер излучения и поглощения света. В основу новой теории Бор положил два постулата и правило квантования орбит.

**Первый постулат (постулат стационарных состояний).** Электроны в атомах движутся только по определенным (стационарным) круговым орбитам. Движение электронов по стационарным орбитам не сопровождается излучением электромагнитных волн.

**Правило квантования орбит.** Из всех возможных орбит электрона возможны только те, для которых момент импульса равен целому кратному приведенной постоянной Планка

$$m_e v r_n = n \hbar, \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

где  $m_e$  – масса электрона;  $v$  – его скорость по  $n$ -й орбите радиуса  $r_n$ .

**Второй постулат (правило частот).** Излучение и поглощение энергии в виде кванта  $h\nu$  происходит лишь при переходе электрона из одного стационарного состояния в другое. Величина светового кванта равна разности энергий тех стационарных состояний, между которыми совершается переход электрона

$$h\nu = E_n - E_m,$$

где  $E_n$  и  $E_m$  – соответственно энергии стационарных состояний атома до и после излучения (поглощения). Набор возможных дискретных частот (длин волн)

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{E_n - E_m}{h}$$

квантовых переходов определяет линейчатый спектр атома.

Стационарная орбита возникает в том случае, когда волна непрерывно повторяет себя после каждого оборота вокруг ядра. Другими словами, стационарная орбита соответствует круговой стоячей волне де Бройля на длине орбиты (рис. 48). Это явление очень похоже на стационарную картину стоячих волн в струне с закрепленными концами.

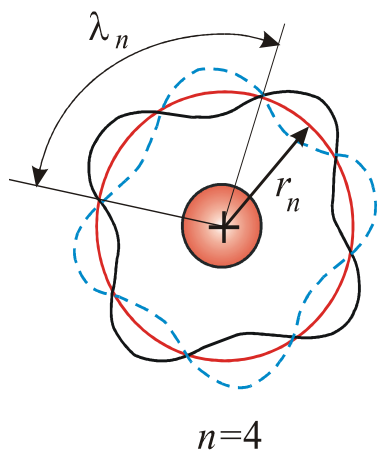


Рис. 48. Вид стационарной орбиты

По идее Бора в стационарном квантовом состоянии атома на длине орбиты электрона должно укладываться целое число длин волн  $\lambda$ , т. е.  $n\lambda_n = 2\pi r_n$ . Подставляя сюда длину волны

де Бройля для электрона:  $\lambda = \frac{h}{m_e v}$ , получим

$$m_e v r_n = n \frac{h}{2\pi}$$

Таким образом, боровское правило квантования связано с волновыми свойствами электронов.

## 55. Опыт Франка и Герца

Существование дискретных энергетических уровней атома была подтверждена опытами Франка и Герца (1913 г.), в которых исследовалось столкновение электронов с атомами ртути. Схема их установки приведена на рис. 49. В трубке, заполненной парами ртути под небольшим давлением ( $\sim 0,1$ кПа), находились три электрода: катод К, сетка С и анод А. Термоэлектроны, вылетавшие из нагретого катода, вначале ускорялись разностью потенциалов  $U$ , приложенной между катодом и сеткой, а затем тормозились в промежутке между сеткой и анодом слабым электрическим полем с постоянной разностью потенциалов  $\sim 0,5$ В.

Проведенные исследования показали, что зависимость тока в анодной цепи от величины ускоряющего напряжения  $I = f(U)$  имеет вид пилообразной кривой (рис. 50). Такое поведение вольтамперной характеристики можно объяснить следующим образом.

При напряжении  $U < 4,86$ В электроны испытывают только упругое взаимодействие с атомами ртути, в результате которого кинетическая энергия электронов практически не изменяется (изменяется только направление движения электронов). Поэтому с увеличением напряжения растет число электронов, достигающих анода. Анодный ток при этом возрастает.

При достижении  $U = 4,86$ В энергия электронов сравнивается с энергией

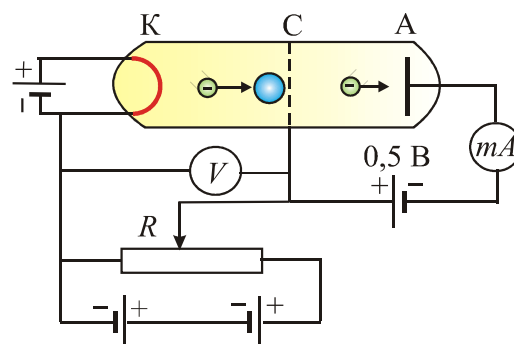


Рис. 49. Схема опыта Франка и Герца

первого возбужденного уровня атома ртути. Теперь происходят неупругие столкновения электронов с атомами ртути, которые, получив порцию энергии  $\Delta E = eU = 4,86$  эВ, переходят в возбужденное состояние. Электроны, потерявшие всю кинетическую энергию, не в состоянии преодолеть небольшой задерживающий потенциал. Поэтому происходит резкое уменьшение анодного тока.

Аналогичные процессы наблюдаются и при напряжениях, кратных  $U = 4,86$  В, когда электроны могут испытывать с атомами ртути 2, 3, ... неупругих соударения, потеряв при этом полностью (или почти полностью) свою энергию, и не достигнуть анода.

Таким образом, опыт показал, что электроны передают свою энергию атомам ртути порциями, причем 4,86 эВ – наименьшая возможная порция, которая может быть поглощена атомом ртути в основном энергетическом состоянии.

Атомы паров ртути, получив энергию от электронов, переходят в возбужденное состояние, из которого затем самопроизвольно возвращаются в основное состояние. При этом должен излучаться фотон с длиной волны  $\lambda = \frac{hc}{\Delta E} \approx 255$  нм. В опыте действительно обнаруживается одна ультрафиолетовая линия с такой длиной волны. Таким образом, опыты Франка и Герца экспериментально подтверждают оба постулата Бора.

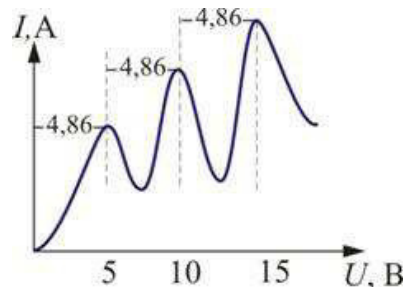


Рис. 50. Вольт-амперная характеристика

## 56. Теория Бора атома водорода и водородоподобных атомов

Рассмотрим водородоподобный атом, состоящий из неподвижного ядра с зарядом  $Ze$  и одного электрона, равномерно вращающегося по некоторой круговой орбите в кулоновском поле ядра (например, ионы  $He^+$ ,  $Li^{++}$ ) по закону

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m_e \frac{v^2}{r}.$$

Согласно классической механике радиус орбиты  $r$  электрона может принимать любые значения. При этом скорость электрона на этой орбите будет равна

$$v^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r}.$$

Однако, согласно правилу квантования Бора, из всех возможных орбит электрона в атоме водорода и в водородоподобных атомах осуществляются только те, для которых  $m_e v r_n = n\hbar$ . Это условие позволяет получить радиус

$n$ -й стационарной орбиты электрона:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e Z e^2} n^2 = r_B \frac{n^2}{Z}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots, \infty),$$

где  $r_B = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} = 5,29 \cdot 10^{-11}$  м – радиус первой орбиты атома водорода ( $Z = 1$ ), который называется *боровским радиусом*. Радиусы последующих орбит возрастают пропорционально  $n^2$ .

Так как радиусы стационарных орбит измерить невозможно, то для проверки теории нужно обратиться к величинам, которые могут быть определены экспериментально.

Такой величиной является энергия, излучаемая или поглощаемая атомом водорода.

Полная энергия электрона в водородоподобном атоме складывается из его кинетической энергии и потенциальной энергии взаимодействия с ядром:

$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{Z e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}$ . Подставляя в эту формулу найденные выше выражения для  $v^2$  и  $r_n$ , получим

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{Z^2 m_e e^4}{32\pi^2 \hbar^2 \epsilon_0^2} = -\frac{Z^2}{n^2} \cdot E_i, \quad (n = 1, 2, 3, \dots, \infty),$$

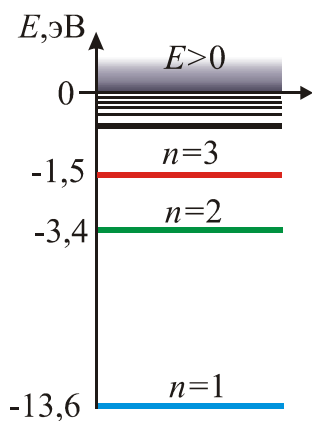


Рис. 51. Схема энергетических уровней по теории Бора

где  $E_i = 13,6$  эВ – энергия ионизации атома водорода ( $1\text{эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж). Она равна энергии, которую нужно сообщить электрону, чтобы он полностью «оторвался» от атома водорода.

Из полученной формулы следует, что энергетический спектр электрона в атоме дискретен (зависит от квантового числа  $n$ ). Знак минус означает, что электрон находится в связанном состоянии. Схема энергетических уровней атома водорода для наглядности представлена на рис. 51. Энергетическое состояние с  $n = 1$  называется основным состоянием, а с  $n > 1$  – возбужденным.

Согласно второму постулату Бора при переходе атома водорода ( $Z = 1$ ) из состояния  $n$  в состояние  $m$  излучается фотон с энергией

$$\hbar\omega = E_n - E_m = -\frac{m_e e^4}{32\pi^2 \hbar^2 \epsilon_0^2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

длина волны которого определяется как

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{m_e e^4}{64\pi^3 \hbar^3 \epsilon_0^2 c} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $R = m_e e^4 / (64\pi^3 \hbar^3 \epsilon_0^2 c) = 1,09 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ . Эта формула в точности совпадает с обобщенной формулой Бальмера для спектральных серий атома водорода. Это совпадение убедительно доказывает правильность полученной формулы для энергетических уровней водородоподобной системы.

Наряду с успехами, теория Бора имеет существенные недостатки. Главный из них – *внутренняя противоречивость* теории: она представляет собой механическое соединение классической физики с квантовым постулатом. Кроме того, данная теория не может объяснить вопрос об *интенсивностях* спектральных линий. Серьезной неудачей являлась абсолютная невозможность применить теорию для объяснения спектров атома гелия, содержащего два электрона на орбите, и тем более для многоэлектронных атомов.

### 57. Уравнение Шредингера для атома водорода. Анализ решения задачи

Рассмотрим теперь квантово-механическую теорию атома водорода (в общем случае водородоподобных атомов), гораздо более полную, чем теория Бора.

С точки зрения современной квантовой механики, задача об электроном в атоме – это задача о частице в потенциальном ящике. Но, в отличие от уже рассмотренных задач такого типа, она намного сложнее по двум причинам:

1. Потенциальный рельеф для электрона в электрическом поле положительно заряженного ядра представляет собой не «прямоугольный ящик», а со-

гласно формуле  $U(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}$  – гиперболический;

2. «Ящик» не одномерный, а трехмерный.

Состояние электрона в атоме водорода описывается волновой функцией  $\psi$ , удовлетворяющей стационарному уравнению Шредингера

$$\Delta\psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left( E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0,$$

где  $E$  – полная энергия электрона в атоме. Кулоновское поле ядра, в котором движется электрон, является центрально-симметричным, поэтому данное уравнение целесообразно решать в сферических координатах  $r, \vartheta, \varphi$ , считая, что  $\psi = \psi(r, \vartheta, \varphi)$ .

В теории дифференциальных уравнений доказываем, что это уравнение имеет решение, удовлетворяющее стандартным условиям (однозначности, конечности и непрерывности волновой функции), в следующих случаях:

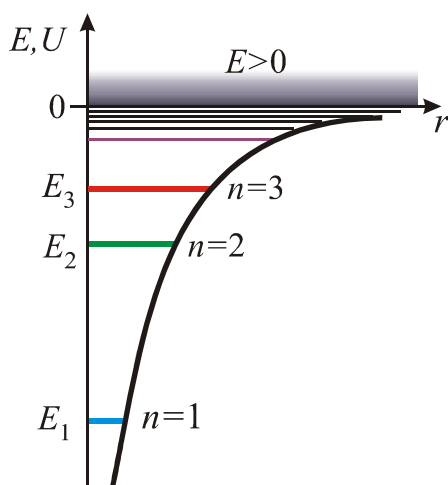


Рис. 52. Схема энергетических уровней водородоподобного атома

- 1) при любых положительных значениях  $E$ ;
- 2) при дискретных отрицательных значениях энергии, равных

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m_e e^4}{32\pi^2 \hbar^2 \epsilon_0^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots, \infty).$$

Первый случай соответствует свободному электрону (заштрихованная область на рис. 52), второй – электрону, находящемуся внутри гиперболической «потенциальной ямы» (связанному электрону).

Следовательно, решение уравнения Шредингера для атома водорода автоматически приводит к появлению дискретных энергетических уровней  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , в точности совпадающих с уровнями энергии в теории атома Бора, в которой квантование вводилось как постулат. Эти уровни показаны на рис. в виде горизонтальных линий. Самый нижний уровень  $E_1$ , отвечающий минимально возможной энергии, – *основной*, все остальные – *возбужденные*. Из рисунка видно, что по мере роста квантового числа  $n$  энергетические уровни располагаются теснее и при  $n \rightarrow \infty E_n \rightarrow 0$ .

Согласно квантовой механике, каждому энергетическому состоянию соответствует волновая функция, квадрат модуля  $|\psi|^2$  которой определяет плотность вероятности обнаружения электрона в окрестности данной точки пространства. Поскольку вероятность нахождения электрона в различных частях атома различна, то электрон при своем движении *как бы «размазан» по всему объему, образуя электронное облако* неравномерной плотности без четких границ. Поэтому вместо представления о классических электронных орбитах в квантовой механике вводится понятие *атомных орбиталей*.

Геометрическое представление атомной орбитали – область пространства, ограниченная поверхностью равной плотности вероятности или заряда. Плотность вероятности на граничной поверхности выбирают исходя из решаемой задачи, но, обычно, таким образом, чтобы вероятность нахождения электрона в ограниченной области лежала в диапазоне значений 0,9 – 0,99.

## 58. Квантовые числа и физические характеристики атома

Общее решение рассмотренного выше уравнения Шредингера в сферической системе координат записывается в виде

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = R_{n,l}(r) \Theta_{l,m_l}(\vartheta) \Phi_{m_l}(\varphi),$$



где  $R_{n,l}(r)$  – радиальная волновая функция, зависящая только от  $r$ ;  $\Theta_{l,m_l}(\vartheta)$  и  $\Phi_{m_l}(\varphi)$  – угловые функции, зависящие от  $\vartheta$  и  $\varphi$ . Каждая из этих функций характеризуется своим набором трех квантовых чисел: главного  $n$ , орбитального  $l$  и магнитного  $m_l$ .

**Главное квантовое число  $n$**  определяет энергетический уровень (полную энергию) электрона в атоме. Может принимать целые положительные значения  $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ . В атомной физике состояния электрона, соответствующие главному квантовому числу, принято обозначать буквами  $K, L, M, N, \dots$ .

Поскольку энергия электрона определяется кулоновским взаимодействием и, следовательно, расстоянием от ядра, то главное квантовое число задаёт и размер орбитали (электронного облака).

**Орбитальное квантовое число  $l$**  определяет орбитальный момент импульса электрона относительно ядра и характеризует форму орбитали. Согласно решению уравнения Шредингера, момент импульса квантуется по правилу

$$L_e = \hbar \sqrt{l(l+1)}.$$

При заданном числе  $n$  орбитальное квантовое число может принимать значения  $l = 1, 2, 3, \dots, n-1$ . Другими словами, для электрона с определенной энергией возможны различные состояния с разными орбитальными моментами импульса. Такие состояния называются *вырожденными*. Для обозначения этих состояний применяются буквенные символы:  $s, p, d, f, \dots$ . Электрон, находящийся в состоянии с  $l = 0$  называется  $s$ -электроном (соответствующее состояние –  $s$ -состоянием), с  $l = 1$  –  $p$ -электроном, с  $l = 2$  –  $d$ -электроном, с  $l = 3$  –  $f$ -электроном и далее по алфавиту.

Все  $s$ -состояния ( $1s, 2s, \dots, ns$ ) описываются сферически симметричной волновой функцией

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = \psi_0 e^{-r/\rho},$$

где  $\psi_0$  и  $\rho$  – константы, разные для  $1s, 2s$  и т. д. состояний. В этих состояниях электрон перемещается равновероятно в любом направлении в пределах сферы, в результате чего его среднее значение  $L_e = 0$ . Если вычислить наиболее вероятное местонахождение электрона от ядра в  $1s$ -состоянии, то получим значение, равное радиусу первой боровской орбиты  $r_B = 5,29 \cdot 10^{-11}$  м. Вероятность обнаружения электрона в любом  $ns$ -состоянии максимальна на расстоянии  $r_n = n^2 \cdot r_B$ . Во всех этих случаях атом водорода можно представить в виде сферически-симметричного электронного облака, в центре которого находится ядро.

При значениях  $l > 0$  сферическая симметрия электронного облака нарушается. Для  $p$ -состояний ( $L_e = \sqrt{2}\hbar$ ) орбиталь напоминает гимнастическую гантель, вытянутую вдоль одной из осей координат. Наибольшая плотность веро-

ятности будет расположена в двух симметричных точках на некотором расстоянии от ядра. Орбитали для состояний  $d$  и  $f$  имеют еще более сложную форму (рис. 53).

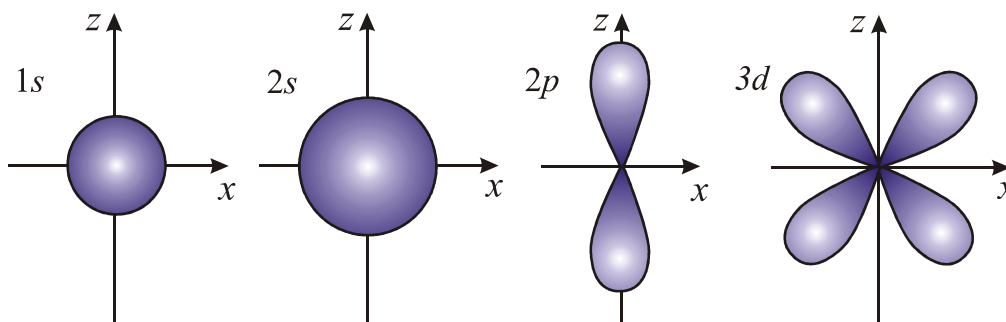


Рис. 53. Формы электронных облаков вокруг ядра

**Магнитное квантовое число**  $m_l$  определяет ориентацию орбитального момента импульса электрона в пространстве (*ориентацию электронного облака*) и, соответственно, задает его возможные проекции на заданное направление. Обычно за это направление принимают направление внешнего магнитного поля, в которое помещен атом. Из решения уравнения Шредингера следует, что *проекция вектора  $\vec{L}_e$  на направление внешнего магнитного поля (ось Z) может принимать только дискретные значения, кратные  $\hbar$* :

$$L_{ez} = \hbar m_l.$$

При заданном  $l$  магнитное квантовое число может принимать значения  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ . Таким образом, вектор момента импульса электрона в атоме может иметь в пространстве  $2l + 1$  возможных ориентаций (рис. 54).

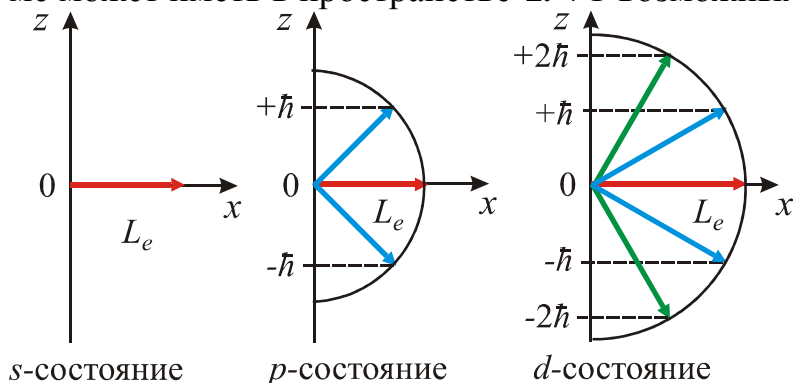


Рис. 54. Ориентации вектора момента импульса относительно направления внешнего магнитного поля

Тот факт, что в  $p$ -состоянии электрон атома имеет три ориентации вектора  $\vec{L}_e$ , означает, что энергетический уровень расщепляется в магнитном поле на три подуровня, а в  $d$ -состоянии — на пять. Действительно, расщепление энергетических уровней в магнитном поле было обнаружено в

1896 году П. Зеemanом и получило название *эффекта Зеемана*.

Квантовые числа позволяют более полно описать спектр испускания (поглощения) атома водорода. Испускание и поглощение света происходит при переходах электрона с одного уровня энергии на другой. В квантовой механике доказывается, что для орбитального и магнитного квантовых чисел имеются правила отбора, ограничивающие число возможных переходов:

$$\Delta l = \pm 1 \text{ и } \Delta m_l = 0, \pm 1.$$

Например, серии Лаймана соответствуют переходы  $np \rightarrow 1s$  ( $n = 2, 3, \dots$ ), а серии Бальмера – только переходы  $ns \rightarrow 2p$  и  $nd \rightarrow 2p$  ( $n = 3, 4, \dots$ ).

Правила обусловлены тем, что испускаемый (поглощаемый) фотон обладает собственным моментом импульса (спином) с  $s = 1$ . Поэтому при переходах должен выполняться закон сохранения полного момента импульса атома и его проекции на выбранное направление. Переход из одного состояния в другое (например,  $2p \rightarrow 1s$ ) надо представлять себе не как переход с одной круговой орбиты на другую, а как стягивание  $2p$ -орбитали в  $1s$ -орбиталь.

### 59. Магнетизм атома. Опыт Эйнштейна и Гааза

Из теории электромагнетизма мы знаем, что при круговом движении электрического заряда (круговой ток) всегда возникает магнитный момент. Если рассматривать движение одного электрона, то его векторы магнитного момента  $\vec{p}_m$  и орбитального момента импульса  $\vec{L}_e$  ориентированы перпендикулярно плоскости орбиты, противоположно направлены друг к другу (рис. 55) и связаны между собой соотношением

$$\vec{p}_m = -\gamma \vec{L}_e,$$

где  $\gamma = \frac{e}{2m_e}$  – орбитальное гиромангнитное отношение.

Такая же связь векторов сохраняется и в теории Бора. К аналогичному результату приводит и квантовая механика, с той лишь разницей, что магнитный момент электрона (как и механический момент импульса) квантуется по закону

$$p_m = \frac{e}{2m_e} L_e = \frac{e\hbar}{2m_e} \sqrt{l(l+1)} = \mu_B \sqrt{l(l+1)},$$

$$(l = 0, 1, 2, \dots, n-1),$$

где  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж}\cdot\text{Тл}^{-1}$  называется

магнетон Бора. Так как проекция орбитального момента  $\vec{L}_e$  на некоторое направление может принимать только дискретные значения, то это же самое относится и к магнитному моменту. Поэтому пространственное квантование орбитального магнитного момента электрона имеет вид

$$p_{mz} = \mu_B \cdot m_l, \quad (m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l).$$

Наличие связи между механическим и магнитным моментами неоднократно проверялось в разных экспериментах. Впервые магнитомеханический эффект был обнаружен экспериментально А. Эйнштейном и В. де Гаазом в

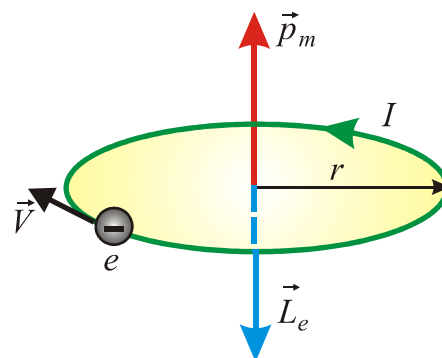


Рис. 55. Магнитный и орбитальный моменты электрона в атоме

1915 году. В их опытах образцы ферромагнитных веществ в виде небольших цилиндров подвешивались на тончайшей кварцевой нити внутри соленоида, по обмотке которого пропускаться переменный ток с частотой, равной частоте собственных крутильных колебаний цилиндрика. Исходно образец покоился, и полный момент импульса электронов был равен нулю. При пропускании тока через соленоид на образец действовало магнитное поле, под влиянием которого все электроны ориентировались так, чтобы их магнитные моменты были направлены по полю. Естественно, что при этом также ориентировались в определенном направлении и моменты импульсов электронов. Цилиндрик, намагничиваясь, приобретал некоторый суммарный момент импульса. Поскольку полный момент импульса в изолированных системах сохраняется, то по направлению возникающего механического момента, приводящего к вращению образца, было доказано, что намагничивание обусловлено движением электронов.

По результатам исследования вынужденных крутильных колебаний цилиндрика было установлено также, что отношение магнитного момента к механическому (гиромагнитное отношение) в два раза больше ожидаемого:  $\gamma_s = 2\gamma$ . Этот результат впоследствии привел к выводу, что электрон помимо орбитального момента  $\vec{L}_e$  и магнитного момента  $\vec{p}_m$  обладает еще и собственным моментом импульса (спином).

## 60. Спин электрона. Спиновое квантовое число

В 1922 году О. Штерн и В. Герлах поставили опыты, целью которых было измерение магнитных моментов  $p_m$  атомов различных химических элементов, образующих первую группу таблицы Менделеева. Такой выбор объектов для исследования не случаен. Щелочные металлы следуют за инертными газами (литий за гелием, натрий за неоном и т. д.), которые во внешнем магнитном поле проявляют диамагнитные свойства. Это свидетельствует о том, что суммарный магнитный момент атомов инертных газов равен нулю. Поэтому можно предположить, что магнитный момент атома щелочного металла равен магнитному моменту одного валентного электрона.

Идея опыта заключалась в измерении силы, действующей на движущийся атом в сильно неоднородном магнитном поле (неоднородность поля сравнима с размера атома). При этом ожидалось, что если магнитный момент атома может принимать строго определенные ориентации в магнитном поле, то под действием этой силы должно происходить расщепление пучка атомов. Так как сила напрямую зависит от  $p_{mz}$ , то пучок должен расщепиться на столько компонентов, сколько возможных проекций на ось  $Z$  имеет магнитный момент. Если магнитный момент заряженной частицы обусловлен орбитальным моментом  $\vec{L}_e$ , то пучок должен расщепиться на  $2l + 1$  компонентов (нечетное число).

На опыте обнаружилось, что пучки атомов серебра, водорода и лития отклонялись в магнитном поле двояким образом, соответствующим лишь двум

возможным ориентациям магнитного момента. Такая картина явно противоречила теории. Кроме того, единственный электрон атома водорода, находясь в основном  $s$ -состоянии ( $l = 0$ ) имеет момент импульса, а с ним и магнитный момент, равными нулю. Следовательно, магнитное поле не должно оказывать никакого влияния на движение атомов водорода, т. е. расщепления вообще не должно быть. Если бы даже в пучке были атомы в  $p$ -состоянии ( $l = 1$ ), то пучок должен был бы расщепиться на три компонента в соответствии с числом возможных значений магнитного квантового числа ( $m_l = 0, \pm 1$ ).

Кроме того, исследование спектров (поглощения и излучения) щелочных металлов (Na, K) и водорода при помощи приборов с большой разрешающей способностью показало, что каждая линия этих спектров является двойной, т. е. наблюдается дополнительное расщепление энергетических уровней (тонкая структура). Например, яркая желтая линия натрия состоит из двух линий с  $\lambda_1 = 588,9953$  нм и  $\lambda_2 = 589,5930$  нм. Позднее это явление было обнаружено и у других химических элементов.

Для объяснения перечисленных противоречий Гаудсмит и Уленбек в 1925 году выдвинули предположение, что электрон обладает собственным неуничтожимым моментом импульса  $L_s$ , не связанным с движением электрона в пространстве. Этот собственный момент был назван *спином*.

*Спин* – квантовая величина, характеризующая, наряду с массой и зарядом, внутреннее неотъемлемое свойство электрона. У него нет классического аналога. Можно, только очень грубо, представить его как момент импульса, возникающий при вращении электрона вокруг собственной оси. Кроме того, оказалось, что существование спина и его свойств является прямым следствием уравнения Дирака, которое заменяет уравнение Шредингера в релятивистской квантовой механике.

Согласно общим выводам квантовой механики, спин также квантуется по закону

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}.$$

где  $s$  – *спиновое квантовое число*, а вектор  $\vec{L}_s$  может принимать соответственно  $2s + 1$  ориентации в пространстве.

Если с помощью спина объяснять расщепление спектральных линий на два подуровня, то следует предположить, что  $2s + 1 = 2$ , откуда  $s = \frac{1}{2}$ . Следовательно, *собственный механический момент электрона имеет одно значение*  $L_s = \sqrt{3}\hbar/2$  и две проекции вектора  $\vec{L}_s$  на заданное направление внешнего магнитного поля (ось  $Z$ ):

$$L_{sz} = \hbar m_s, \quad (m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2}),$$

где  $m_s$  – *магнитное спиновое квантовое число*.

Спину электрона (по аналогии с орбитальным моментом импульса) соответствует собственный (спиновый) магнитный момент  $p_{ms}$ , численно равный

$$p_{ms} = -\gamma_s L_s,$$

где  $\gamma_s = 2\gamma = \frac{e}{m_e}$  – спиновое гиромагнитное отношение, проекции которого на направление внешнего магнитного поля (ось  $Z$ ) могут принимать два значения:

$$(p_{ms})_z = -\gamma_s L_{sz} = -\frac{e}{m_e} \hbar m_s = \pm \frac{e\hbar}{2m_e} = \pm \mu_B.$$

Это обстоятельство также нашло подтверждение в опыте Штерна и Герлаха.

Таким образом, результаты опытов Штерна и Герлаха приводят к выводу, что расщепление в магнитном поле пучка атомов первой группы периодической системы, заведомо находящихся в  $s$ -состоянии, на два компонента объясняется двумя возможными ориентациями спинового магнитного момента валентного электрона. Это хорошо согласуется с заключением о спине из спектроскопических данных. Кроме того, количественный анализ опыта показал, что проекция магнитного момента атома (электрона) на направление внешнего магнитного поля действительно численно равна магнетону Бора.

Таким образом, опытные данные привели к необходимости характеризовать электроны (и микрочастицы вообще) добавочной внутренней степенью свободы – спином. Поэтому для полного описания состояния электрона в атоме необходимо наряду с главным, орбитальным и магнитным квантовыми числами, задавать еще магнитное спиновое квантовое число.

## 61. Тождественность частиц.

В классической механике одинаковые частицы (скажем, электроны), несмотря на тождественность их физических свойств, можно пометить, пронумеровав, и в этом смысле считать частицы различимыми. В квантовой механике ситуация кардинально меняется. Понятие траектории теряет смысл, и, следовательно, при движении частицы перепутываются. Это означает, что нельзя сказать, какой из первоначально помеченных электронов попал в ту или иную точку. Можно лишь говорить о вероятности нахождения ( $|\psi|^2$ ) в данной области пространства одной из тождественных частиц.

Таким образом, в квантовой механике одинаковые частицы полностью теряют свою индивидуальность и становятся неразличимыми. Принцип неразличимости тождественных частиц не является просто следствием вероятностной интерпретации волновой функции, а вводится в квантовую механику как новый принцип, который является фундаментальным.

Принимая во внимание физический смысл величины  $|\psi|^2$ , принцип неразличимости тождественных частиц можно записать в виде

$$|\psi(\xi_1, \xi_2)|^2 = |\psi(\xi_2, \xi_1)|^2,$$

где  $\xi_1, \xi_2$  – совокупности пространственных и спиновых координат первой и второй частицы. В итоге возможны два случая

$$\psi(\xi_1, \xi_2) = +\psi(\xi_2, \xi_1) \text{ и } \psi(\xi_1, \xi_2) = -\psi(\xi_2, \xi_1),$$

т. е. волновая функция либо симметрична (не меняется при перестановке частиц), либо антисимметрична (при перестановке частиц меняет знак). Изменение знака волновой функции не означает изменения состояния, так как физический смысл имеет лишь квадрат модуля волновой функции. Независимость симметрии волновой функции от времени является доказательством того, что *свойство симметрии или антисимметрии – признак данного типа микрочастиц*.

Релятивистская квантовая механика устанавливает, что симметрия или антисимметрия волновых функций определяется спином частиц. Частицы с полуцелым спином (электроны, протоны, нейтроны) описываются антисимметричными волновыми функциями. Такие частицы называют *фермионами*, и говорят, что они подчиняются статистике Ферми-Дирака. Частицы с нулевым или целочисленным спином (например, фотоны) описываются симметричными волновыми функциями. Эти частицы называют *бозонами*, и говорят, что они подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна.

## 62. Понятие о квантовой статистике Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака

Состояние системы невзаимодействующих тождественных частиц можно характеризовать с помощью числа заполнения  $N_i$ , указывающее степень заполнения  $i$ -го квантового состояния частицами системы. Для систем частиц, образованных бозонами, числа заполнения могут принимать любые целые неотрицательные значения: 0, 1, 2, ... . Для систем, образованных фермионами, числа заполнения могут принимать лишь два значения: 0 – для свободных состояний и 1 – для занятых. Сумма всех чисел заполнения равна числу частиц системы. Квантовая статистика позволяет подсчитать среднее число частиц, находящихся в данном квантовом состоянии, т. е. определить средние числа заполнения  $\langle N_i \rangle$ .

Распределение частиц по энергетическим состояниям  $E_i$  в идеальном газе, состоящем из бозонов, описывается квантовой статистикой Бозе-Эйнштейна

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{\exp[(E_i - \mu)/kT] - 1}.$$

Это выражение называется распределением *Бозе-Эйнштейна*. Здесь  $\mu$  – *химический потенциал*. Это значит, что энергия отчитывается не от нуля, а от неко-

того уровня  $\mu < 0$ . Химический потенциал по своему определению является функцией числа частиц и температуры:  $\mu = \mu(N, T)$ . Он необходим для описания свойств систем с переменным числом частиц.

Фермионы подчиняются статистике Ферми-Дирака:

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{\exp[(E_i - \mu)/kT] + 1}.$$

Это распределение называется *распределением Ферми-Дирака*. Здесь  $\mu > 0$ , и энергия отчитывается от уровня  $\mu$ , называемого уровнем Ферми.

При высоких температурах, когда  $e^{(E_i - \mu)/kT} \gg 1$ , оба распределения Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака переходят в классическое распределение Максвелла-Больцмана

$$\langle N_i \rangle = A e^{-E_i/kT},$$

где  $A = e^{\mu/kT}$ . Таким образом, при малых числах заполнения ( $A \ll 1$ ), оба квантовых газа ведут себя подобно классическому газу.

### 63. Принцип Паули. Электронные оболочки

Зависимость симметрии волновых функций системы тождественных частиц от спина частиц теоретически было обосновано швейцарским физиком Паули, что явилось еще одним доказательством того, что спины являются фундаментальной характеристикой микрочастиц. Обобщая опытные данные, В. Паули сформировал *принцип исключения*, согласно которому *системы фермионов встречаются в природе только в состояниях, описываемых антисимметричными волновыми функциями* (квантово-механическая формулировка принципа Паули).

Из этого положения вытекает *принцип запрета Паули*: любые два фермиона не могут одновременно находиться в состоянии, описываемом одинаковым набором четырех квантовых чисел: главного  $n$ , орбитального  $l$ , магнитного  $m_l$  и магнитного спинового  $m_s$ .

Применительно к распределению электронов в атоме по состояниям этот принцип в простейшем виде может быть сформулирован так: *два электрона, находящиеся в одном и том же атоме, различаются значениями, по крайней мере, одного квантового числа*.

С учетом определений квантовых чисел и наличия спина электрона можно подсчитать, что максимальное число электронов, находящихся в состояниях

с одним и тем же значением  $n$ , будет равно:  $Z(n) = 2 \sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = 2n^2$ . Такая со-



вокупность электронов в многоэлектронном атоме называют *электронной оболочкой*.

В каждой электронной оболочке электроны распределяются по *подоболочкам*, соответствующих определенному значению  $l$ . Максимальное число электронов в подоболочке равно:  $Z(n, l) = 2(2l + 1)$ . Поскольку  $l$  принимает значения от 0 до  $n - 1$ , то число подоболочек в определенной оболочке равно порядковому номеру этой оболочки.

Обозначения оболочек, а также распределение электронов по оболочкам и подоболочкам представлены в табл. 1.

Таблица 1

### Конфигурация электронных оболочек

Главное квантовое число	1	2		3			4			
Символ оболочки	<i>K</i>	<i>L</i>		<i>M</i>			<i>N</i>			
Максимальное число электронов в оболочке $2n^2$	2	8		18			32			
Орбитальное квантовое число	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3
Символ подоболочки	<i>1s</i>	<i>2s</i>	<i>2p</i>	<i>3s</i>	<i>3p</i>	<i>3d</i>	<i>4s</i>	<i>4p</i>	<i>4d</i>	<i>4f</i>
Максимальное число электронов в подоболочке $2(2l + 1)$	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14

## 64. Периодическая система элементов Менделеева

Теория периодической системы химических элементов основывается на следующих положениях:

а) порядковый номер химического элемента равен общему числу электронов в атоме данного элемента;

б) заполнение электронами энергетических уровней в атоме происходит в соответствии с принципом Паули;

в) с возрастанием числа электронов каждый следующий электрон занимает состояние с наименьшей энергией.

Рассмотрим кратко последовательность заполнения электронами состояний в атомах некоторых химических элементов, находящихся в основном состоянии.

Единственный электрон атома водорода (H) находится в состоянии  $1s$  и имеет ориентацию спина, условно обозначаемую как вниз ( $m_s = -1/2$ ) или вверх ( $m_s = +1/2$ ). Электронная конфигурация атома:  $1s^1$ . Оба электрона атома гелия (He) также находятся в состоянии  $1s$ , но имеют при этом антипараллельную ориентацию спинов. Его электронная конфигурация:  $1s^2$ . На атоме гелия заканчивается заполнение *K*-оболочки, что соответствует завершению 1-го периода таблицы Менделеева.

Следующий по порядку атом лития (Li) содержит три электрона. Третий электрон уже не может разместиться в целиком заполненной *K*-оболочке и занимает наименьшее свободное энергетическое состояние с  $n = 2$  (*L*-оболочка), т. е.  $2s$ -состояние. Так как он слабее других электронов связан с ядром атома, то именно им определяются оптические и химические свойства лития – его принадлежность к щелочным металлам. Четвертый электрон бериллия (Be) занимает также  $2s$ -состояние, а вот пятый электрон бора (B) должен уже занять энергетически более высокое –  $2p$ -состояние. Его электронная конфигурация имеет вид:  $1s^2 2s^2 2p^1$ . У следующих элементов: углерода (C), азота (N) и т. д., заканчивая неона (Ne), идет заполнение  $2p$ -состояния. В результате *L*-оболочка целиком застраивается, и на этом элементе (электронная конфигурация неона:  $1s^2 2s^2 2p^6$ ) завершается 2-й период таблицы Менделеева.

He, Ne и другие атомы, имеющие полностью заполненные электронами  $np$ -состояния, образуют устойчивые системы. Они характеризуются отсутствием химической активности и поэтому называются *инертными газами*.

В третьем периоде начинается заполнение *M*-оболочки. Одиннадцатый электрон первого элемента данного периода натрия (Na) занимает наименьшее свободное  $3s$ -состояние.  $3s$ -электрон является единственным валентным электроном, поэтому оптические и химические свойства натрия подобны свойствам лития. У следующих за натрием элементов, вплоть до аргона (Ar), идет последовательная застройка *M*-оболочки.

Впервые нарушение обычной последовательности заполнения уровней происходит у калия (K). Его девятнадцатый электрон должен был бы занять  $3d$ -состояние в *M*-оболочке. Но оказалось, что уровень  $4s$  расположен ниже, чем уровень энергии, соответствующий состоянию  $3d$ , и поэтому он заполняется раньше. Только начиная со скандия (Sc) и кончая цинком (Zn), происходит заполнение  $3d$ -состояний. У всех атомов этих элементов внешняя оболочка одинакова, в ней два  $4s$ -электрона (например, электронная конфигурация титана:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^2 4s^2$ ). Затем, начиная с галлия (Ga), заполняются  $4p$ -состояния. Такие «сбои» происходят и далее. При этом периодически повторяются сходные конфигурации внешних (валентных) электронов, чем обуславливается повторяемость химических и оптических свойств атомов.

Интересно, что с увеличением числа электронов в оболочках атома почти не увеличиваются его размеры. Это происходит потому, что, чем больше у атома электронов и, следовательно, больше положительный заряд ядра, тем сильнее электронные орбитали стягиваются к ядру.

Таким образом, только квантовое описание строения атомов может объяснить сходство и различие химических и физических свойств элементов, предсказать ход химических реакций и объяснить строение любого вещества.

## 65. Рентгеновские спектры

Как известно, при торможении электронов на аноде возникает рентгеновское излучение. Причем при достаточно большой энергии электронов на фоне сплошного спектра появляются отдельные резкие линии. Линейчатый спектр определяется только материалом анода, поэтому данное излучение называется *характеристическим излучением*.

Возбуждение характеристических рентгеновских спектров обязано процессам, происходящим во внутренних, застроенных оболочках атомов. Механизм их возникновения схематично представлен на рис. 56 и заключается в следующем.

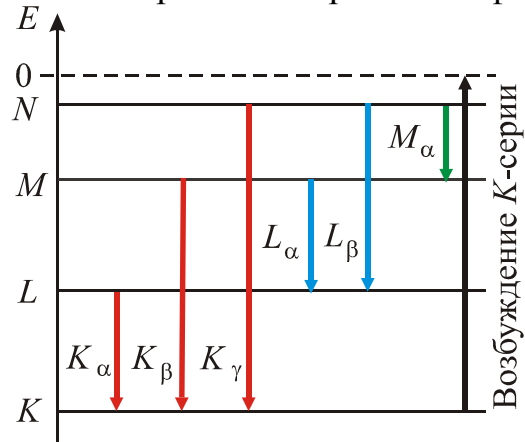


Рис. 56. Схема образования рентгеновского спектра

Под действием внешнего высокоскоростного электрона или высокоэнергетического рентгеновского фотона выбивается один из внутренних  $K$ -электронов атома анода. Нейтральный атом превращается в неустойчивый ион: его уровень с низкой энергией электрона свободен, а все уровни с более высокой энергией заняты. Поэтому на его место может перейти электрон с любых из более удаленных от ядра оболочек  $L, M, N, \dots$ . Такие переходы сопровождаются испусканием квантов рентгеновского диапазона частот и, соответственно, возникновением спектральных линий  $K$ -серии, обозначаемых в порядке возрастания частоты излучения индексами  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  ( $K_\alpha, K_\beta, K_\gamma, \dots$ ). Так как вероятность переходов электронов с  $L$ -оболочки на  $K$ -оболочку больше, чем с более удаленных оболочек  $M$  и  $N$ , то интенсивность линий с увеличением частоты убывает.

$K$ -серия обязательно сопровождается другими сериями, поскольку при испускании ее линий появляются вакансии в оболочках  $L, M, N, \dots$ , которые будут заполняться электронами, находящимися на более высоких уровнях. Возникновение дальнейших серий (наблюдаются только для тяжелых элементов)  $L_\alpha, L_\beta, L_\gamma, \dots; M_\alpha, M_\beta, M_\gamma, \dots$  объясняется аналогичным образом.

Исследуя рентгеновские спектры химических элементов, Г. Мозли установил следующий закон:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $\lambda$  – длина волны характеристического рентгеновского излучения;  $R$  – постоянная Ридберга;  $Z$  – атомный номер данного элемента;  $m = 1, 2, 3, \dots$  (определяет рентгеновскую серию);  $n = m + 1, \dots$  (определяет линию соответствующей серии);  $\sigma$  – постоянная экранирования, которая в пределах каждой серии имеет одинаковое значение для всех элементов (например, для  $K$ -серии  $\sigma = 1$ , для  $L$ -серии  $\sigma = 7,5$  и т. д.).

Формула закона Мозли похожа на формулу Бальмера, что указывает на

однотипность рассматриваемых процессов. Единственное отличие – появление *постоянной экранирования*. Её смысл, с точки зрения теории Бора, можно объяснить тем, что на электрон, совершающий переход, действует не весь заряд ядра  $Ze$ , а заряд  $(Z - \sigma)e$ , ослабленный экранирующим действием других электронов. Кроме того, наличие в формуле параметра  $Z$  позволяет установить название химического элемента, создающего данный рентгеновский спектр.

Отметим также, что линии характеристического рентгеновского излучения, как и линии оптического диапазона, могут иметь тонкую структуру, т. е. энергетические уровни (а они, как известно, определяются главным квантовым числом) тоже расщепляются согласно значениям орбитального и магнитного квантовых чисел.

## 66. Спонтанное и вынужденное излучение. Лазеры

В основе действия квантовых генераторов лежит вынужденное испускание фотонов атомами. Чтобы понять принцип работы лазера, нужно более внимательно изучить квантовые переходы электронов в атомах при поглощении и излучении квантов света.

Пусть имеется квантовая система, состоящая из атомов, которые могут находиться в двух различных энергетических состояниях с энергиями  $E_1$  и  $E_2$ . Уровень с энергией  $E_1$  называют основным (нормальным), а уровень с энергией  $E_2$  – возбужденным ( $E_2 > E_1$ ).

Переход атома в более высокое энергетическое состояние происходит либо в результате взаимодействия с другими атомами или столкновений с электронами, либо при резонансном (вынужденном) поглощении фотона, энергия которого равна  $\Delta E = E_2 - E_1$ .

Возбужденный атом может пребывать в этом состоянии лишь очень короткое время, порядка  $10^{-8}$  с, и затем спонтанно переходит в основное состояние, испуская квант света с частотой  $\nu = (E_2 - E_1)/h$ .

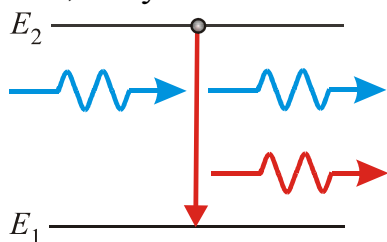


Рис. 57. Вынужденное излучение

В 1916 году Эйнштейн обратил внимание на то, что этот переход электрона в атоме может происходить не только спонтанно, но и под влиянием внешнего излучения, частота которого равна собственной частоте перехода. Поскольку энергия для перехода вниз не расходуется, то вынуждающее излучение не поглощается, а проходит дальше.

Возникающее при этом *вынужденное* (рис. 57) (*индуцированное*) излучение имеет ту же частоту, фазу, поляризацию и в точности совпадает с направлением распространения вынуждающего излучения. Следовательно, при прохождении через возбужденную среду свет усиливается – из среды выходят два когерентных фотона при взаимодействии с одним атомом.

Оба фотона (вторичный и первичный), двигаясь в направлении первичного фотона и встречая на своем пути другие возбужденные атомы, стимулируют дальнейшие индуцированные переходы, в результате чего должна возникнуть лавина фотонов. Однако, наряду с вынужденным излучением, идет и *конкурирующий процесс* – поглощение фотонов невозбужденными атомами вещества. В рассматриваемой двухуровневой системе при определенной температуре число возбужденных атомов  $N_2 = N_0 e^{-\frac{E_2}{kT}}$  меньше числа невозбужденных –  $N_1 = N_0 e^{-\frac{E_1}{kT}}$ . Поэтому поглощение света здесь преобладает над усилением.

Чтобы среда усиливала падающий на неё свет, необходимо получить инверсную заселенность уровней, т. е. создать условия, чтобы  $N_2 > N_1$ . Процесс перевода системы в инверсное состояние называют *накачкой*.

Способ создания инверсной заселенности был предложен Н. Г. Басовым и А. М. Прохоровым (1955) по так называемой трехуровневой схеме (рис. 58). Кратко суть способа такова. За счет энергии накачки атомы активной среды переходят с нижнего уровня  $E_1$  на уровни широкой полосы  $E_3$  (чем шире полоса, тем эффективнее накачка), где время их жизни составляет примерно  $10^{-8}$  с. Из состояния  $E_3$  атомы возвращают либо в состояние  $E_1$  (данные спонтанные переходы незначительны), либо переходят в состояние  $E_2$  (безызлучательные переходы). При безызлучательном переходе избыток энергии передается непосредственно активной среде, в результате чего она нагревается. Переход  $E_2 \rightarrow E_1$  запрещен правилами отбора, поэтому атомы задерживаются на нём значительно дольше, чем на других возбужденных уровнях ( $\sim 10^{-3}$  с). Такие уровни называются *метастабильными*. При мощной накачке в состоянии  $E_2$  накапливается больше атомов, чем в состоянии  $E_1$ , т. е. создается инверсная заселенность уровней, необходимая для генерации лазерного излучения.

Состояния с инверсией населенности являются неустойчивыми и по истечению времени жизни на метастабильном уровне происходят самопроизвольные (спонтанные) переходы электронов с уровня  $E_2$  на уровень  $E_1$ , сопровождающиеся излучением фотонов с энергией  $h\nu = E_2 - E_1$ . Первоначально эти фотоны распространяются равновероятно в различных направлениях.

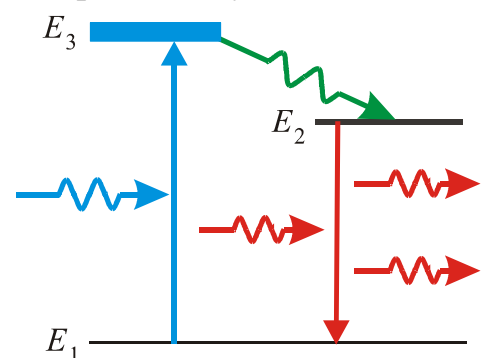


Рис. 58. Схема лазерной накачки

Для выделения направления лазерной генерации используется принципиально важный элемент лазера – *оптический резонатор*. В простейшем случае он представляет собой пару обращенных друг к другу параллельных зеркал на общей оптической оси, между которыми помещается активная среда (кристалл или кювета с газом). Как правило, зеркала изготавливаются так, что от одного из них излучение полностью отражается, а

второе – полупрозрачно. Расстояние между зеркалами подбирается таким, чтобы в резонаторе могла возникнуть стоячая электромагнитная волна с частотой  $\nu$ . Возникшая стоячая волна будет определять процессы вынужденного излучения, вовлекая в этот процесс большую часть возбужденных атомов.

Фотоны, движущиеся под углами к оси кристалла или кюветы, выходят из активной среды через ее боковую поверхность. Те же из фотонов, которые движутся вдоль оси резонатора, многократно отразятся от противоположных торцов, каждый раз вызывая вынужденное испускание вторичных фотонов. Так как фотоны, возникшие при вынужденном излучении, движутся в том же направлении, что и первичные, то поток фотонов, параллельный оси кристалла или кюветы, лавинообразно нарастает. Многократно усиленный поток фотонов выходит через полупрозрачное зеркало, создавая строго направленный световой пучок огромной яркости. Это излучение, как уже отмечалось, обладает высокой когерентностью и имеет почти плоскую волновую поверхность, из-за чего обладает малой расходимостью.

В трехуровневой энергетической схеме спектр частот накачки больше чем частота генерации лазера. Благодаря этому обеспечивается оптическая развязка канала накачки и канала излучения: процесс накачки не создает помех на частоте излучения  $\nu$ , так как не перекрывает её.

Накачка лазеров может быть самой разнообразной не только с помощью света. По характеру зависимости накачки от времени она может быть непрерывной и импульсной. Если накачка осуществляется импульсами, то и излучение лазера импульсное. При непрерывной накачке, при выполнении условия генерации, излучение лазера непрерывно (при непрерывной накачке возможен также и импульсный режим излучения).

### Контрольные вопросы

- На каких опытных данных строилась модель атома?
- Сформулируйте постулаты Бора.
- Что характеризуют квантовые числа: главное, орбитальное и магнитное? Какие значения они могут принимать?
- Каков квантово-механический смысл первого боровского радиуса?
- Каковы правила квантования собственного механического моментов импульса электрона и его проекций на направление внешнего магнитного поля?
- В чем суть принципа неразличимости тождественных частиц?
- Какие частицы являются бозонами, а какие – фермионами?
- Какие квантовые числа имеет внешний (валентный) электрон в основном состоянии атома натрия?
- Запишите электронную конфигурацию для атома никеля.
- Почему тормозное рентгеновское излучение имеет сплошной спектр, а характеристическое – линейчатый?

- Почему *K*-серия рентгеновского излучения в случае тяжелых элементов сопровождается появлением других серий?
- Что можно сказать о фазе, поляризации и направлении испускаемых электромагнитных волн в случае спонтанного излучения и в случае вынужденного излучения?
- Как осуществляются состояния с инверсией наследственности?
- Почему одним из обязательных компонентов лазера является оптический резонатор?

## ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

### 67. Кристаллические тела

*Твердыми телами* называются тела, которые обладают постоянством формы и объема. Различают кристаллические и аморфные твердые тела. Подавляющее большинство твердых тел в природе имеет кристаллическое строение (например, почти все минералы, металлы).

Рассмотрим отличительные особенности кристаллического состояния.

1. Самой характерной чертой кристаллических веществ является свойство *анизотропии*. Она заключается в зависимости ряда физических свойств (например, механических, тепловых, электрических, оптических) от направления.

Тела, свойства которых одинаковы по всем направлениям, называются *изотропными*. Существует большая группа веществ, которые аморфными не являются, но обладают свойством изотропии. Это поликристаллические вещества. К ним относятся все металлы. Поликристалл состоит из плотно расположенных кристалликов. Изотропия объясняется беспорядком в расположении этих кристалликов.

Большие одиночные кристаллы, которые получают из расплава или раствора, называются *монокристаллами*.

2. Кристаллические тела имеют правильную геометрическую форму.

Кристаллическое состояние – это предмет изучения современной физики. В основе теории твердого тела лежит модель бесконечного совершенного монокристалла. Закономерное расположение частиц в кристалле соблюдается на сотнях тысяч или миллионах межчастичных расстояний. Поэтому говорят о существовании в кристаллах «*дальнего порядка*» расположения частиц в отличие от ближнего порядка в жидкостях и аморфных телах.

Идеальный монокристалл можно представить себе как периодическую структуру, называемую *кристаллической решеткой*. Вследствие правильного расположения атомов кристалл обладает свойствами симметрии. *Симметрия кристаллической решетки* – ее свойство совмещаться с собой при некоторых пространственных перемещениях, например параллельных переносах, поворотах, отражениях или их комбинациях и т. д. С геометрической точки зрения такую структуру можно получить с помощью операции параллельного переноса, которая называется *трансляцией*. Она описывается вектором

$$\vec{T} = n_1\vec{a} + n_2\vec{b} + n_3\vec{c}, \quad (n_1, n_2, n_3 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Всякая пространственная решетка может быть составлена повторением в трех различных направлениях одного и того же структурного элемента – *элементарной ячейки*.

Элементарная кристаллическая ячейка представляет собой параллелепипед, построенный на ребрах  $a$ ,  $b$ ,  $c$  с углами  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  между ребрами. Величины  $a$ ,  $b$ ,  $c$  называются *периодами или постоянными решетки*.

Наименьшее количество атомов, приходящихся на одну элементарную ячейку решетки, называется *базисом* решетки. Расчет базиса рассмотрим на примере гранцентрированной кубической решетки (ГЦК). Каждый атом в вершине куба принадлежит одновременно 8-ми сопряженным элементарным ячейкам. Следовательно, на данную ячейку приходится только 1/8 часть массы атома. В плоскостях каждый атом принадлежит одновременно двум элементарным ячейкам. Отсюда базис ГЦК решетки равен:  $n = \frac{1}{8} \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 6 = 4$ .

## 68. Физические типы кристаллов

В зависимости от рода частиц, расположенных в узлах кристаллической решетки, и характера сил притяжения между ними кристаллы разделяются на четыре типа: ионные, атомные, молекулярные, металлические. Природа сил отталкивания является общей для всех типов кристаллов и обусловлена главным образом принципом Паули. Принцип запрета Паули утверждает, что одинаковые волновые функции различных атомов не могут локализоваться в одной области пространства. Если атомы сближаются настолько, что имеет место перекрытие волновых функций, то часть электронов должна занять новые состояния с большей энергией, что эквивалентно действию силы отталкивания.

1. *Ионные* кристаллы образуются в результате действия сил, обусловленных электростатическим (кулоновским) притяжением ионов чередующихся знаков. В наиболее чистом виде такие связи реализуются в щелочно-галогидных соединениях. Примерами ионных кристаллов являются NaCl, CsCl, MgO, CaO.

2. *Атомные* кристаллы обусловлены существованием между атомами *ковалентной (гомеополярной) связи*. Эта связь имеет квантово-механическое происхождение и реализуется, например, в кристаллах кремния и германия, где она образована четырьмя парами валентных электронов с противоположными спинами. Этими обобществленными парами образуется четыре электронных облака, что приводит как бы к стягиванию ядер.

Энергию связи, возникающую в результате попарного обобществления электронов, часто называют обменной энергией, а саму связь – обменной связью.

3. *Молекулярные* кристаллы образуются при очень низких температурах и обусловлены силами Ван-дер-Ваальса, т. е. незначительным смещением элек-



тронов в электронных оболочках атомов. Примеры молекулярных кристаллов – кристаллы инертных газов (Ne, Ar, Kr, Xe), лед, сухой лед  $\text{CO}_2$ , а также газы  $\text{O}_2$ ,  $\text{N}_2$  в твердом состоянии. Ван-дер-Ваальсовы силы довольно слабые, поэтому молекулярные кристаллы легко деформируются и разрушаются.

4. Металлические кристаллы по виду связи похожи на атомные кристаллы, но здесь связь создается не просто обобществленными электронами, а коллективизированными (свободными) электронами. Согласно гипотезе Друде в узлах кристаллической решетки расположены положительные ионы металла, потерявшие 2 или 3 электрона. Эти электроны находятся в движении и образуют своего рода идеальный газ электронов, который удерживается в электростатическом поле, создаваемом решеткой положительно заряженных ионов металлов. Это так называемые *электроны проводимости*. Они обуславливают электропроводность металлов.

Кроме вышеуказанных типов связей между частицами в кристаллах возможны смешанные связи. Различные комбинации взаимодействий создают многообразие в строении кристаллов.

## 69. Энергетические зоны для электронов в кристаллах

В отсутствие внешних полей (электрического или магнитного) значение энергии квантового состояния изолированного атома определяется квантовыми числами  $n$  и  $l$ . Квантовые состояния электрона, соответствующие числам  $m_l$  и  $m_s$ , имеют одинаковую энергию и являются вырожденными. При сближении атомов до расстояний, на которых они располагаются в твердом теле, взаимодействие между атомами достигнет значительной величины, и электроны каждого атома окажутся в электрическом поле не только своего ядра, но и во внешнем поле соседних ядер. Известно, что электрическое поле снимает вырождение состояний электронов по квантовому числу  $m_l$  (эффект Штарка). Квантовые состояния, связанные с ориентацией спина, от электрического поля практически не зависят. Поэтому снятие вырождения с энергетических состояний приводит к расщеплению уровней энергии электронов и образованию энергетической зоны, состоящей из дискретных подуровней, на каждом из которых может находиться по два электрона с противоположными спинами. Образовавшиеся зоны разрешенных энергий отделяются друг от друга зонами запрещенных энергий (запрещенными зонами).

Теория показывает, что в кристалле, состоящем из  $N$  атомов, каждый из уровней изолированного атома расщепляется на  $N$  подуровней. Так как величина расщепления (ширина зоны)  $\Delta E_i$  отдельно взятого уровня от числа атомов не зависит и определяется только расстоянием между атомами, то с ростом числа атомов расстояние между соседними подуровнями в энергетической зоне уменьшается. Оценки показывают, что разность энергий между соседними подуровнями для одного моля кристаллического вещества составляет величину

порядка  $\delta E \approx \frac{\Delta E_i}{N_A} \sim 10^{-23}$  эВ. Это очень малая величина даже по сравнению с тепловой энергией  $kT$ , которая при температуре  $T=1\text{K}$  равна примерно  $10^{-4}$  эВ. Поэтому можно считать, что в такой системе очень близко расположенных подуровней энергия меняется почти непрерывно (квазинепрерывно).

На рис. 59 показано расщепление уровней в зависимости от расстояния  $r$  между атомами. Из него видно, что заметно расщепляются и расширяются лишь уровни внешних валентных электронов, наиболее слабо связанных с ядром и имеющих наибольшую энергию  $E$ , а также более высокие уровни, которые в основном состоянии атома вообще электронами не заняты. Уровни же внутренних электронов либо совсем не расщепляются, либо расщепляются слабо. Таким образом, в твердых телах внутренние электроны ведут себя так же, как в изолированных атомах, валентные же электроны «коллективизированы» и принадлежат всему твердому телу.

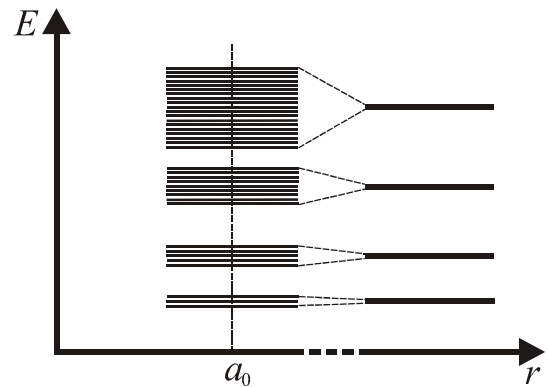


Рис. 59. Расщепление уровней при сближении атомов

Заполнение энергетических зон электронами различно. Зоны, образованные из энергетических уровней внутренних электронов атомов, заполнены полностью. На физические свойства твердых тел эти зоны не оказывают заметного влияния. На схемах энергетических зон (энергетических диаграммах) они обычно не изображаются. Энергетическая зона, образованная из энергетических уровней внешних валентных электронов атомов, находящихся в основном состоянии, называется *валентной зоной*. Выше валентной зоны в энергетическом спектре электронов располагаются зоны, образованные из пустых энергетических уровней атомов (*зоны проводимости*). Так как электрические свойства твердых тел зависят от заполнения валентной зоны и переходов электронов между валентной зоной и первой пустой, то именно они изображаются на энергетических диаграммах при обсуждении физических свойств твердого тела.

## 70. Диэлектрики, металлы и полупроводники

Рассмотренная выше простейшая зонная теория позволяет легко объяснить многообразие электрических свойств твердых тел.

Согласно этой теории *диэлектрики* – это такие вещества, у которых при  $T=0\text{K}$ :

а) валентная зона полностью заполнена;

б) энергетическая щель между валентной зоной (на рис. 60 обозначено – ВЗ) и лежащей над ней пустой зоной проводимости (свободной зоной, на рис. 60 обозначено – СЗ) велика:  $\Delta E = 3 \div 10$  эВ (рис. 60, в). В этих веществах проводимость по незаполненной зоне отсутствует: в этой зоне практически нет

электронов – носителей тока. Не может осуществляться и проводимость в валентной зоне, хотя она и заполнена электронами. Ведь если электрон начинает двигаться под действием внешнего электрического поля, т. е. начинает переносить ток, то должна измениться его полная энергия вследствие появления у электрона кинетической энергии. Изменение полной энергии электрона на зонной диаграмме выглядит как переход электрона на более высокий энергетический уровень. Но все уровни в валентной зоне уже заняты, и такой переход привел бы к нарушению принципа Паули (на каком-то уровне оказалось бы не 2, а 3 электрона).

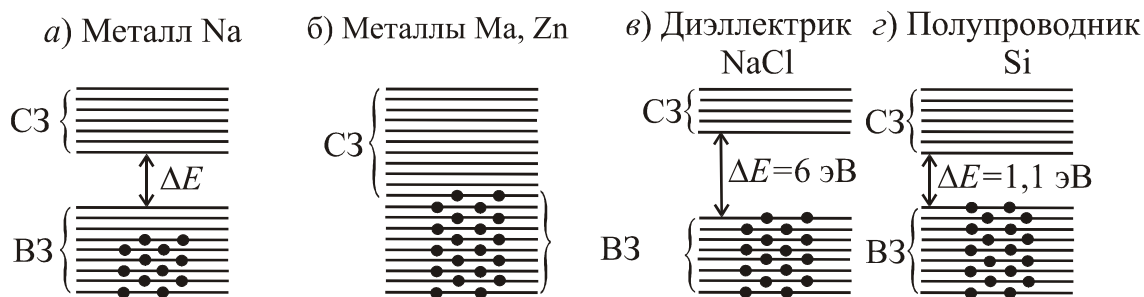


Рис. 60. Зонная структура твердых тел

Проводимость за счет межзонных переходов также отсутствует (или пренебрежимо мала), так как ни тепловое движение, ни электрическое поле не в состоянии сообщить энергию, достаточную для «заброса» электрона из валентной зоны в зону проводимости. В самом деле, пусть к кристаллическому образцу длиной  $l = 1$  см, находящемуся при  $T = 300\text{ K}$ , приложено напряжение  $U = 100$  кВ. Тогда на длине свободного пробега  $a = 3 \cdot 10^{-10}$  м (параметр кристаллической решетки) напряжение будет равно:  $U_a = \frac{U}{l} a = 3 \cdot 10^{-3}$  В и электрон приобретет энергию  $E = eU_a = 3 \cdot 10^{-3}$  эВ. Энергия теплового движения при этом составит  $W = kT \sim 0,03$  эВ, которая также меньше ширины запрещенной зоны. Именно этим объясняется то, что у диэлектриков удельное сопротивление очень велико:  $10^8 \leq \rho \leq 10^{17}$  Ом·м.

Отличительной чертой зонной структуры *проводников (металлов)* является наличие полупустой или не полностью заполненной зоны.

Первый случай наблюдается у щелочных металлов, атомы которых на валентном уровне имеют не два, а один электрон. Поэтому когда этот уровень расщепляется в зону, она оказывается полупустой (рис. 60, а).

Второй случай реализуется, например, у щелочноземельных металлов (II группа таблицы Менделеева). У атомов этих элементов все электронные оболочки, в том числе и внешняя, полностью укомплектованы. Поэтому на первый взгляд кристаллы таких элементов не должны проводить ток или, по крайней мере, должны проводить его плохо. Однако опыт показывает, что эти металлы являются хорошими проводниками. Это происходит потому, что при сближении атомов этих металлов пустые уровни, расположенные выше валентных, расщепляются так сильно, что образующаяся широкая пустая зона пере-

крывается с валентной зоной, образуя *гибридную зону*, заполненную лишь частично (рис. 60, б). Подобная ситуация возникает во многих так называемых переходных металлах (железо, титан, платина). У металлов удельное сопротивление может принимать следующие значения:  $10^{-8} \leq \rho \leq 10^{-5}$  Ом·м.

Зонная структура *полупроводников* очень похожа на зонную структуру диэлектриков (рис. 60, г). Но в отличие от диэлектриков ширина запрещенной зоны полупроводников намного меньше и составляет всего  $\Delta E = 0,01 \div 3$  эВ. При  $T = 0K$  полупроводники являются диэлектриками. С повышением температуры энергии теплового движения (при комнатной температуре  $kT \sim 0,03$  эВ) оказывается достаточно для того, чтобы перевести часть электронов в свободную зону. В результате такой кристалл становится способным проводить электрический ток. При обычных температурах удельное сопротивление полупроводников лежит в пределах:  $10^{-6} \leq \rho \leq 10^8$  Ом·м.

## 71. Оптические свойства твердых тел

Объяснение прозрачности твердых тел можно дать на основе квантовой зонной теории. Действительно, в металле электрон с верхнего заполненного уровня может подниматься по оси энергий на любую (не слишком большую) высоту. Это означает, что при освещении квантами любой энергии они будут поглощаться. Поэтому металл непрозрачен.

Иная ситуация имеет место в диэлектриках. Кванты с энергией, меньшей ширины запрещенной зоны, не могут быть поглощены, так как это означало бы переход электрона на какой-нибудь уровень в запрещенной зоне, которых в чистом диэлектрике нет. Поэтому такие кванты пройдут через диэлектрик без поглощения. Если же энергия кванта достигнет ширины запрещенной зоны, то электрон может быть «заброшен» на любой подуровень в зону проводимости, так что для  $h\nu > \Delta E_{\text{зап}}$  диэлектрик становится непрозрачным. Отсюда получаем, что кремний (полупроводник) прозрачен для света в инфракрасном диапазоне ( $\lambda > 1,1$  мкм), кристаллы поваренной соли (диэлектрик) прозрачны в видимом диапазоне ( $\lambda > 0,2$  мкм).

Кроме того, при поглощении фотона в полупроводниках и диэлектриках возникает явление *внутреннего фотоэффекта*, связанное с появлением *собственной фотопроводимости*. При этом электрон только освобождается, но не покидает пределы кристалла в отличие от внешнего фотоэффекта, когда электрон вырывается наружу (наблюдается в металлах). Естественно, для внутреннего фотоэффекта нужна меньшая энергия кванта, чем для внешнего, и поэтому красная граница сдвинута в область больших длин волн.

Измеряя *красную границу внутреннего фотоэффекта*, можно найти ширину запрещенной зоны полупроводника или диэлектрика по формуле

$$\Delta E_{\text{зап}} = h\nu_{\text{кр}} = h \frac{c}{\lambda_{\text{кр}}}.$$

Стекло можно окрасить, если ввести примесь. Тогда в запрещенной зоне появляются локальные уровни и становится возможным переход электронов на них. В результате стекло может избирательно поглощать какие-то длины волн и проходящий свет будет окрашенным.

## 72. Электронный газ в металле

Электрические, магнитные, оптические, тепловые и другие свойства кристаллов зависят от энергетического состояния валентных электронов, которые в металлах являются свободными. Эти электроны в металле можно рассматривать как идеальный газ, подчиняющийся распределению Ферми-Дирака.

При  $T \rightarrow 0$  распределение электронов по состояниям с энергией  $E_i$  (энергетическим уровням зоны) ведет себя как ступенчатая функция

$$f(E) = \langle N_i \rangle = \lim_{T \rightarrow 0} (\exp[(E_i - \mu)/kT] + 1)^{-1} = \begin{cases} 1 & \text{при } E_i < \mu_0 \\ 0 & \text{при } E_i > \mu_0 \end{cases},$$

где  $\mu_0$  – предельное значение химического потенциала при  $T \rightarrow 0$ . Физический смысл этого распределения очевиден. По принципу Паули каждое состояние может быть занято только одним электроном. Поэтому все уровни валентной зоны до уровня  $\mu_0$  при  $T = 0$  являются занятыми, а вышележащие уровни свободны. Минимальная энергия будет у электронов, находящихся у дна зоны. Следовательно,  $\mu_0$  есть не что иное, как максимальная энергия, которую могут иметь электроны проводимости в металле при 0 К. Эта максимальная энергия электронов называется *энергией Ферми* и обозначается  $E_F$  ( $E_F = \mu_0$ ).

Энергия Ферми отчитывается от дна зоны и по своему смыслу является энергией кинетической:  $E_F = \frac{mv_F^2}{2}$ . В импульсном пространстве электроны также заполняют все состояния с импульсами от нуля до максимального импульса  $p_F$ . Расчеты показывают, что концентрация электронов проводимости связана с максимальным значением импульса соотношением  $n = \frac{p_F^3}{3\pi^2 \hbar^3}$ . Тогда энергия Ферми будет равна

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{(3\pi^2 n)^{2/3} \hbar^2}{2m}.$$

Отсюда видно, что у металлов с разными концентрациями валентных электронов будут разные  $E_F$ . Уровень Ферми, очевидно, будет расположен тем выше, чем больше плотность электронного газа.

С повышением температуры электроны подвергаются тепловому возбуждению и переходят на более высокие энергетические уровни. Однако возбуж-

дению поддаются только электроны в узкой полосе шириной  $\sim kT$ , непосредственно расположенной у уровня Ферми. Электроны более глубоких уровней остаются нетронутыми. В результате часть электронов переходит с уровней, лежащих ниже уровня Ферми  $E_F$ , на уровни, лежащие выше этой границы. В результате ступенька распределения размывается на глубину  $\sim kT$  (рис. 61).

При очень высоких температурах ступенька исчезает, и распределение Ферми-Дирака переходит в распределение Максвелла. Поэтому температуру  $T_0 = E_F/k$  называют температурой вырождения электронного газа. Она определяет границу, выше которой квантовые эффекты перестают быть существенными. При более высоких температурах вырождение снимается – электронный газ ведет себя как классический. Численная оценка приводит к значению  $T_0 \sim (10^4 \div 10^5)$  К. Следовательно, электронный газ в металлах при любых температурах, вплоть до точки плавления, остается вырожденным.

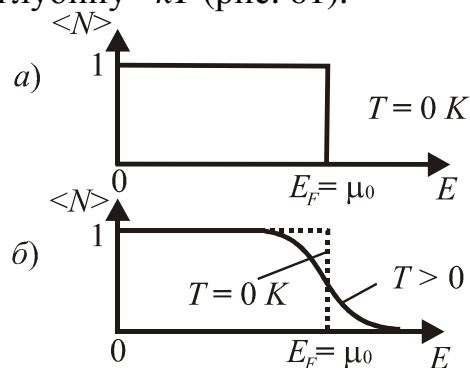


Рис. 61. Функция распределения Ферми-Дирака

### 73. Собственная проводимость полупроводников

Типичными полупроводниками являются кристаллы германия и кремния. Имея по 4 валентных электрона, атомы Ge и Si образуют кристаллические решетки типа алмаза, в которой каждый атом связан ковалентной связью с четырьмя равноотстоящими от него соседними атомами. Условно такое взаимное расположение атомов в решетке типа алмаза можно представить в виде *плоской* структуры, изображенной на рис. 62.

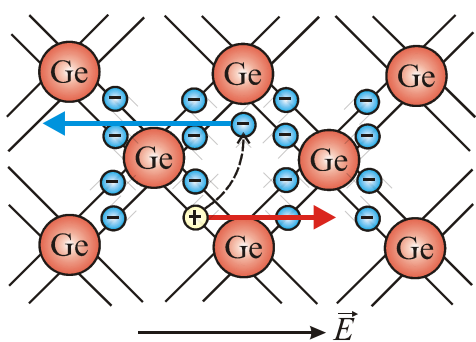


Рис. 62. Разрыв ковалентных связей в решетке германия

Ширина запрещенной зоны у германия при комнатной температуре составляет  $\Delta E = 0,66$  эВ, у кремния –  $\Delta E = 1,1$  эВ. Поэтому при достаточно высокой температуре тепловое движение способно разорвать некоторые связи, удалив электрон в то место кристалла, где все связи заполнены. Такой электрон в дальнейшем свободно может двигаться по кристаллу, всюду являясь лишним.

Этот же процесс разрыва одной связи (генерация) изображен на зонной схеме полупроводника (рис. 63, а): электрон из валентной зоны перешел в свободную зону (зону проводимости). Там, в зоне проводимости, электрон, как мы выяснили выше, может двигаться под действием сколь угодно малого внешнего электрического поля – создавать электрический ток. *Проводимость, возникающая за счет переходов под действием температуры электронов идеального кристал-*

ла полупроводника из валентной зоны в зону проводимости, называется собственной проводимостью полупроводника.

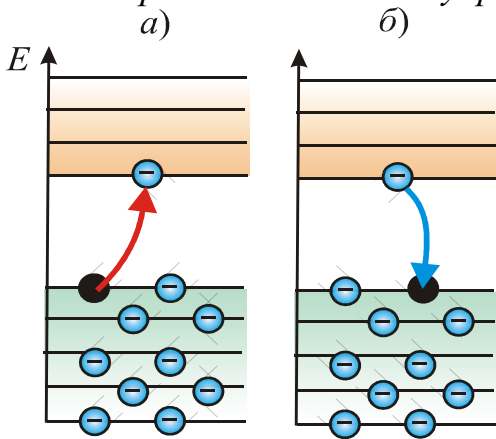


Рис. 63. Генерация и рекомбинация электронов и дырок

с эффективной массой  $m_p^* > 0$ . Отметим также, что и электрон в полупроводнике ведет себя как частица с эффективной массой  $m_n^*$ , не равной массе электрона. Причем для электронов, находящихся на «дне» зоны проводимости,  $m_e^* > 0$ , а у «потолка» валентной зоны –  $m_e^* < 0$ .

Если электрон проводимости, блуждая по кристаллу, встретит дырку (частично разорванную связь), то связь заполнится этим электроном. При этом число электронов проводимости уменьшится на единицу, одновременно станет на единицу меньше и число дырок. Этот процесс называется *рекомбинацией носителей*. На зонной схеме этому процессу соответствует переход электрона из зоны проводимости в вакантное состояние валентной зоны (рис. 63, б).

Распределение электронов по уровням зоны проводимости и валентной зоны описывается функцией Ферми-Дирака

$$f(E) = \left\{ \exp\left(\frac{E-E_F}{kT}\right) + 1 \right\}^{-1},$$

которая вместе со схемой энергетических зон представлена на рис. 64.

Статистический расчет дает, что у полупроводников с собственной проводимостью уровень Ферми  $E_F$  с большой точностью расположен посередине запрещенной зоны. Это можно объяснить так. Для переброса электрона с верхнего уровня валентной зоны (ВЗ) на нижний уровень зоны проводимости (ЗП) затрачивается энергия активации, равная ширине запрещенной зоны  $\Delta E$ . При появлении электрона в зоне проводимости в валентной зоне обязательно возникает дырка. Следовательно, энергия, затраченная на образование пары носителей тока, должна делиться на две равные части, а начало отсчета для каждого из этих процессов должно находиться в середине запрещенной зоны.

Так как энергия Ферми в собственном полупроводнике представляет со-

бой энергию, от которой происходит возбуждение электронов и дырок, то энергия электронов, находящихся у «дна» зоны проводимости будет определяться как

$$E \approx E_F + \frac{\Delta E}{2}.$$

Из рис. 64 видно, что эти уровни энергии лежат на «хвосте» кривой распределения, поэтому вероятность их заполнения можно найти по формуле

$$f(E) = \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right) = \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right).$$

Поскольку электропроводность зависит от количества переброшенных в свободную зону электронов, то она также будет изменяться по закону:

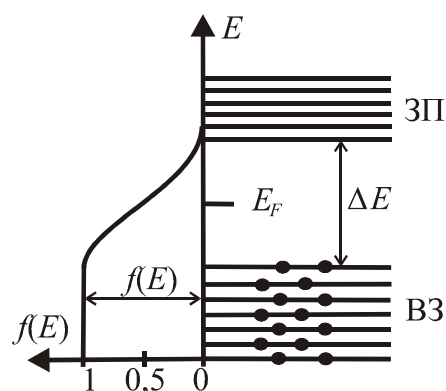


Рис. 64. Расположение уровня Ферми

$$\sigma(T) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right),$$

где  $\sigma_0$  – постоянная величина, характерная для данного полупроводника.

Из полученной формулы видно, что собственная проводимость полупроводников экспоненциально быстро растет с температурой.

## 74. Примесная проводимость полупроводников

Собственные полупроводники не имеют практического применения, так как обладают довольно большим удельным сопротивлением при температурах эксплуатации близких к комнатным. Увеличить проводимость можно либо увеличив  $\sigma_0$ , либо уменьшив ширину запрещенной зоны  $\Delta E$ . Более эффективным является второй путь, поскольку увеличение  $\sigma_0$  в  $n$  раз приводит к увеличению проводимости во столько же раз, а уменьшение  $\Delta E$  – в  $e^n$  раз. Эта задача решается путем введения в кристалл собственного полупроводника примесей, отличающихся от атомов основного вещества валентностью. Например, при введении в кремний примерно 0,001 ат. % бора его проводимость увеличивается примерно в  $10^6$  раз. Такая проводимость, полученная путем введения в полупроводник примеси, называется *примесной проводимостью*.

Рассмотрим примесную проводимость полупроводников на примере германия (Ge), в который вводятся атомы примеси с валентностью, отличной от валентности основных атомов на единицу. Например, при замещении атома германия пятивалентным атомом фосфора (P) один электрон не может образовывать ковалентной связи, он оказывается лишним и может быть легко при тепло-



вых колебаниях решетки отщеплен от атома, т. е. стать свободным. Образование свободного электрона не сопровождается нарушением ковалентной связи, следовательно, дырка не возникает. Избыточный положительный заряд, возникающий вблизи атома примеси, связан с атомом примеси и поэтому перемещаться по решётке не может.

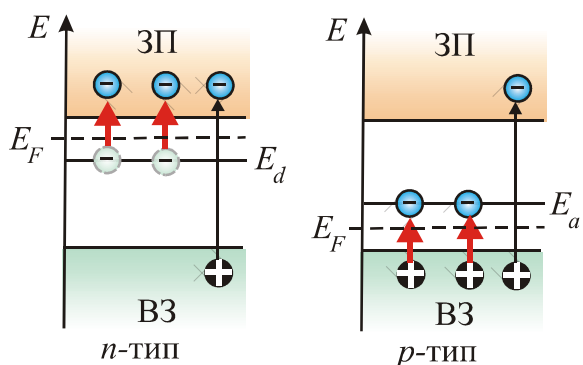


Рис. 65. Энергетическая диаграмма электронного и дырочного полупроводников

На энергетической схеме присутствие этого электрона изображают в виде энергетического уровня на расстоянии  $E_d$  от дна зоны проводимости. В случае германия этот уровень располагается ниже дна зоны проводимости на расстоянии  $E_d = 0,006 \text{ эВ}$  (рис. 65). Соответствующая оценка для кремния дает  $E_d = 0,02 \text{ эВ}$ . Так как  $E_d < kT$ , то уже при обычных температурах энергия теплового движения достаточна для того,

чтобы перебросить электроны примесного уровня в зону проводимости. С повышением температуры, так же как и в собственном полупроводнике, начинается разрыв ковалентных связей с образованием пар электрон-дырка. Однако в рассматриваемом случае соотношение между концентрациями свободных электронов и дырок будет  $n_e \gg n_p$ . Поэтому свободные электроны будут являться *основными*, а дырки – *неосновными носителями* тока. Такая примесь называется *донорной*, а полупроводник – полупроводником *n*-типа. Вследствие полной ионизации доноров примесная проводимость не будет зависеть от температуры, а будет определяться только концентрацией примесных атомов.

Если теперь в кристаллическую решетку германия поместить атом бора (В), у которого три валентных электрона, то их окажется недостаточно для образования ковалентных связей с четырьмя соседями: одна из связей окажется лишь с одним электроном, полученным от атома германия. На эту незаполненную связь от соседних атомов германия переходит электрон, образуя положительно заряженную дырку на своем прежнем месте, и атом бора в результате становится отрицательным ионом. Эта дырка будет связана с отрицательным ионом бора примерно так же, как донорный электрон связан с положительным ионом.

На энергетической схеме вакантный уровень (с дыркой на нем) мы должны разместить недалеко от «потолка» валентной зоны. Его энергия выше «потолка» валентной зоны на величину  $E_a \approx 0,01 \text{ эВ}$  (см. рис. 65). В случае кремния с примесью бора этот уровень располагается выше верхнего края валентной зоны на расстоянии  $E_a \approx 0,08 \text{ эВ}$ . Близость этих уровней к валентной зоне приводит к тому, что уже при сравнительно низких температурах электроны из валентной зоны переходят на примесные уровни и, связываясь с атомами бора, теряют способность перемещаться по решетке кремния, т. е. в проводимости не участвуют. Поэтому свободные дырки будут являться *основными*, а

электроны – *неосновными носителями* тока. Такая примесь называется *акцепторной*, а полупроводник – полупроводником *p*-типа.

Таким образом, как и в случае электронной проводимости, дырочная проводимость вследствие ионизации акцепторов не будет зависеть от температуры, а будет определяться только концентрацией примесных атомов.

Наличие примесных уровней в полупроводниках существенно изменяет положение уровня Ферми  $E_F$ . Расчеты показывают, что в случае полупроводников *n*-типа уровень Ферми при  $T = 0$  К расположен посередине между дном зоны проводимости и донорным уровнем, а в полупроводниках *p*-типа – посередине между потолком валентной зоны и акцепторным уровнем. Для высоких температур, при которых примесные атомы оказываются полностью истощенными и увеличение концентрации носителей происходит за счет возбуждения собственных носителей, уровень Ферми имеет тенденцию смещаться к своему предельному положению в центр запрещенной зоны, характерному для собственного полупроводника.

### Контрольные вопросы

- Чем отличаются энергетические состояния электронов в изолированном атоме и кристалле? Что такое запрещенные и разрешенные энергетические зоны?
- Чем различаются по зонной теории полупроводники и диэлектрики металлы и диэлектрики?
- Когда по зонной теории твердое тело является проводником электрического тока?
- Чем обусловлена проводимость собственных полупроводников?
- Как объяснить увеличение проводимости полупроводников с повышением температуры?
- Почему уровень Ферми в собственном полупроводнике расположен в середине запрещенной зоны?
- Каков механизм электронной и дырочной примесной проводимости полупроводников?
- Почему при достаточно высоких температурах в примесных полупроводниках преобладает собственная проводимость?
- Что такое красная граница фотопроводимости?

## ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

### 75. Состав и характеристики атомного ядра

Ядро атома состоит из нуклонов: положительно заряженных частиц – протонов и электрически нейтральных частиц – нейтронов. Размеры протона и нейтрона примерно одинаковы и равны  $l = (7 \div 8)10^{-15}$  м. Масса протона равна

$1837 m_e$ , а нейтрона –  $1839 m_e$ , где  $m_e$  – масса покоя электрона. Время жизни протона составляет  $\tau = 10^{32}$  лет. Время жизни нейтрона в свободном состоянии  $\tau \sim 12$  минут (в ядре он стабилен). Спин нейтрона и протона равен  $1/2$ . Проекция их спинов на направление внешнего магнитного поля равны  $\pm \hbar/2$ .

Для характеристики атомных ядер вводится ряд обозначений:

- число протонов, входящих в состав атомного ядра, обозначают символом  $Z$  и называют *зарядовым числом или атомным номером* (это порядковый номер в периодической таблице Менделеева). Заряд ядра равен  $Ze$ , где  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл – заряд протона;

- число нейтронов обозначают символом  $N$ ;

- общее число нуклонов в ядре обозначается буквой  $A$  и называется *массовым числом*  $A$ :  $A = Z + N$ . Массовое число – округленное значение массы ядра (атома) в атомных единицах массы ( $1 \text{ а. е. м.} = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг);

- ядра химических элементов обозначают символом  ${}^A_Z X$ , где  $X$  – химический символ элемента или элементарной частицы.

Ядра одного и того же химического элемента могут отличаться числом нейтронов. Такие ядра называются *изотопами*. У большинства химических элементов имеется несколько изотопов. Например, у водорода три изотопа:

${}^1_1\text{H}$  – ядро водорода – протон;  ${}^2_1\text{H}$  – ядро дейтерия – дейтрон ( $d$ );  ${}^3_1\text{H}$  – ядро трития – тритон ( $t$ ). У углерода – 6 изотопов, у кислорода – 3. Химические элементы в природных условиях обычно представляют собой смесь изотопов. Атомные ядра с одинаковыми  $A$ , но различными  $Z$  называют *изобарами*:  ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ ,  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ . Ядра с одинаковыми  $N$ , но различными  $Z$  называют *изотонами*:  ${}^{13}_6\text{C}$ ,  ${}^{14}_7\text{N}$ .

Как у всякой квантовой системы у атомного ядра нет четко выраженной границы. В экспериментах по рассеянию электронов и протонов на ядрах установлено, что в каждом ядре отчетливо различается внутренняя область (кern), в которой плотность ядерного вещества практически постоянна, и поверхностный слой, в котором эта плотность падает до нуля. Если считать ядро сферой радиуса  $R$ , состоящее из  $A$  сферических нуклонов радиусом  $R_0$ , то в первом приближении размер ядра можно определить как

$$R = R_0 A^{1/3},$$

где  $R_0 = (1,3 \div 1,7)10^{-15}$  м – константа, близкая к радиусу действия ядерных сил.

Из формулы следует пропорциональность объема ядра числу нуклонов в ядре ( $V = \frac{4}{3}\pi R^3 \sim A$ ). Это свидетельствует о том, что плотность ядерного вещества примерно одинакова для всех ядер и равна  $\rho \cong 10^{17}$  кг/м<sup>3</sup>.

## 76. Механический и магнитный моменты ядра

Ядро атома имеет собственный момент импульса – *спин ядра*, который складывается из спинов и из орбитальных моментов импульса нуклонов, обусловленных их движением внутри ядра. Обе эти величины являются векторами, поэтому спин ядра представляет их векторную сумму. Длина суммарного вектора спина ядра, согласно квантовой механике, определяется как

$$L_{\text{я}} = \hbar \sqrt{I(I+1)},$$

где  $I$  – спиновое ядерное квантовое число. Число  $I$  принимает целочисленные или полуцелые значения: 0, 1/2, 1, 3/2, 2 и т. д. Ядра с чётными массовыми числами  $A$  имеют целочисленный спин (в единицах  $\hbar$ ) и подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна. Ядра с нечётными  $A$  имеют полуцелый спин (в единицах  $\hbar$ ) и подчиняются статистике Ферми-Дирака. Опыт показывает, что спины большинства нуклонов взаимно компенсируют друг друга. Поэтому спин ядра невелик и обычно не превышает нескольких единиц.

Ядерные частицы имеют собственные магнитные моменты, которыми определяется магнитный момент ядра в целом. Единицей магнитных моментов

ядер в СИ служит ядерный магнетон:  $\mu_{\text{я}} = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5,051 \cdot 10^{-27}$  Дж/Тл. В едини-

цах  $\mu_{\text{я}}$  магнитный момент протона  $P_{mp} = 2,79$ , нейтрона  $P_{mn} = -1,91$  (несмотря на отсутствие у него электрического заряда). Магнитный момент нейтрона ориентирован против его спина, а протона – по направлению спина.

Спин ядра  $L_{\text{я}}$  и его магнитный момент связаны между собой соотношением

$$P_{\text{тя}} = \gamma_{\text{я}} \cdot L_{\text{я}},$$

где  $\gamma_{\text{я}}$  – коэффициент пропорциональности, называемый *ядерным гиромагнитным отношением*.

Для измерения магнитных моментов ядер используется явление магнитного резонанса, которое заключается в резонансном поглощении энергии высокочастотного электромагнитного поля, происходящее при переориентации магнитных моментов ядер, предварительно выстроенных в направлении постоянного магнитного поля.

Магнитный момент ядра складывается с магнитным моментом электронных оболочек в полный магнитный момент атома, но поскольку ядерный магнетон значительно меньше магнетона Бора ( $\mu_{\text{Б}}/\mu_{\text{я}} = m_p/m_e = 1836,5$ ), то магнитные свойства атомов определяются магнитными свойствами его электронов.

## 77. Взаимодействие нуклонов в ядре. Природа и свойства ядерных сил

Устойчивость ядер свидетельствует о том, что кроме электрических сил отталкивания, возникающих между одноименно заряженными протонами, в ядрах между нуклонами действуют силы притяжения, по интенсивности в 100 раз превышающие силы отталкивания. Эти силы носят название *ядерных сил* или сил *сильного взаимодействия*.

Ядерные силы характеризуются следующими свойствами:

1. Радиус их действия конечен и равен  $\sim 10^{-15}$  м. При  $r > 10^{-15}$  м быстро падают до нуля. На расстояниях  $r \ll 10^{-15}$  м сменяются силами отталкивания.
2. Являются самыми сильными в природе. Например, энергия связи протона и нейтрона в ядре дейтрона равна  $\sim 2,23$  МэВ, а энергия связи электрона с протоном в атоме водорода  $\sim 13,6$  эВ.
3. Не являются центральными, т. е. их действие неодинаково вдоль различных направлений.
4. Зависят от взаимной ориентации спинов нуклонов. Нейтрон и протон удерживаются вместе, образуя дейтрон, только в том случае, если их спины ориентированы параллельно друг другу;
5. Обладают зарядовой независимостью, которая проявляется в одинаковости сил взаимодействия нуклонов (за вычетом кулоновских сил) в системах  ${}^1_0n-{}^1_0n$ ,  ${}^1_0n-{}^1_1p$ ,  ${}^1_1p-{}^1_1p$  при одном и том же состоянии относительного движения частиц в этих парах.
6. Обладают свойством насыщения: каждый нуклон в ядре взаимодействует только с ограниченным числом ближайших к нему нуклонов. Это свойство проявляется в независимости удельной энергии связи атомных ядер от их массового числа  $A$ .

По современным представлениям сильное взаимодействие между нуклонами носит обменный характер. В квантовой теории предполагается, что обмен осуществляется «виртуальными»  $\pi$ -мезонами.

Создание единой последовательной теории атомного ядра до настоящего времени затруднено из-за сложного характера и недостаточной определенности данных о ядерных силах, из-за громоздкости и трудности точного решения квантовых уравнений, описывающих движение большого числа нуклонов в ядре, из-за обязательности учета движения нуклонов вследствие сильного взаимодействия между ними. Поэтому в теории ядра используют *модельный подход*, основанный на аналогии свойств атомных ядер со свойствами, например, жидкой капли или электронной оболочки атома. Соответствующие модели ядер называются *капельной* и *оболочечной*. Каждая из моделей описывает только определенную совокупность свойств ядра, а потому, обладая ограниченными возможностями, не может дать его полного описания.

## 78. Дефект массы и энергия связи ядер

Экспериментальные исследования показывают, что масса покоя ядра  $m_{\text{я}}$  всегда меньше суммы масс нуклонов, составляющих ядро. Разницу между ними называют *дефектом масс*

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}.$$

Этот результат вытекает из взаимосвязи массы и энергии, установленный теорией относительности. Уменьшение массы при образовании ядра из нуклонов сопровождается выделением энергии связи. Очевидно, что *энергия связи ядра*  $E_{\text{св}}$  равна той работе, которую нужно совершить, чтобы расщепить ядро на составляющие её нуклоны, не сообщая им кинетической энергии. Величина этой энергии рассчитывается на основании известного релятивистского соотношения:

$$E_{\text{св}} = \Delta mc^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}]c^2,$$

где  $m_p, m_n$  – массы протона и нейтрона.

Важной характеристикой ядра является *удельная энергия связи*  $\epsilon_{\text{св}} = E_{\text{св}}/A$  – энергия связи, приходящаяся на один нуклон.

Удельная энергия связи зависит от массового числа  $A$  и характеризует устойчивость ядер: чем больше её величина, тем прочнее ядро. График этой зависимости для наиболее стабильных изобаров (кривая Вейцеккера) приведен на рис. 66.

Из рисунка видно, что со стороны легких элементов ( $A \leq 12$ ) значение  $\epsilon_{\text{св}}$  резко возрастает до величины (6 – 7) МэВ/нуклон, претерпевая при этом небольшие скачки, затем медленно поднимается до максимальной величины  $\sim 8,8$  МэВ/нуклон ( $A = 50 - 60$ ), после чего постепенно уменьшается и у самого тяжелого природного элемента урана становится равной 7,5 МэВ/нуклон.

Небольшое изменение удельной энергии при переходе от ядра к ядру в средней части графика объясняется насыщением ядерных сил. Причем замедление роста с последующим ее снижением для малых  $A$  связывают с увеличением поверхностной энергии, а затем, с ростом  $A$ , – с увеличением энергии кулоновского отталкивания протонов между собой. Тяжелые ядра становятся менее прочными.

Устойчивыми являются ядра, если у них число протонов или нейтронов

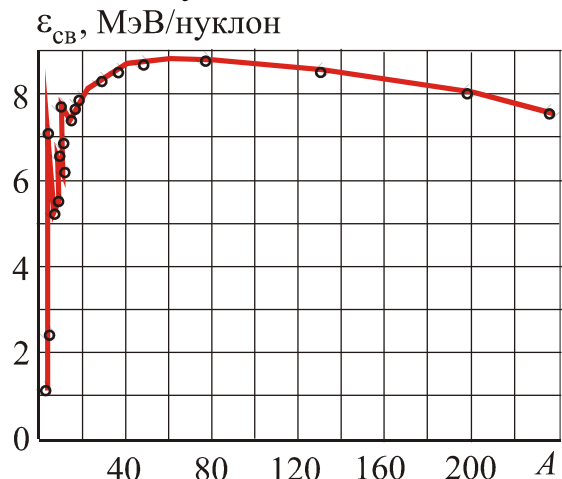


Рис. 66. Зависимость удельной энергии связи от массового числа

равно одному из чисел: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Последнее число допустимо только для нейтронов. Эти числа называются *магическими*. Происхождение и величина магических чисел находит объяснение в оболочечной модели ядра.

Если у ядра одновременно магическими являются как число протонов, так и нейтронов, то такое ядро называют *дважды магическим*, например, такими являются ядра  ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ ,  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ . Эти ядра отличаются повышенной устойчивостью (большей удельной энергией связи) и широкой распространенностью в природе.

Из графика видно, что для легких ядер энергетически выгоден процесс слияния их с выделением ядерной энергии синтеза. Напротив, для тяжелых ядер энергетически выгоден процесс деления, сопровождающийся также выделением ядерной энергии. На этих процессах основана вся ядерная энергетика.

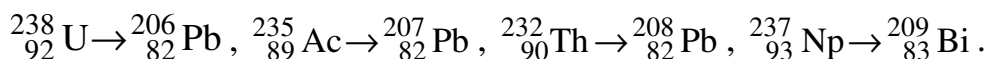
## 79. Естественная радиоактивность ядер

*Радиоактивность* – это свойство неустойчивых изотопов одного химического элемента самопроизвольно превращаться в изотопы другого химического элемента, сопровождающееся испусканием различных видов излучений и элементарных частиц. Изотопы, испытывающие радиоактивное превращение, называются *радионуклидами*.

Радиоактивность бывает двух видов: естественная и искусственная. Явление естественной радиоактивности впервые обнаружено в 1896 году А. Беккерелем. Он установил, что атомы урана самопроизвольно испускают невидимое излучение, обладающее большой проникающей способностью, названное им радиоактивным. Искусственную радиоактивность, возникающую у элементов, полученных в результате ядерных реакций, открыли в 1934 году И. и Ф. Жолио-Кюри. Принципиально естественная и искусственная радиоактивности не различаются, оба типа превращения описываются одинаковыми законами.

Многочисленные опыты показали, что на характер радиоактивного излучения препарата не оказывают влияния вид химического соединения, агрегатное состояние, температура, механическое давление, электрическое и магнитное поля, т. е. все те воздействия, которые могли бы привести к изменению состояния электронной оболочки атома. Следовательно, *радиоактивные свойства элемента обусловлены структурой его ядра*. Атомное ядро, испытывающее радиоактивный распад, называют *материнским*, а возникающее ядро – *дочерним*.

Радиоактивный процесс протекает, как правило, в несколько стадий. Ядро, образовавшееся на одной из стадий, оказывается вновь радиоактивным и распадается. Из цепочки радионуклидов, таким образом, образуются *радиоактивные ряды*. Существует четыре природных радиоактивных ряда:



Последний элемент каждого ряда – стабильный изотоп. Элементов четвертого ряда в природе к настоящему времени не существует, все они получены искусственным путем.

Радиоактивные превращения, встречающиеся в природе, бывают четырех типов:  $\alpha$ -распад,  $\beta$ -распад, спонтанное деление тяжелых ядер, протонная радиоактивность.

Все типы радиоактивности сопровождаются испусканием жесткого электромагнитного  $\gamma$ -излучения, поскольку после распада материнского ядра возникшее дочернее ядро оказывается возбужденным, а при его переходе в основное состояние излучаются  $\gamma$ -кванты. Вероятность испускания возбужденным ядром  $\gamma$ -кванта в сильной степени зависит от направления спинов начального и конечного состояний ядра.

Возбужденное ядро может перейти в основное состояние не только путем испускания  $\gamma$ -квантов, но и путем непосредственной передачи энергии возбуждения одному из электронов атомных оболочек. Такой процесс называют *внутренней конверсией*. Электроны внутренней конверсии *моноэнергетичны*, что позволяет отличить их от электронов, испускаемых при  $\beta$ -распаде ядер, спектр излучения которых является сплошным. Внутренняя конверсия всегда сопровождается рентгеновским излучением, которое возникает в результате переходов электрона с вышележащих атомных слоев и оболочек на место, освобожденное электроном внутренней конверсии.

## 80. Закон радиоактивного распада. Постоянная распада

Радиоактивные ядра распадаются не сразу после своего образования. До определенного момента ядро устойчиво. Предсказать, в какой момент и какое ядро испытает превращение, не представляется возможным. Кроме того, отдельные радиоактивные ядра претерпевают превращения независимо друг от друга. Поэтому можно лишь считать (ввиду самопроизвольности радиоактивного распада), что число ядер  $dN$ , распавшихся в среднем за интервал времени  $[t, t + dt]$ , пропорционально промежутку времени  $dt$  и числу  $N$  ядер, не распавшихся к моменту времени  $t$ :

$$dN = -\lambda \cdot N \cdot dt ,$$

где  $\lambda$  – постоянная распада, зависит от сорта распадающихся ядер. Знак минус указывает, что общее число радиоактивных ядер в процессе распада уменьшается.

Решением этого простейшего дифференциального уравнения с разделяющимися переменными является функция:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} ,$$

где  $N_0$  – начальное число нераспавшихся радиоактивных ядер в момент времени  $t = 0$ . Эту формулу называют *основным законом радиоактивного распада* в



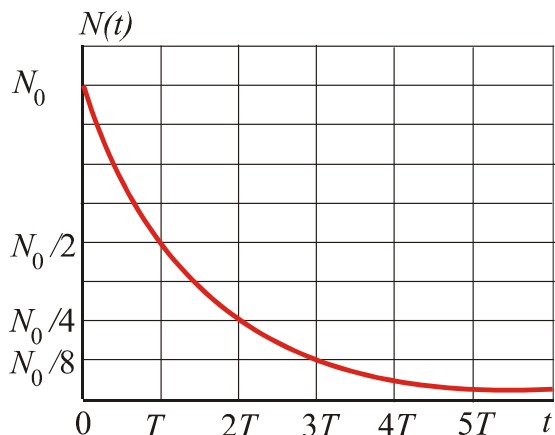


Рис. 67. Кривая распада

интегральной форме. Его смысл состоит в том, что за равные промежутки времени распадается постоянная часть от общего количества имеющихся в данный момент атомов радиоактивного изотопа (рис. 67).

Интенсивность процесса радиоактивного распада характеризуют две величины: *период полураспада*  $T_{1/2}$  и *среднее время жизни*  $\tau$  радиоактивного ядра.

Величина  $T_{1/2}$  определяется как промежуток времени, в течение которого

распадается половина данного количества радиоактивного нуклида. Это время определяется условием

$$\frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}},$$

откуда

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0,693 / \lambda.$$

Используя период полураспада, закон радиоактивного распада можно записать в более удобном для практического применения виде:

$$N = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

Периоды полураспада для всех известных естественно-радиоактивных элементов колеблются от десятимиллионных долей секунды до многих миллиардов лет. Например, период полураспада  $^{238}_{92}\text{U} - 4,5 \cdot 10^9$  лет, а изотопа  $^9_4\text{Be} \sim 4 \cdot 10^{-21}$  с.

Средняя продолжительность  $\tau$  времени жизни атомов радиоактивного вещества определяется как сумма времён (от 0 до  $\infty$ ) существования всех атомов данного изотопа, делённая на начальное число атомов (по определению среднего):

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t \cdot dN = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t \cdot N_0 e^{-\lambda t} \lambda dt = \lambda \int_0^{\infty} t \cdot e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Таким образом, среднее время жизни обратно пропорционально постоянной распада.

Скорость распада  $a = -\frac{dN}{dt}$  атомов радиоактивного вещества называют

*активностью* препарата. Так как  $a = \lambda N$ , то закон радиоактивного распада можно переписать также в виде

$$a = a_0 e^{-\lambda t},$$

где  $a_0 = \lambda N_0$  – начальная активность.

В системе СИ единицей активности является *беккерель* [Бк], равный 1 распаду в 1 секунду (расп/с). Используются также внесистемные единицы: *кюри* (Ки) – 1 Ки =  $3,7 \cdot 10^{10}$  Бк и *резерфорд* (Рд) – 1 Рд =  $10^6$  Бк.

Статистический закон радиоактивного распада при наличии большого числа радиоактивных атомов – практически абсолютно точный закон. На его принципе работают «атомные часы», служащие, например, в геологии и археологии, для измерения возраста горных пород и предметов деятельности древнего человека.

«Атомными часами» для определения возраста Земли служат долгоживущие ядра  ${}_{92}^{238}\text{U}$  (период полураспада  $4,56 \cdot 10^9$  лет) и  ${}_{90}^{232}\text{Th}$  (период полураспада  $14 \cdot 10^9$  лет). В настоящее время такой метод дает для возраста Земли значение  $\sim 4,5 \cdot 10^9$  лет.

В археологии используется радиоуглеродный метод датирования, который базируется на распаде изотопа углерода  ${}^1_6\text{C}$ . Этот изотоп углерода возникает в атмосфере Земли вследствие ядерных реакций, вызываемых космическими лучами. Небольшой процент этого изотопа содержится в воздухе наряду с обычным стабильным изотопом  ${}^{12}_6\text{C}$ . Растения и другие организмы потребляют углерод из воздуха, и в них накапливаются оба изотопа в той же пропорции, как и в воздухе. После гибели растений они перестают потреблять углерод, и нестабильный изотоп в результате  $\beta$ -распада постепенно превращается в азот  ${}^{14}_7\text{N}$  с периодом полураспада 5730 лет. Путём точного измерения относительной концентрации радиоактивного углерода  ${}^1_6\text{C}$  в останках древних организмов можно определить время их гибели.

## 81. Альфа-распад

*Альфа-распадом* называется ядерное превращение, при котором из ядра вылетает дважды положительно заряженная частица, являющаяся ядром атома гелия  ${}^4_2\text{He}$ . Масса  $\alpha$ -частицы равна  $6,644 \cdot 10^{-27}$  кг, спин и магнитный момент равны нулю, а энергия связи  $\epsilon_{\text{св}} = 28,11$  МэВ. Опытным путем установлено, что  $\alpha$ -частицы испускаются только тяжелыми ядрами с  $Z \geq 82$ .

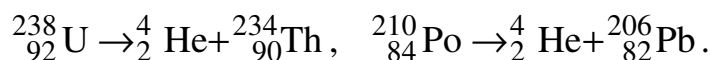
Превращение материнского ядра в дочернее осуществляется по следующей схеме (*правило Содди и Фаянса*):



где  ${}^A_Z\text{X}$  – исходное (материнское) радиоактивное ядро;  ${}^{A-4}_{Z-2}\text{Y}$  – новое (дочернее)

радиоактивное ядро. Из приведенной формулы видно, что атомный номер дочернего ядра на две единицы меньше, чем у материнского, а массовое число на четыре единицы меньше исходного.

Примерами  $\alpha$ -распада служат типичные превращения:



Современный подход к описанию  $\alpha$ -распада опирается на методы, используемые в квантовой теории ядерных реакций. Анализ экспериментальных данных показывает, что  *$\alpha$ -частицы не существуют в готовом виде внутри ядра, они формируются в момент излучения.* Обособлению двух протонов и двух нейтронов, составляющих  $\alpha$ -частицу, способствует насыщение ядерных сил. Энергия сформированной в ядре  $\alpha$ -частицы меньше той энергии, которую необходимо ей иметь, чтобы покинуть ядро. Однако на основании квантовых законов установлено, что есть отличная от нуля вероятность того, что  $\alpha$ -частица выйдет за пределы ядра. Такое явление в квантовой механике называется туннельным эффектом. Теория  $\alpha$ -распада, использующая представления о туннельном эффекте, дает результаты, хорошо согласующиеся с опытом.

Характерной чертой  $\alpha$ -распада является то, что  $\alpha$ -частицы, вылетающие из одних и тех же ядер, имеют одинаковый спектр энергий. Выделяются несколько групп  $\alpha$ -частиц, у которых в пределах группы одинаковая длина свободного пробега, что обусловлено одинаковой кинетической энергией испущенных  $\alpha$ -частиц. Этот факт связан с тем, что атомные ядра обладают дискретными энергетическими уровнями.

Период полураспада ядер определяется в основном энергией  $\alpha$ -частиц. Чем больше эта энергия, тем меньше ширина потенциального барьера, который ей необходимо преодолеть, тем больше вероятность просочиться сквозь него и тем меньше период полураспада. Например, для  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow E = 4,2 \text{ МэВ}$ ,  $T_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9$  лет; для полония  ${}_{84}^{210}\text{Po} \rightarrow E = 6 \text{ МэВ}$ ,  $T_{1/2} = 3$  мин.

## 82. Бета-распад

Опыт показывает, что при бета-распаде из ядра вылетает электрон. Внутри ядер их нет. Следовательно, он может возникнуть внутри ядра только в результате превращения нейтрона в протон (при распаде нейтрон  ${}_0^1n$  превращается в протон  ${}_1^1p$  и электрон  ${}_{-1}^0e$ ).

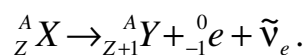
Аналогичный процесс, как известно, наблюдается при распаде свободных нейтронов. Точные измерения баланса энергии в этом процессе показывают, что наблюдается кажущееся нарушение закона сохранения энергии, так как суммарная энергия протона и электрона, возникающих при распаде нейтрона, в основном меньше энергии нейтрона. Это связано с тем, что вылетающие электроны обладают разнообразными значениями кинетической энергии –

от 0 до  $W_{\max}$ . Причем максимальная энергия электронов не равна разности энергий нейтрона и протона. Поэтому непонятно, куда исчезает энергия.

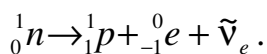
В 1931 году В. Паули высказал предположение, что при распаде нейтрона выделяется ещё одна частица с нулевыми значениями массы и заряда, которая и уносит с собой часть энергии. Новая частица получила название *нейтрино* (маленький нейтрон). Из-за отсутствия у нейтрино заряда и массы эта частица очень слабо взаимодействует с атомами вещества, поэтому её чрезвычайно трудно обнаружить в эксперименте. Ионизирующая способность нейтрино столь мала, что один акт ионизации в воздухе приходится приблизительно на 500 км пути. Эта частица была обнаружена лишь в 1953 г.

Предположение Паули о существовании новой частицы спасло не только закон сохранения энергии, но и другой важнейший закон физики – закон сохранения момента количества движения. При  $\beta$ -распаде число нуклонов в ядре не изменяется, поэтому не должен изменяться и спин ядра. Однако выброс электрона (его спин равен  $1/2$ ) должен изменить спин ядра на величину  $1/2$ , что противоречит закону сохранения момента импульса. Введение нейтрино (антинейтрино) позволяет, таким образом, объяснить кажущееся несохранение спина, поскольку спин нейтрино (антинейтрино) равен  $1/2$ .

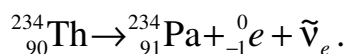
В настоящее время бета-распад включает в себя три типа превращения: электронное, позитронное и  $K$ -захват. В одном из них – *электронном или  $\beta^-$ -распаде* – ядро самопроизвольно испускает электрон  ${}_{-1}^0e$  и электронное антинейтрино  $\tilde{\nu}_e$ . Это превращение происходит по схеме



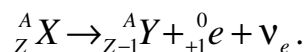
Образующееся дочернее ядро имеет то же по величине массовое число, зарядовое число возрастает на единицу. Процесс осуществляется превращением нейтрона в протон внутри ядра:



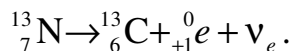
Примером  $\beta^-$ -распада служит превращение тория  ${}^{234}_{90}\text{Th}$  в протактиний  ${}^{234}_{91}\text{Pa}$ :



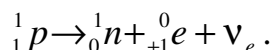
Другим типом бета-распада является *позитронный* или  $\beta^+$ -распад, который происходит по схеме



При  $\beta^+$ -распаде возникает дочернее ядро, у которого зарядовое число на единицу меньше, чем у материнского ядра, а также испускаются  ${}_{+1}^0e$  – позитрон и  $\nu_e$  – электронное нейтрино. Позитронный распад наблюдается, например, при превращении изотопа азота в изотоп углерода:

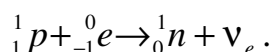


Процесс позитронного распада можно интерпретировать как превращение протона внутри ядра в нейтрон:

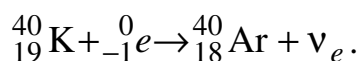


Необходимо отметить, что для свободного протона такое превращение невозможно ( $m_p < m_n$ ), но внутри ядра протон может получить необходимую для распада энергию от других нуклонов.

Третий вид бета-распада – *электронный захват*, при котором ядро захватывает один из электронов  $K$ -оболочки атома. В результате этого происходит превращение протона в нейтрон с испусканием нейтрино:



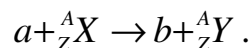
Электронный захват сопровождается испусканием рентгеновского характеристического излучения, которое возникает при переходе электронов из дальних оболочек атома в его  $K$ -оболочку. Примером электронного захвата служит реакция



### 83. Ядерные реакции и законы сохранения

*Ядерная реакция* – это процесс взаимодействия атомного ядра с другим ядром или элементарной частицей, сопровождающийся изменением состава и структуры ядра и выделением вторичных частиц или  $\gamma$ -квантов. Ядерные реакции являются основным методом изучения структуры ядер и их свойств.

Взаимодействие между частицами возникает при сближении их до расстояний порядка  $10^{-15}$  м, благодаря действию ядерных сил. Наиболее распространены реакции взаимодействия ядра с легкой частицей, в результате которой образуется новое ядро и новая частица. Ядерная реакция записывается подобно химической реакции в виде



Данная запись означает столкновение легкой частицы  $a$  с ядром  ${}_Z^AX$ , в резуль-

тате чего образуются легкая частица  $b$  и ядро  ${}^A_Z Y$ . В качестве легкой частицы может выступать нейтрон, протон,  $\alpha$ -частица и  $\gamma$ -фотон.

В отличие от радиоактивного распада, который всегда происходит с выделением энергии, при ядерных реакциях энергия может поглощаться (*эндотермическая реакция*), например



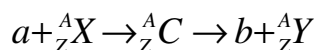
*Энергетическим выходом ядерной реакции* называется величина

$$Q = \{(m_a + m_X) - (m_b + m_Y)\}c^2 = \Delta m \cdot c^2,$$

где  $m_a$  и  $m_X$  – массы исходных продуктов;  $m_b$  и  $m_Y$  – массы конечных продуктов реакции. Величина  $\Delta m$  называется дефектом масс. Для того, чтобы ядерная реакция имела положительный энергетический выход, удельная энергия связи нуклонов в ядрах исходных продуктов должна быть меньше удельной энергии связи нуклонов в ядрах конечных продуктов. Это означает, что величина  $\Delta m$  должна быть положительной.

Многие ядерные реакции при невысоких энергиях частиц проходят через стадию образования *составного ядра* (компаунд-ядра). Такой механизм предсказан Н. Бором в 1936 г. и впоследствии был подтвержден экспериментально. Действительно, чтобы нейтрон пролетел сквозь ядро со скоростью  $10^7$  м/с, требуется время порядка  $\tau = 10^{-22}$  с. Время жизни составного ядра составляет  $10^{-16} - 10^{-12}$  с, что намного больше времени пролета. Это означает, что между нейтроном и нуклонами в ядре должно произойти большое число столкновений, прежде чем нейтрон покинет ядро. В результате образуется промежуточное состояние – составное ядро, которое «забывает» о способе своего образования.

Ядерные реакции, происходящие через образование составного ядра, записываются с указанием этого ядра:



где  ${}^A_Z C$  – составное ядро.

Другой тип ядерных реакций наблюдается для быстрых частиц и происходит без образования промежуточного ядра. Такие реакции называются *прямыми* ядерными реакциями. В этом случае составное ядро не возникает, а налетающая частица непосредственно передает свою энергию какой-то частице или совокупности частиц внутри ядра: нуклону,  $\alpha$ -частице и т. д., в результате чего эта частица вылетает из ядра.

При бомбардировке ядер сильно взаимодействующими частицами с очень высокой энергией – от нескольких МэВ и выше – ядра могут «взрываться»,

распадаясь на много мелких осколков – фрагментов, а сам процесс распада называется *фрагментацией*.

Прямые ядерные реакции идут и в низкоэнергетической области, однако, здесь с ними конкурируют реакции составного ядра. Наблюдается общая закономерность: чем ниже энергия, тем меньше вероятность прямой реакции. При очень низких энергиях прямые реакции сильно подавлены.

Любые ядерные реакции происходят таким образом, что при их осуществлении выполняются определенные законы сохранения:

1. *Закон сохранения электрического заряда*. Сумма электрических зарядов ядер и частиц, вступающих в реакцию, равна сумме зарядов ядер и частиц, получающихся при реакции, т. е. сумма нижних индексов до реакции и после реакции одинакова;

2. *Закон сохранения числа нуклонов*. Общее число нуклонов в ядрах и частицах, вступающих в реакцию, равно количеству нуклонов в ядрах и частицах, получающихся в результате реакции, т. е. сумма верхних индексов до и после реакции одинакова;

3. *Закон сохранения энергии*. Фундаментальный закон природы, который заключается в том, что энергия любой замкнутой материальной системы при любых происходящих в ней процессах сохраняется, применительно к ядерным реакциям формулируется следующим образом: *полная энергия всех ядер и частиц, вступающих в реакцию, равна полной энергии всех ядер и частиц, получающихся при реакции*;

4. *Закон сохранения импульса*. Полный импульс частиц до реакции равен полному импульсу частиц-продуктов реакции. Закон сохранения импульса справедлив как при ядерных реакциях, так и в процессах рассеяния микрочастиц;

5. *Законы сохранения и квантования момента импульса*. В результате столкновения микрочастиц образуются только такие составные ядра, момент импульса которых равен одному из возможных значений момента, получающегося при сложении спинов частиц и момента их относительного движения (орбитального момента). Каналы распада составного ядра также могут быть лишь такими, чтобы сохранялся суммарный момент количества движения (сумма спинового и орбитального моментов).

## **84. Деление ядер. Реакция деления урана и тория**

В 1939 году немецкими учеными О. Ганом и Ф. Штрассманом было открыто деление ядер урана. Продолжая исследования, начатые Ферми, они установили, что при бомбардировке урана нейтронами возникают элементы средней части периодической системы – радиоактивные изотопы бария и лантана.

Дальнейшие исследования показали, что деление атомных ядер может быть вызвано различными частицами ( $\gamma$ -квантами, протонами, дейтронами), однако практически наиболее выгодно использовать для этой цели именно нейтроны. Отсутствие кулоновского отталкивания позволяет нейтронам со сколь

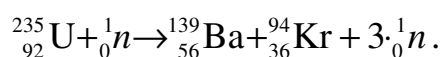
угодно малой кинетической энергией приблизиться к ядру на расстояние меньше радиуса действия ядерных сил. Захват ядром нейтрона приводит к возбуждению ядра, и, если энергия возбуждения достаточна, происходит деление.

Установлено, что под действием нейтронов делятся все ядра, если энергия нейтронов превышает 100 МэВ. Если энергия нейтронов лишь несколько МэВ, то под действием таких нейтронов делятся только те ядра, массовое число которых превышает  $A \geq 210$ . Некоторые тяжелые ядра, такие как изотопы урана  ${}_{92}^{232}\text{U}$  и  ${}_{92}^{235}\text{U}$ , делятся нейтронами любых энергий.

Было установлено также, что при делении тяжелых ядер при каждом акте деления образуются дополнительные нейтроны, и выделяется большая энергия, которую называют *ядерной или атомной энергией*. Нейтроны, образующиеся при делении, называются *вторичными*. В среднем на каждый акт деления приходится 2 – 3 вторичных нейтрона, имеющих энергии, величины которых лежат в пределах 0 – 7 МэВ. Нейтронное излучение возникает потому, что ядра-осколки оказываются перегруженными нейтронами и стремятся освободиться от их избытка. Большинство нейтронов при делении испускаются практически мгновенно ( $t < 10^{-14}$  с) и называются *мгновенными*. Небольшое количество нейтронов (около 0,75 %) испускаются продуктами распада спустя некоторое время от 0,05 до 60 с. Эти нейтроны называются *запаздывающими*.

Основной интерес для ядерной энергетики представляет реакция деления ядер урана и тория. Поэтому рассмотрим их более подробно.

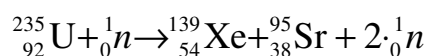
Ядра изотопов урана  ${}_{92}^{235}\text{U}$  и плутония  ${}_{94}^{239}\text{Pu}$  делятся нейтронами любых энергий, но особенно хорошо медленными (тепловыми) нейтронами. Типичная реакция деления  ${}_{92}^{235}\text{U}$  имеют вид



Энергия испускаемых при этом нейтронов в среднем равна 2 МэВ.

Наиболее вероятно деление урана на осколки, один из которых примерно в полтора раза тяжелее другого. Это объясняется влиянием ядерных нейтронных оболочек, так как ядру энергетически выгоднее делиться так, чтобы число нейтронов в каждом из осколков было близко к одному из магических чисел – 50 или 82.

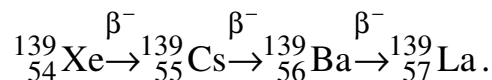
Испускание *нейтронов деления* не устраняет полностью перегрузку ядер-осколков нейтронами. Это приводит к тому, что осколки также могут претерпеть ряд  $\beta$ -превращений, сопровождаемых испусканием  $\gamma$ -квантов, после которых образуется стабильный изотоп. Например, при делении того же ядра урана:



осколок деления ксенона  ${}_{54}^{139}\text{Xe}$  в результате трех актов  $\beta$ -распада превращается



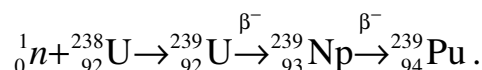
в стабильный изотоп лантана  ${}^{139}_{57}\text{La}$  :



Тепловыми нейтронами делятся также  ${}^{233}_{92}\text{U}$  и  ${}^{230}_{90}\text{Th}$ , но эти изотопы в природе не встречаются, их получают искусственным путем.

Изотопы ядер  ${}^{238}_{92}\text{U}$  и  ${}^{232}_{90}\text{Th}$  делятся только быстрыми нейтронами с энергией больше 1 МэВ. При меньших энергиях нейтроны поглощаются ядрами без последующего их деления. Такой процесс называется *радиационным захватом*.

Например, изотоп плутония  ${}^{239}_{94}\text{Pu}$  получают следующим образом:



Образовавшееся в результате захвата нейтрона ядро  ${}^{239}_{92}\text{U}$  нестабильно ( $T_{1/2} = 23$  мин). Испуская электрон, антинейтрино и  $\gamma$ -фотон, оно превращается в ядро трансуранового элемента нептуния  ${}^{239}_{93}\text{Np}$ . Нептуний также претерпевает  $\beta^-$ -распад ( $T_{1/2} = 2,3$  дня), превращаясь в плутоний  ${}^{239}_{94}\text{Pu}$ . Плутоний  $\alpha$ -радиоактивен, однако, его период полураспада так велик ( $T_{1/2} = 24400$  лет), что его можно считать практически стабильным.

При делении одного ядра урана освобождается около 200 МэВ энергии: на кинетическую энергию движения ядер-осколков приходится примерно 165 МэВ, остальную энергию уносят нейтроны деления и  $\gamma$ -кванты. Выход энергии при делении всех ядер 1 кг урана составляет 80 тысяч млрд. джоулей. Это в несколько миллионов раз больше, чем энергия, которая выделяется при сжигании 1 кг каменного угля или нефти.

В основу теории деления атомных ядер (Н. Бор, Я. И. Френкель) положена капельная модель ядра. Ядро рассматривается как капля электрически заряженной несжимаемой жидкости, частицы которой при попадании нейтрона в ядро приходят в колебательное движение, в результате чего ядро разрывается на две части, разлетающиеся с огромной энергией.

Возможно и спонтанное деление радиоактивных ядер при отсутствии внешнего возбуждения, которое наблюдали в 1940 г. Советские физики Г. Н. Флеров и К. А. Петржак. Однако вероятность спонтанного деления тяжелых ядер очень мала. Период полураспада такого процесса у ядра  ${}^{235}_{92}\text{U}$  равен  $8 \cdot 10^{15}$  лет, тогда как  $\alpha$ -распад происходит с  $T_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9$  лет. Дальнейшие исследования показали, что практически все тяжелые ядра, начиная с тория, способны делиться спонтанно, причем вероятность этого процесса увеличивается с увеличением массового числа  $A$  элемента. Спонтанное деление тяжелых ядер по своим свойствам сходно с вынужденным делением тяжелых ядер.

## 85. Цепная реакция деления ядер

Условием возникновения цепной реакции является наличие *вторичных нейтронов, возникающих при делении тяжелых ядер и способных вызвать реакцию деления других ядер.*

Цепная реакция характеризуется *коэффициентом размножения  $k$  нейтронов, который определяется как отношение нейтронов в данном поколении к их числу в предыдущем поколении.* Необходимым условием для развития цепной реакции деления является требование  $k \geq 1$ .

Коэффициент размножения зависит от природы делящегося вещества, а для данного изотопа – от его количества, а также размеров и формы активной зоны. *Активной зоной* называется пространство, где происходит цепная реакция. Минимальные размеры активной зоны, при которых возможно осуществление цепной реакции, называются *критическими размерами.* Минимальная масса делящегося вещества, находящегося в системе критических размеров, необходимая для осуществления цепной реакции, называется *критической массой.*

Скорость развития цепной реакции определяется уравнением

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N(k-1)}{\tau},$$

где  $\tau$  – среднее время жизни одного поколения, а  $N$  – число нейтронов в данном поколении. Проинтегрировав его, получим

$$N = N_0 e^{(k-1)\frac{t}{\tau}},$$

где  $N_0$  – число нейтронов в начальный момент времени, а  $N$  – их число в момент времени  $t$ .

$N$  определяется знаком величины  $(k-1)$ . При  $k > 1$  идет развивающаяся реакция – число делений непрерывно растет и реакция может стать взрывной. При  $k = 1$  идет самоподдерживающаяся реакция – число нейтронов с течением времени не изменяется. При  $k < 1$  идет затухающая реакция.

Цепные реакции делятся на *управляемые* и *неуправляемые.* Взрыв атомной бомбы, например, является неуправляемой реакцией. Чтобы атомная бомба при хранении не взорвалась, в ней все количество  ${}_{92}^{235}\text{U}$  (или  ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ ) разделяется на удаленные друг от друга части с массами ниже критических. Затем с помощью обычного взрыва эти массы сближаются, общая масса делящегося вещества становится больше критической и возникает взрывная цепная реакция, сопровождающаяся мгновенным выделением огромного количества энергии.

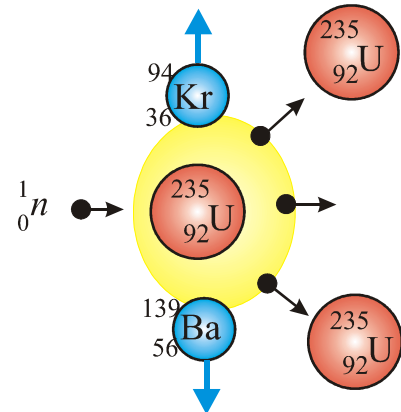


Рис. 68. Схема деления ядер урана в цепной реакции

Взрывная реакция начинается за счет имеющихся нейтронов спонтанного деления или нейтронов космического излучения.

Управляемые цепные реакции деления ядер урана осуществляются в ядерных реакторах. Ядерная реакция протекает в активной зоне реактора, которая заполнена замедлителем и пронизана стержнями, содержащими обогащенную смесь изотопов урана с повышенным содержанием урана  $^{235}_{92}\text{U}$  (до 3 %). В активную зону вводятся регулирующие стержни, содержащие кадмий или бор, которые интенсивно поглощают нейтроны. Введение стержней в активную зону позволяет управлять скоростью цепной реакции, повышая или понижая её. В ядерных реакторах используется реакция, идущая с постоянной интенсивностью ( $k = 1$ ).

Активная зона охлаждается с помощью прокачиваемого теплоносителя, в качестве которого может применяться вода или металл с низкой температурой плавления (например, натрий, имеющий температуру плавления  $98\text{ }^{\circ}\text{C}$ ). В парогенераторе теплоноситель передаёт тепловую энергию воде, превращая её в пар высокого давления. Пар направляется в турбину, соединенную с электрогенератором. Из турбины пар поступает в конденсатор. Во избежание утечки радиации контуры теплоносителя и парогенератора работают по замкнутым циклам.

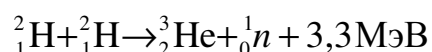
Наряду с ядерными реакторами, работающими на медленных нейтронах, большой практический интерес представляют реакторы, работающие без замедлителя на быстрых нейтронах. В таких реакторах ядерным горючим является обогащенная смесь, содержащая не менее 15 % изотопа  $^{235}_{92}\text{U}$ . Преимущество реакторов на быстрых нейтронах состоит в том, что при их работе ядра урана  $^{238}_{92}\text{U}$ , поглощая нейтроны, посредством двух последовательных  $\beta$ -распадов превращаются в ядра плутония, которые затем можно использовать в качестве ядерного топлива. Коэффициент воспроизводства таких реакторов достигает  $\sim 1,5$ , т. е. на 1 кг урана  $^{235}_{92}\text{U}$  получается до 1,5 кг плутония. В обычных реакторах также образуется плутоний, но в гораздо меньших количествах.

Основным недостатком атомных электростанций является накопление радиоактивных отходов. Однако по сравнению с электростанциями на угольном топливе атомные электростанции более экологически чистые.

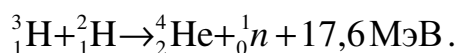
## 86. Термоядерный синтез

Второй путь освобождения ядерной энергии связан с реакциями синтеза. При слиянии легких ядер и образовании нового ядра должно выделяться большое количество энергии. Это видно из кривой зависимости удельной энергии связи от массового числа  $A$  (см. рис. 66). Вплоть до ядер с массовым числом около 60 удельная энергия связи нуклонов растет с увеличением  $A$ . Поэтому синтез любого ядра с  $A < 60$  из более лёгких ядер должен сопровождаться выделением энергии. Общая масса продуктов реакции синтеза будет в этом случае меньше массы первоначальных частиц.

Реакции синтеза легких атомных ядер в более тяжелые ядра, происходящие при сверхвысоких температурах, называются *термоядерными реакциями*. Высокие температуры, а соответственно, большие относительные энергии сталкивающихся ядер, необходимы для преодоления кулоновского отталкивания. Без этого невозможно сближение ядер на расстояние порядка радиуса действия ядерных сил. В природных условиях термоядерные реакции протекают в недрах звезд. Для осуществления термоядерной реакции в земных условиях необходимо сильно разогреть вещество либо ядерным взрывом, либо мощным газовым разрядом, либо импульсом лазерного излучения большой мощности. В настоящее время удалось осуществить слияние двух дейтронов



и синтез тритона и дейтрона



Термоядерные реакции в крупных масштабах осуществлены пока в испытательных взрывах термоядерных (водородных) бомб.

Термоядерные реакции дают наибольший выход энергии на единицу массы «топлива». Например, при синтезе 1 г гелия из дейтерия и трития выделяется энергия  $4,2 \cdot 10^{11}$  Дж. Такая энергия выделяется при сжигании 10 т дизельного топлива.

Особый интерес представляет осуществление управляемой термоядерной реакции, поскольку дейтерий, содержащийся в морской воде, представляет собой практически неисчерпаемый источник горючего.

Для обеспечения управляемой термоядерной реакции необходимо создание и поддержание в ограниченном объеме температуры порядка  $10^8$  К. При данной температуре термоядерное рабочее вещество представляет собой полностью ионизованную плазму, поэтому возникает проблема ее термоизоляции от стенок установки, в которой она находится. Для того, чтобы удержать ее от соприкосновения со стенками установки, в настоящее время применяется магнитная термоизоляция. Так как плазма состоит из заряженных частиц, то в сильном магнитном поле на заряженную частицу действует сила Лоренца, вследствие чего траектория частицы винтообразно навивается на силовую линию. Такой способ используют, например, в термоядерных реакторах системы «Токамак», на которых удалось получить плазму с температурой  $(7 \div 8)10^6$  К и плотностью  $n = 10^{14}$  частиц/см<sup>3</sup> и поддержать ее в течение  $\tau = 1$  с.

До более высоких температур и давлений водород может быть нагрет с помощью лазерного излучения. Суть данного метода заключается в следующем. На термоядерную мишень – полый стеклянный или металлический шарик диаметром  $0,1 \div 1$  мм с толщиной стенок  $\sim 10^{-6}$  м, наполненный газовой смесью

дейтерия и трития под давлением нескольких атмосфер, подают одновременно несколько лазерных импульсов (длительностью  $\sim 10^{-9}$  с) с суммарной энергией  $(1 \div 10)10^4$  Дж. В результате происходит бурное (взрывное) испарение оболочки мишени. Возникает, так называемая корона, стремительно расширяющаяся во все стороны навстречу лазерным импульсам. Согласно закону сохранения импульса, внутренние слои мишени стремительно движутся к центру, сжимаясь, уплотняясь и нагреваясь до температуры, необходимой для термоядерного синтеза дейтерия с тритием. В экспериментах на лазерных установках уже получена плазма с температурой в несколько десятков миллионов градусов.

### Контрольные вопросы

- Какие частицы образуют ядро атома?
- Чему равны масса и удельная энергия связи ядра?
- Чем отличаются изобары от изотопов?
- Почему прочность ядер уменьшается при переходе к тяжелым элементам?
- Как и во сколько раз изменится число ядер радиоактивного вещества за время, равное трем периодам полураспада?
- Как (по какому закону) изменяется со временем активность нуклида?
- Как объясняется  $\alpha$ -распад на основе представлений квантовой теории?
- То представляет собой  $\beta$ -распад?
- Изменится ли химическая природа элемента при испускании его ядром  $\gamma$ -кванта?
- Под действием каких частиц ( $\alpha$ -частиц, нейтронов) ядерные реакции более эффективны?
- Что представляет собой реакция деления ядер?
- В результате какой реакции происходит превращение ядер урана в ядра плутония?
- Что можно сказать о характере цепной реакции деления, если: 1)  $k > 1$ ; 2)  $k = 1$ ; 3)  $k < 1$ ?
- Почему деление тяжелых ядер и синтез легких атомных ядер сопровождаются выделением большого количества энергии?

## ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

### 87. Источники элементарных частиц

*Элементарная частица – собирательный термин, относящийся к микрообъектам в субъядерном масштабе, которые невозможно расщепить на составные части.*

Развитие физики элементарных частиц тесно связано с изучением космического излучения, приходящего на Землю со всех направлений космического

пространства. По происхождению это галактическое *первичное излучение* представляет собой поток частиц, на 90 % состоящий из высокоэнергетических протонов ( $10^3 - 10^7$  МэВ), около 7 % – из  $\alpha$ -частиц, а оставшаяся доля приходится на ядра тяжелых элементов. Первичное космическое излучение, взаимодействуя с ядрами атомов земной атмосферы, создает *вторичное космическое излучение*, исследование которого позволило на начальном этапе получить основные экспериментальные данные о почти всех известных на данный момент элементарных частицах.

В настоящее время основными источниками элементарных частиц являются *ускорители*. В них формируются интенсивные высокоэнергетические пучки электронов, протонов и тяжелых ионов. Максимальная энергия электронов, достигаемая в лабораторных условиях, –  $35 \cdot 10^3$  МэВ, а протонов –  $10^6$  МэВ. При взаимодействии первичного пучка с неподвижной мишенью возникают вторичные пучки элементарных частиц и ядер, не существующих в природе в естественном состоянии. Продукты распада вторичных пучков могут быть сформированы в третичный пучок. Каждый из пучков, взаимодействуя со своей мишенью, создает богатый спектр частиц.

Наиболее эффективные методы получения новых элементарных частиц реализуются на *установках со встречными пучками* (коллайдерах). В них один из пучков формируется обычным ускорителем, а другой – *накопительным кольцом*, в которое впускаются первичные или вторичные частицы от основного ускорителя. Накопительное кольцо находится в магнитное поле, поэтому заряженные частицы – электроны, протоны, антипротоны, позитроны – могут циркулировать здесь без существенных потерь в течение длительных промежутков времени. Поскольку оба пучка направляются навстречу друг другу, то сталкивающиеся частицы обладают одинаковыми по величине и противоположными по направлению импульсами. Возникающие при этом различные типы взаимопревращений позволяют изучить не только закономерности их взаимодействий, но и внутреннюю структуру частиц.

Энергия частиц, получаемых на ускорителях, обычно больше средней энергии космического излучения. Тем не менее, космическое излучение и сейчас дает возможность изучать процессы с частицами сверхвысоких энергий (вплоть до  $10^{15}$  МэВ), которые еще не получены искусственным путем.

## **88. Методы регистрации частиц и радиоактивных излучений**

Методы наблюдения (регистрации) элементарных частиц и радиоактивных излучений основаны на их способности ионизировать и возбуждать атомы среды.

Приборы и устройства, реализующие такие методы, называют *детекторами*. Рассмотрим некоторые из них.

**Сцинтилляционный счетчик** – детектор, основными элементами которого являются вещество, люминесцирующее под действием ионизирующего

излучения (*сцинтиллятор*), и *фотоэлектронный умножитель* (ФЭУ). Заряженная частица, проходя через сцинтиллятор, наряду с ионизацией атомов и молекул, возбуждает их. Возвращаясь в основное состояние, они испускают фотоны. Фотоны, попадая на катод ФЭУ, выбивают электроны, в результате чего на аноде ФЭУ возникает электрический импульс, который далее усиливается и регистрируется электронной аппаратурой.

**Черенковский счетчик** – детектор, в котором с помощью специальной оптической системы и ФЭУ регистрируется излучение Черенкова-Вавилова, возникающее при движении заряженной частицы в прозрачной среде с постоянной скоростью  $v$ , превышающей фазовую скорость света в этой среде ( $v > c/n$ ).

Черенковское излучение является совместным излучением множества атомов среды, расположенных вдоль траектории движения частицы и поляризованных её электрическим полем. Волновой фронт этого излучения представляет собой поверхность конуса, вершиной которого является частица, а осью – её траектория. Ситуация похожа на ту, которая возникает на поверхности воды при движении катера. При этом угол раствора конуса фиксирован и определяется скоростью частицы и свойствами среды:  $\cos \vartheta = c/(nv)$ .

Так как испускание света в этих детекторах возможно только для частиц, скорость которых больше скорости света в данной среде, то они используются для выделения частиц заданной скорости (энергии) и измерения скорости (энергии) частиц по углу испускания света.

**Ионизационные счетчики** – детекторы, представляющие собой заполненные газом электрические конденсаторы (плоский, цилиндрический или сферический), к электродам которого приложена разность потенциалов. Регистрируемая частица, попав в пространство между электродами, образует на своем пути электроны и ионы, которые, перемещаясь в электрическом поле, собираются на электродах, создавая в цепи камеры ток. Если счетчик регистрирует только ионы, образовавшиеся непосредственно под действием частиц, то такой счетчик называется *импульсной ионизационной камерой*. Счетчики, в которых первичные ионы, двигаясь к аноду, приобретают энергию, достаточную для вторичной ионизации (образованию разряда в газе), называются *газоразрядными счетчиками*. Примером газоразрядного счетчика является счетчик Гейгера-Мюллера. Счетчики Гейгера-Мюллера работают в области вольт-амперной характеристики, соответствующей *самостоятельному разряду*, и фиксируют вспышки коронных разрядов, не зависящих от первичной ионизации. Эффективность регистрации заряженных частиц близка к 100 %, а для  $\gamma$ -квантов составляет 1–3 %.

**Полупроводниковые счетчики** по принципу работы аналогичны ионизационной камере, однако вместо газа используется полупроводниковый диод, на который подается обратное напряжение, запирающее. Заряженная частица, проникая в область *p-n*-перехода, создает за счет ионизации дополнительные (неравновесные) электронно-дырочные пары. Возникающие неравновесные носители под действием внешнего поля перемещаются к электродам, создавая во

внешней цепи электрический сигнал. Полупроводниковые счетчики превосходят другие счетчики по компактности, могут работать в магнитных полях.

**Камера Вильсона** – цилиндр с плотно прилегающим поршнем, заполненный нейтральным газом. Принцип действия основан на конденсации пересыщенного газа (при его адиабатном расширении) вдоль всей траектории движения заряженной частицы. Образовавшиеся треки подсвечиваются сбоку и фотографируются в нескольких проекциях для выявления их пространственной структуры. По характеру и геометрии треков можно судить о типе прошедших через камеру частиц (например,  $\alpha$ -частица оставляет сплошной жирный след,  $\beta$ -частица – тонкий), об их энергии (по величине пробега), плотности ионизации (по количеству капель на единицу длины трека), количестве участвующих в реакции частиц. При помещении камеры Вильсона в сильное магнитное поле траектория заряженной частицы искривляется. По кривизне трека можно определить импульс частицы и знак ее заряда, а если известен тип частицы (заряд и масса), то по радиусу кривизны трека можно определить энергию частицы даже в том случае, если весь трек в камере не помещается.

**Пузырьковая камера** – конструктивно похожая на камеру Вильсона, действие которой основано на вскипании перегретой (находящейся под давлением) жидкости вблизи траектории частицы. Ее эффективный объем на два-три порядка больше, чем у камеры Вильсона (жидкости гораздо плотнее газов). Это позволяет использовать пузырьковые камеры для изучения длинных цепей рождений и распадов частиц высоких энергий. Пузырьковая камера – один из основных трековых детекторов в экспериментах на ускорителях.

**Ядерные фотоэмульсии** – простейший трековый детектор заряженных частиц. Прохождение заряженной частицы в эмульсии вызывает ионизацию, приводящую к образованию центров скрытого изображения. После проявления обнаруживается след, образованный зернами металлического серебра, который рассматривают в микроскоп. Так как эмульсия – среда более плотная, чем газ и жидкость, то при прочих равных условиях в эмульсии (по сравнению с вильсоновской и пузырьковой камерами) трек более короткий (например, трек длиной 0,5 мм в эмульсии эквивалентен треку в 1 м в камере Вильсона). Поэтому фотоэмульсии применяются для изучения реакций, вызываемых частицами в ускорителях сверхвысоких энергий, и в космических лучах. Для регистрации используют также *стоны* – большое число маркированных фотоэмульсионных фотопластинок, помещаемых на пути частиц и после проявления исследуемых под микроскопом.

## 89. Мюоны, мезоны, гипероны

В 1932 году К. Андерсон обнаружил в космических лучах *позитрон*, существование которого было предсказано П. Дираком еще в 1928 году. Это положительно заряженная частица, имеющая ту же массу и тот же (по модулю) заряд, что и электрон. В этом же году были обнаружены и исследованы взаимные превращения протона и нейтрона и, стало ясно, что эти частицы также не



являются неизменными элементарными «кирпичиками» природы.

В 1936 году К. Андерсон и С. Неддермейер, изучая поглощение жесткого компонента вторичного космического излучения в свинцовых фильтрах, обнаружили отрицательные и положительные частицы с массой, равной  $206,8m_e$ , которые впоследствии были названы *мюонами*. Заряды  $\mu^-$  и  $\mu^+$ -мюонов равны элементарному заряду электрона. Исследования показали, что мюоны претерпевают самопроизвольный распад, происходящий по следующим схемам:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \tilde{\nu}_\mu, \quad \mu^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e + \nu_\mu,$$

где  $\nu_\mu$  и  $\tilde{\nu}_\mu$  – соответственно «мюонные» нейтрино и антинейтрино, которые отличаются от  $\nu_e$  и  $\tilde{\nu}_e$  – «электронных» нейтрино и антинейтрино, сопутствующих испусканию позитрона и электрона соответственно.

Затем, в 1947 г., английский физик С. Пауэлл и его сотрудники, подвергая на большой высоте ядерные фотоэмульсии действию космических лучей, обнаружили, так называемые  $\pi$ -мезоны (пионы).

Существуют положительный  $\pi^+$ , отрицательный  $\pi^-$  (их заряд равен заряду электрона) и нейтральный  $\pi^0$ -мезоны. Масса  $\pi^+$  и  $\pi^-$ -мезонов одинакова и равна  $273m_e$ , масса  $\pi^0$ -мезона равна  $264,1m_e$ . Спины  $\pi$ -мезонов, по ряду других экспериментальных данных, оказались равными нулю.

Все пионы нестабильны. Распад заряженных пионов происходит в основном по схемам

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \tilde{\nu}_\mu,$$

где мюоны испытывают дальнейший распад по рассмотренным выше схемам. Нейтральный пион распадается на два  $\gamma$ -кванта:  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ .

$\pi$ -мезоны сильно взаимодействуют с нуклонами и атомными ядрами и, по современным представлениям, обуславливают существование ядерных сил.

Дальнейшие исследования космических лучей и реакций с участием частиц высоких энергий, наблюдаемых на ускорителях, привели к открытию  $K$ -мезонов (каонов) – частиц с нулевым спином и массами  $\sim 970m_e$ . В настоящее время известно четыре типа каонов: положительно заряженный  $K^+$ , отрицательно заряженный  $K^-$  и два нейтральных –  $K^0$  и  $\tilde{K}^0$ .

$K$ -мезоны также нестабильны. Существует несколько схем распада  $K$ -мезонов. Распад заряженных  $K$ -мезонов происходит преимущественно по схемам:

$$\begin{aligned} K^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0, \quad K^+ \rightarrow e^+ + \pi^0 + \nu_e, \\ K^- &\rightarrow \mu^- + \tilde{\nu}_\mu, \quad K^- \rightarrow \pi^- + \pi^0, \quad K^- \rightarrow e^- + \pi^0 + \tilde{\nu}_e, \end{aligned}$$

а распад нейтральных  $K$ -мезонов в основном приводит к образованию

$\pi$ -мезонов (в порядке убывания вероятности распада)

$$K^0 \rightarrow \pi^- + \pi^+, K^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0.$$

Кроме  $K$ -мезонов были обнаружены также тяжелые нестабильные элементарные частицы массой, большей массы нуклонов, и названные *гиперонами*. Известно несколько типов гиперонов: лямбда ( $\Lambda^0$ ), сигма ( $\Sigma^0, \Sigma^+, \Sigma^-$ ), кси ( $\Xi^+, \Xi^-$ ) и омега ( $\Omega^-$ ). Массы гиперонов лежат в пределах  $(2183 - 3273)m_e$ , а их спин (за исключением  $\Omega^-$ -гиперона) равен  $\frac{1}{2}$  (в единицах  $\hbar$ ). Они участвуют в сильных взаимодействиях и распадаются на нуклоны и легкие частицы ( $\pi$ -мезоны, электроны, нейтрино и  $\gamma$ -кванты).

В настоящее время известно около 400 *субъядерных частиц*. Подавляющее большинство этих частиц являются *нестабильными*. Исключение составляют лишь фотон, электрон, протон и нейтрино. Все остальные частицы через определенные промежутки времени испытывают самопроизвольные превращения в другие частицы. Нестабильные элементарные частицы сильно отличаются друг от друга по временам жизни. Наиболее долгоживущей нестабильной частицей является свободный нейтрон. Время жизни нейтрона порядка 13 мин. Другие частицы «живут» гораздо меньшее время. Например, среднее время жизни  $\mu$ -мезона равно  $2,2 \cdot 10^{-6}$  с, нейтрального  $\pi$ -мезона –  $0,87 \cdot 10^{-16}$  с. Многие массивные частицы – гипероны имеют среднее время жизни порядка  $10^{-10}$  с. Существует несколько десятков частиц со временем жизни, превосходящим  $10^{-17}$  с. По масштабам микромира это значительное время. Такие частицы называют *относительно стабильными*.

Кроме перечисленных частиц, обнаружено большое число сильно взаимодействующих короткоживущих *частиц-резонансов*. Время жизни резонансов  $10^{-22} - 10^{-23}$  с. Если учитывать резонансы, то учеными к настоящему времени зафиксировано более 1000 элементарных частиц.

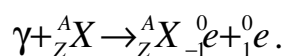
## 90. Античастицы и их аннигиляция

Каждой из элементарных частиц, за небольшим исключением, соответствует своя *античастица*, обозначаемая тем же символом, но с добавлением *тильды* ( $\sim$ ) над ним. *Масса покоя, спин, время жизни* у частиц и античастиц одинаковы. Остальные характеристики, в том числе электрический заряд и магнитный момент частицы и античастицы, равны по величине, но противоположны по знаку. В качестве примеров уже рассмотренных частиц и античастиц можно указать на электрон и позитрон (антиэлектрон), протон и антипротон,  $\pi^+$  и  $\pi^-$ -мезоны, нейтрино и антинейтрино,  $K^+$  и  $K^-$ -мезоны. Частицами, не имеющими античастиц, являются, например, фотон и  $\pi^0$ -мезон. Такие частицы принято называть *истинно нейтральными*.

Наличие электрического заряда не является обязательным условием существования пары частица – античастица. Нейтрон, например, хотя и не имеет электрического заряда, не является истинно нейтральной частицей, так как он имеет античастицу – антинейтрон, отличающийся знаками магнитного момента и так называемого барионного заряда  $B$  ( $B = +1$  для нейтрона и  $B = -1$  для антинейтрона). Аналогичная ситуация наблюдается и у нейтрального  $K^0$ -мезона, ему соответствует античастица  $\tilde{K}^0$ -мезон.

При соединении частицы и античастицы (этот процесс называется *аннигиляцией*) выделяется энергия, равная, как минимум, суммарной энергии покоя частицы и античастицы. Для рождения пары частица – античастица требуется энергия, *превышающая* суммарную энергию покоя пары частиц, так как родившимся частицам необходимо сообщить импульс (иначе они тут же аннигилируют), а, следовательно, и кинетическую энергию.

Например, в результате процесса аннигиляции электрона с позитроном рождаются два  $\gamma$ -кванта:  ${}_{-1}^0e + {}_1^0e \rightarrow 2\gamma$ . При этом вся энергия электронно-позитронной пары полностью переходит в энергию фотонов. Появление в этом процессе двух фотонов следует из закона сохранения импульса. Возможен и обратный процесс – рождение электронно-позитронной пары при взаимодействии  $\gamma$ -квантов большой энергии ( $E_\gamma = 2m_e c^2 > 1,02$  МэВ) с ядром  ${}_Z^AX$ :



Частица  ${}_Z^AX$  необходима для того, чтобы выполнялись законы сохранения энергии и импульса.

Процессы возникновения и аннигиляции электронно-позитронных пар являются примером взаимосвязи различных форм материи: в этих процессах материя в форме вещества превращается в материю в форме электромагнитного поля, и наоборот.

## 91. Классификация элементарных частиц

Элементарные частицы объединяются в три группы: *фотоны*, *лептоны* и *адроны*:

1. К группе фотонов относится единственная частица –  $\gamma$ -квант электромагнитного излучения.

2. К лептонам относятся отрицательно заряженные частицы: электрон  $e^-$ , мюон  $\mu^-$  и таон  $\tau^-$ . Каждому заряженному лептону отвечает нейтральная частица – нейтрино (электронное  $\nu_e$ , мюонное  $\nu_\mu$  и таонное  $\nu_\tau$ ). Все лептоны имеют спин, равный  $1/2$  (в единицах  $\hbar$ ), и, следовательно, являются фермионами.

3. Адроны внутри группы делятся на две подгруппы: *мезоны* и *барионы*.

К мезонам относятся наиболее легкие из адронов – положительно, отрицательно и нейтрально заряженные  $\pi$ -мезоны, четыре  $K$ -мезона и один  $\eta$ -мезон  $\eta^0$ . Все мезоны имеют спин, равный нулю, т. е. являются бозонами.

Подгруппа барионов включает в себя более тяжелые частицы. Самыми легкими из барионов являются нуклоны: *протоны и нейтроны*. За ними следуют нестабильные частицы, массы которых значительно превосходят массы нуклонов – *гипероны*. Замыкает таблицу  $\Omega^-$ -гиперон, открытый в 1964 г. Это тяжелая частица с массой  $3273m_e$  и спином, равным  $3/2$ . Все остальные барионы имеют спин, равный  $1/2$  (в единицах  $\hbar$ ), и относятся к фермионам.

К приведенным группам частиц относятся и их *античастицы*.

Особенность элементарных частиц заключается в том, что хотя ни одна частица не может считаться построенной из других частиц, все они способны к взаимным превращениям. Любая элементарная частица может рождаться и погибать в результате разного рода взаимодействий с другими частицами.

## 92. Виды взаимодействий элементарных частиц

Взаимодействие в физике – воздействие тел или частиц друг на друга, приводящее к изменению их состояний. Несмотря на разнообразие этих взаимодействий в природе, по современным данным, имеется лишь четыре типа *фундаментальных* взаимодействий: *сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное*.

Фундаментальные взаимодействия различаются по интенсивностям, радиусам действия и характерным временам.

*Интенсивность взаимодействия* принято характеризовать с помощью, так называемой константы взаимодействия  $\alpha_i$ , которая представляет собой безразмерный параметр, определяющий вероятность процессов, обусловленных данным видом взаимодействия.

*Радиус действия*  $R_i$  связывается с зависимостью энергии данного взаимодействия от расстояния между частицами.

Понятие *характерного времени*  $\tau_i$  вводится как минимальное время жизни частиц, подверженных распадам в результате данного взаимодействия.

**Сильное (ядерное) взаимодействие** вызывают процессы, протекающие с наибольшей интенсивностью ( $\alpha_s \sim 1$ ), и проявляется на расстояниях  $R_i \leq 10^{-15}$  м. В сильном взаимодействии могут принимать участие только *тяжелые частицы – адроны (мезоны и барионы)*. Именно это взаимодействие приводит к самой сильной связи протонов и нейтронов в ядрах атомов и обеспечивает их устойчивость.

При столкновении ядер или нуклонов с достаточно большой энергией

(~1 МэВ) сильное взаимодействие приводит к реакциям деления и синтеза ядер. Начиная с энергий сталкивающихся нуклонов от 0,1 ГэВ, сильное взаимодействие приводит, например, к рождению пионов.

**Электромагнитное взаимодействие** осуществляется посредством электромагнитного поля. В этом виде взаимодействия могут принимать участие любые электрически заряженные частицы – лептоны и адроны, а так же фотоны (кванты электромагнитного поля) и нейтринные частицы, обладающие магнитным моментом. Оно заметно слабее сильного (ядерного) взаимодействия ( $\alpha_E \sim 10^{-2}$ ) и радиус его действия не ограничен ( $R_E \rightarrow \infty$ ). Именно это взаимодействие обуславливает связь электронов с ядром в атоме и атомов в молекуле. В то же время, именно кулоновское отталкивание протонов приводит к неустойчивости ядер с большими массовыми числами.

**Слабое взаимодействие** – наиболее медленное из всех взаимодействий, протекающих в микромире ( $\tau_w \sim 10^{-9}$  с). В нём могут принимать участие любые элементарные частицы, за исключением фотонов. Примером процесса, обусловленного слабым взаимодействием, являются все виды  $\beta$ -распада и  $\mu$ -распад, а также безнейтринные процессы распада частиц с большим временем жизни ( $\tau_w \geq 10^{-10}$  с). Примером элементарной частицы, способной только к слабому взаимодействию, может служить нейтрино. Именно крайне малой интенсивностью слабого взаимодействия ( $\alpha_w \sim 10^{-10}$ ) объясняется тот факт, что нейтрино свободно пронизывают толщу Земли и Солнца, не испытывая при этом поглощения.

**Гравитационное взаимодействие** является универсальным, оно присутствует всем без исключения частицам, однако из-за малости масс элементарных частиц силы гравитационного взаимодействия между ними пренебрежимо малы и в процессах микромира их роль несущественна. Гравитационные силы играют решающую роль при взаимодействии космических объектов (звезды, планеты и т. п.) с их огромными массами.

Ряд характеристик взаимодействий, перечисленных выше представлен в табл. 1.

Таблица 1

### Фундаментальные взаимодействия

Тип взаимодействия	Механизм обмена (калибровочные бозоны)	Интенсивность взаимодействия, $\alpha_i$	Радиус действия сил $R_i$ , м	Характерное время, $\tau_i$ , с
Сильное	Глюонами $g$ (8 видов)	1	$10^{-15}$	$10^{-23}$
Электромагнитное	Фотонами $\gamma$	$10^{-2} \dots 10^{-3}$	$\infty$	$10^{-20}$
Слабое	Промежуточными бозонами $W^\pm, Z^0$	$10^{-10} \dots 10^{-14}$	$10^{-18}$	$10^{-10}$
Гравитационное	Гравитонами	$10^{-38} \dots 10^{-40}$	$\infty$	–

### 93. Законы сохранения. Внутренние квантовые числа

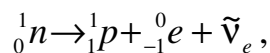
Все элементарные частицы, как и макроскопические системы, характеризуются *массой, импульсом, моментом импульса, энергией и электрическим зарядом*. Поэтому для всех типов взаимодействий, обуславливающих то или иное превращение, всегда выполняются фундаментальные законы природы:

- 1) закон сохранения энергии;
- 2) закон сохранения импульса;
- 3) закон сохранения момента импульса (спина);
- 4) закон сохранения электрического заряда.

Кроме того, элементарные частицы обладают еще определенными внутренними свойствами и соответствующими им характеристиками, которые отсутствуют у макроскопических тел.

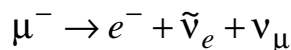
Так класс лептонов обладает *лептонным числом*, или *лептонным зарядом*:  $L = +1$  для частиц и  $L = -1$  для их античастиц. Все остальные элементарные частицы имеют  $L = 0$ .

*При всех типах взаимопревращений элементарных частиц в замкнутой системе лептонное число (заряд) сохраняется.* В этом заключается суть закона сохранения лептонного числа (заряда). Примером такого превращения является реакция распада нейтрона



для которой  $L = 0$  слева и  $L = 0 + 1 - 1 = 0$  справа.

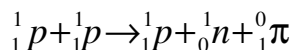
Кроме того, каждая пара лептонов  $(e^-, \nu_e)$ ,  $(\mu^-, \nu_\mu)$ ,  $(\tau^-, \nu_\tau)$  обладает своим специальным лептонным зарядом, соответственно  $L_e$ ,  $L_\mu$ ,  $L_\tau$ , каждый из которых сохраняется в отдельности при всех взаимодействиях. Значения  $L_e$ ,  $L_\mu$ ,  $L_\tau$  равны  $+1$  для указанных пар лептонов и  $-1$  – для их античастиц. Например, для реакции



с левой стороны имеем:  $L_e = 0$ ,  $L_\mu = 1$ , а с правой:  $L_e = 1 + (-1) = 0$ ,  $L_\mu = 1$ . Введение этих зарядов отражает то обстоятельство, что, например, электронное нейтрино, налетая на нейтрон, может родить только электрон, но не мюон или  $\tau^-$ -лептон. Свободное нейтрино со временем может изменять свой лептонный заряд, превращаясь в нейтрино другого типа (нейтринные осцилляции). В результате на разных расстояниях от места своего рождения нейтрино способно рождать заряженные лептоны различного типа.

Группа адронов характеризуется *барионным числом*  $B$ , или *барионным зарядом*. Все частицы подгруппы мезонов имеют  $B = 0$ . У барионов  $B = +1$ , у антибарионов  $B = -1$ . Остальные элементарные частицы имеют  $B = 0$ .

Закон сохранения барионного числа (заряда) формулируется следующим образом: *в замкнутой системе при всех процессах взаимопревращения элементарных частиц барионное число (заряд) сохраняется.* Например, для реакции

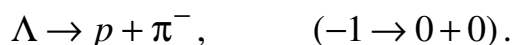
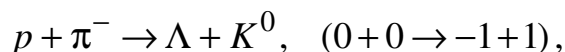


с левой и правой стороны получим соответственно  $B = +1 + 1 = 2$  и  $B = +1 + 1 + 0 = 2$ . Из закона сохранения барионного заряда следует, что при распаде бариона наряду с другими частицами образуется барион.

#### 94. Странность. Изотопический спин

Все адроны подразделяются на совокупности: «обычные» (протон, нейтрон,  $\pi$ -мезоны), «странные», «очарованные» и «прелестные». В отличие от «обычных» адронов все остальные имеют дополнительную характеристику.

«Странные» частицы описываются *странностью*  $s$ , которая у них отлична от нуля. Название квантового числа произошло от казавшегося странным поведения некоторых частиц, которые рождаются парами, а распадаются затем поодиночке. Например, наблюдаются два процесса



Рождение  $\Lambda$ -гиперона в первой реакции происходит за счет сильного взаимодействия и только в паре с  $K^0$ -мезоном, в поведении которого обнаруживаются те же особенности, что и у гиперона. Распадается же  $\Lambda$ -гиперон за счет слабого взаимодействия «вполне самостоятельно» с образованием тех же двух частиц  $p$  и  $\pi^-$ . Существование двух обсуждаемых процессов можно объяснить, если  $\Lambda$ -гиперону присвоить значение  $s = -1$ ,  $K^0$ -мезону – значение  $s = +1$ , и считать, что у нуклонов ( $p$ ) и мезонов ( $\pi^-$ ) – значение  $s = 0$ . Если теперь предположить, что странность сохраняется в сильных взаимодействиях и не сохраняется в слабых, то процессы образования и распада  $\Lambda$ -гиперона получают свое объяснение.

Аналогично  $\Xi$ -гиперонам, которые рождаются совместно с двумя каонами, приписывается  $s = -2$ .

«Очарованные» частицы обладают *очарованием (шармом)*  $ch$ , а для «прелестных» частиц вводится квантовое число – *прелесть (красота)*  $b$ . В настоящее время обнаружены частицы, имеющие  $ch = \pm 1$  и  $b = \pm 1$ . Например,  $B^+$ -мезон имеет  $b = +1$ .

*Странность*  $s$ , *очарование*  $ch$  и *красота*  $b$  – неточные квантовые числа, они сохраняются в сильных и электромагнитных взаимодействиях, но не сохраняются в слабом взаимодействии.

Первые же опыты по изучению свойств обычных адронов выявили наличие среди них близких по массе частиц, с очень сходными свойствами по отношению к сильным взаимодействиям, но с различными значениями электрического заряда. Протон и нейтрон (нуклоны) были первым примером такого семейства. Позднее аналогичные семейства были обнаружены среди «странных» и «очарованных» адронов.

Общность свойств частиц, входящих в такие семейства, является отражением существования у них одинакового значения специального квантового числа – *изотопического спина*  $I$ , принимающего, как и обычный квантовомеханический спин, целые и полуцелые значения. При этом число частиц в мультиплете  $N$  связано с величиной изоспина соотношением:  $N = 2I + 1$ .

Частицы одного изотопического мультиплета отличаются друг от друга значением «проекции» изотопического спина  $I_3$ , принимающего значение от  $-I$  до  $+I$  через единицу. Именно значением проекции изоспина отличаются частицы, входящие в изомультиплет. Например, для нуклонов  $N = 2$  ( ${}^1_1p$  и  ${}^1_0n$ ). Отсюда  $I = (N - 1)/2 = 1/2$  и, соответственно,  $I_3 = -1/2$  у нейтрона и  $I_3 = +1/2$  у протона. Для пионов  $N = 3$  ( $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^0$ ), поэтому  $I = (N - 1)/2 = 1$  и  $I_3 = -1$  у  $\pi^-$ -мезона,  $I_3 = 0$  у  $\pi^0$ -мезона и  $I_3 = +1$  у  $\pi^+$ -мезона.

*Изотопический спин сохраняется только при сильном взаимодействии.*

Кроме перечисленных характеристик, некоторым элементарным частицам приписываются квантовые числа, называемые *четностью* (определяет симметрию волновой функции элементарной частицы относительно зеркального отражения) и *спиральностью* (определяет проекцию спина на направление движения), которые также сохраняются только при некоторых типах взаимодействия.

## 95. Кварковая модель адронов

На первом этапе исследования элементарных частиц считалось, что у них отсутствует внутренняя структура. Однако обилие открытых и вновь открываемых адронов навела ученых на мысль, что все они построены из каких-то других более фундаментальных частиц. В 1964 г. американским физиком М. Гелл-Маном была выдвинута гипотеза, подтвержденная последующими исследованиями, что *все тяжелые фундаментальные частицы – адроны – построены из более фундаментальных частиц, названных кварками*. Все кварки имеют спин, равный  $1/2$ , и дробный электрический заряд (см. табл. 3). Согласно кварковой модели, все известные тогда адроны можно было построить из трех типов кварков ( $u$ ,  $d$ ,  $s$ ) и соответствующих антикварков ( $\bar{u}$ ,  $\bar{d}$ ,  $\bar{s}$ ).

Мезоны строятся из пары кварка-антикварк (символически  $M = q\bar{q}$ ); а барионы – из трех кварков (символически  $B = qqq$ ). Кварковый состав некоторых адронов приведен в табл. 2.



## Состав адронов

Мезоны				Барионы			
$\pi^+$	$\pi^-$	$\pi^0$	$K^+$	протон	нейтрон	$\Sigma^+$ гиперон	$\Sigma^0$ гиперон
$u\bar{d}$	$\bar{u}d$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$	$\bar{d}s$	$uud$	$udd$	$uus$	$uds$

Таблица 3

## Квантовые характеристики кварков

Тип кварка	Аромат	Заряд $q$	Изоспин $I$	$I_3$	$B$	$s$	$ch$	$b$	$t$
<i>Первое поколение</i>									
$d$	Нижний ( <i>down</i> )	-1/3	1/2	-1/2	1/3	0	0	0	0
$u$	Верхний ( <i>up</i> )	+2/3	1/2	1/2	1/3	0	0	0	0
<i>Второе поколение</i>									
$s$	Странный ( <i>strange</i> )	-1/3	0	0	1/3	-1	0	0	0
$ch$	Очарованный ( <i>charm</i> )	+2/3	0	0	1/3	0	+1	0	0
<i>Третье поколение</i>									
$b$	Красивый ( <i>beauty, bottom</i> )	-1/3	0	0	1/3	0	0	-1	0
$t$	Истинный ( <i>truth, top</i> )	+2/3	0	0	1/3	0	0	0	+1

После 1964 года были открыты новые барионы и мезоны, для классификации которых оказалось недостаточно этих трех кварков. Поэтому к ним были добавлены еще три ( $ch$ ,  $b$ ,  $t$ ). Таким образом, общее число кварков возросло до 6. Чтобы различать эти 6 кварков, ученые наделили их свойством, которое называется «ароматом». Разумеется, запаха кварки не имеют, но считается, что каждый из 6 кварков «пахнет» по-своему, имеет свой особый «аромат».

Из табл. 3 видно, что все внутренние квантовые числа, присущие сильно-му взаимодействию (кроме барионного заряда  $B$ , который равен 1/3 для всех кварков), привязаны к конкретным кваркам. Отсюда следует простой рецепт определения всех этих квантовых чисел для любого адрона по его кварковому составу.

Кварк каждого «аромата» может находиться в трех «цветовых» состояниях, или обладать тремя различными «цветовыми зарядами». Соответствующее квантовое число называется «цветом», принимающим три значения – *желтый, синий, красный* (смесь этих цветов дает «нулевой» белый цвет, рис. 69). Каждому кварку соответствует *антикварк*, имеющий по отношению к данному кварку противоположный электрический заряд и так называемый «антицвет»: *антижелтый, антисиний, антикрасный*.

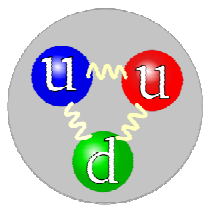


Рис. 69. Кварковая модель протона

Таким образом, принимая во внимание число «ароматов» и «цветов», получается 36 кварков и антикварков. Имеются убедительные экспериментальные доказательства их существования в связанном состоянии внутри адронов. Причем комбинации «цветов» кварков, составляющих элементарные частицы, всегда таковы, что наблюдается бесцветный образ, т. е. «цветовые заряды» адронов всегда равны нулю.

Подобно тому, как электрический заряд является источником фотонного поля, «цветовые заряды» кварков являются источниками глюонных полей. Квантами таких полей являются восемь различных глюонов. Все они – безмассовые, электрически нейтральные частицы со спином, равным 1, и отличаются друг от друга комбинациями «цветовых зарядов». Наличие «цветовых зарядов» делает их свойства необычными. В частности, силы, обусловленные обменом глюонами, растут с увеличением расстояния между взаимодействующими кварками, что, по-видимому, приводит к их «пленению» (конфайменту). Это значит, что кварки не могут удалиться друг от друга на расстояние, заметно превышающее некоторый радиус конфайнмента (порядка 1 фм). Причем «плененными» оказываются и сами глюоны. Поэтому два бесцветных состояния кварков могут удалиться друг от друга на произвольное расстояние, поскольку глюонные поля их не удерживают. В результате получается, что в реальном мире наблюдаются не свободные кварки, а их бесцветные комбинации, которые и отождествляются с адронами.

В тоже время, взаимодействия кварков через глюоны с уменьшением расстояния ослабляется. Это ведет к тому, что внутри адронов кварки можно рассматривать как свободные частицы.

В отличие от адронов, лептоны рассматриваются как элементарные частицы в буквальном смысле слова как не имеющие внутренней структуры. Интересно, что число видов лептонов (их шесть) совпадает с числом кварков, если три цвета одного и того же кварка рассматривать как одну частицу.

Таблица 4

#### Поколения частиц

Поколения	1-е	2-е	3-е	Заряд $q$
Кварки	$u$	$c$	$t$	$+2/3$
	$d$	$s$	$b$	$-1/3$
Лептоны	$e$	$\mu$	$\tau$	$-1$
	$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$	$0$

Из представленной табл. 4 видно, что каждое из поколений является как бы копией двух других. Причина существования подобных копий пока не ясна. Окружающий нас мир состоит из частиц 1-го поколения. Остальные поколения обнаружены в космическом излучении и экспериментах на ускорителях. Есть веские основания полагать, что этими тремя поколениями (вместе с ка-

либровочными бозонами) исчерпывается весь набор «фундаментальных частиц».

## 96. Основные узлы фундаментальных взаимодействий. Виртуальные частицы

В 30-е годы XX века возникла гипотеза о том, что в мире элементарных частиц взаимодействия осуществляются посредством обмена некоторой третьей частицей, которая является *квантом поля* или *переносчиком взаимодействия*. Эта гипотеза первоначально была выдвинута И. Е. Таммом и Д. Д. Иваненко. Они предположили, что фундаментальные взаимодействия возникают в результате обмена частицами, подобно тому, как ковалентная химическая связь атомов возникает при обмене валентными электронами, которые объединяются на незаполненных электронных оболочках.

Взаимодействие, осуществляемое путем обмена частицами, получило в физике название *обменного взаимодействия*. Так, например, электромагнитное взаимодействие двух электронов осуществляется путем обмена фотоном: один электрон испускает фотон, а другой – поглощает. Этот процесс показан на рис. 70, где изображены траектории двух электронов  $e_1$  и  $e_2$ , двигающихся навстречу друг другу в плоскости листа. В точке  $A$  электрон  $e_1$  испускает фотон и, в силу закона сохранения импульса, испытывает отдачу. Сохранение энергии при этом невозможно и поэтому испущенный фотон не обычный, а, так называемый, «виртуальный». В силу соотношения неопределенностей разрешено кратковременное нарушение закона сохранения энергии. Если энергия изменяется на величину  $\Delta E$ , то такие нарушения невозможно наблюдать за временные интервалы:  $\Delta t \leq \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{\hbar\omega}$ . За это время «виртуальный» фотон может пройти расстояние  $l = c \cdot \Delta t$  и, следовательно, чем дальше он уходит, тем меньше  $\Delta E$  (слабее обмен энергией между частицами). Таким образом, сила взаимодействия электронов убывает с расстоянием, что является хорошо известным свойством кулоновского взаимодействия.

В точке  $B$  «виртуальный» фотон поглощается и энергетический баланс восстанавливается. Электрон  $e_2$  при поглощении фотона также испытывает отдачу и, следовательно, оба электрона отталкиваются друг от друга. Однако не всегда при обмене фотоном возникают силы отталкивания, так как направление импульса «виртуального» фотона не обязательно совпадает с направлением импульса классического фотона.

«Виртуальные» фотоны нельзя наблюдать, но если системе сообщить дополнительную энергию, «виртуальный» фотон может оторваться от электрона и стать обычным фотоном, который со скоростью света уйдет в пространство. То

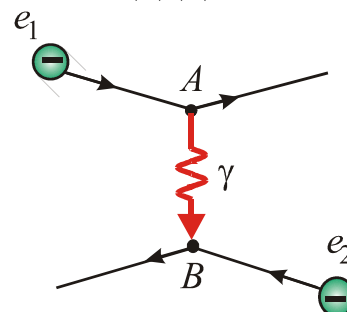


Рис. 70. Взаимодействие двух электронов

же самое можно сказать о любой виртуальной частице.

Точки  $A$  и  $B$ , в которых происходит испускание и поглощение виртуальной частицы, называют *узлами* (или вершинами). За исключением закона сохранения энергии в каждом узле выполняются все остальные законы сохранения, присущие конкретному взаимодействию.

Аналогичный подход применим и к другим взаимодействиям.

С точки зрения *квантовой хромодинамики*, сильное взаимодействие кварков внутри адронов осуществляется за счет восьми глюонов. Безмассовость глюона, казалось бы, должна дать бесконечный радиус сильного взаимодействия. Однако наличие у глюона «цветового заряда» не позволяет глюону далеко уйти от точки рождения и делает сильное взаимодействие короткодействующим. Сами же адроны взаимодействуют друг с другом уже не за счёт обмена глюонами, а за счёт обмена другими адронами, в частности, при низких энергиях наиболее сильным оказывается взаимодействие через обмен  $\pi$ -мезонами. Такое взаимодействие (которое, кстати, и удерживает нуклоны в ядрах), тоже по традиции называется сильным. Однако надо понимать, что это «остаточное» сильное взаимодействие, аналогичное ван-дер-ваальсовому взаимодействию нейтральных атомов.

Слабое взаимодействие происходит путем обмена промежуточными векторными бозонами  $W^+$ ,  $W^-$ ,  $Z^0$  – тяжелыми частицами с массами порядка 80-90 ГэВ и спинами равными 1. Эти частицы были обнаружены в 1983 году в экспериментах на ускорителе на встречных пучках протонов и антипротонов с высокой энергией. При этом  $W^\pm$ -бозоны осуществляют взаимодействие, при котором изменяется знак заряда исходной частицы, а  $Z^0$ -бозон – при котором знак не изменяется.

Ученые предполагают, что и у гравитационного взаимодействия должен быть свой переносчик – гипотетическая частица, названная *гравитоном*. Однако эта частица до сих пор не обнаружена.

## 97. Диаграммы Фейнмана

В квантовой теории существует удобный метод описания и расчета процессов взаимодействия частиц, основанный на использовании *диаграмм Фейнмана* (ДФ).

В диаграммах Фейнмана физическому процессу сопоставляется его графическая схема. Каждой участвующей в процессе частице соответствует линия. Обычно линии фермионов – тонкие прямые линии. Линии бозонов изображают либо волнистыми, либо штриховыми прямыми. Частицам, не являющимся бесструктурными, сопоставляются на диаграммах пучки параллельных линий. Линии, один из концов которых свободен, соответствуют свободным частицам. Направление распространения частиц и античастиц задается в виде стрелок: направление стрелок на линиях античастиц противоположно направлениям стрелок на линиях частиц. Каждому элементу диаграммы соответствуют определенные множители в расчете амплитуды вероятности.

Взаимодействие частиц на диаграмме изображается вершиной (или узлом), в котором сходятся две фермионных и одна бозонная линии. Элементарные узлы всех фундаментальных взаимодействий рисуют на уровне фундаментальных частиц, т. е. на кварк-лептонном уровне. На этом же уровне изображают и все диаграммы процессов в мире частиц, которые являются комбинациями элементарных узлов. Типичные элементарные узлы взаимодействий показаны на рис. 71.

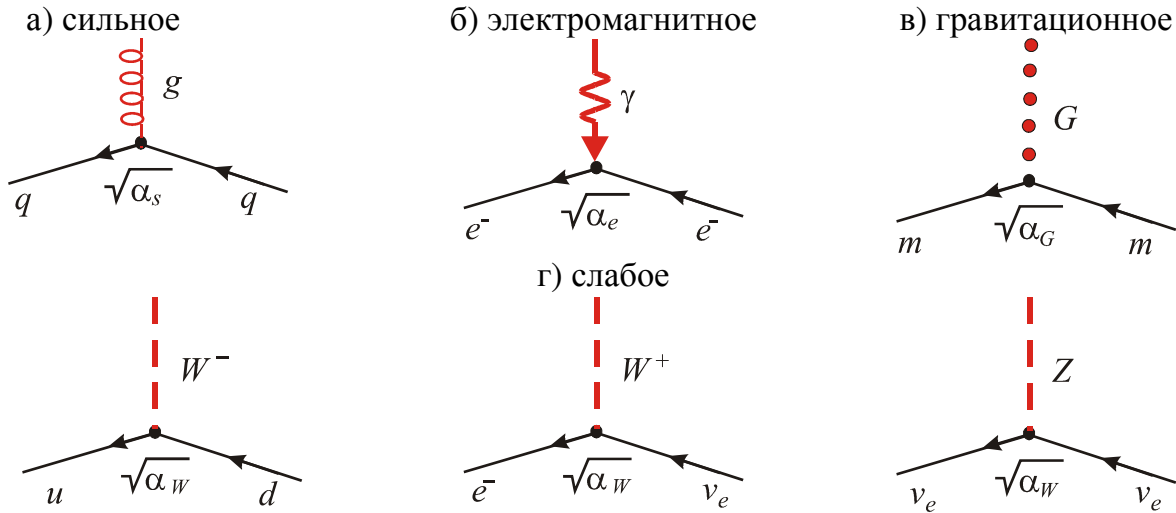


Рис. 71. Узлы фундаментальных взаимодействий

Для слабого взаимодействия в качестве примера приведены узлы трех конкретных процессов (рис. 71, *г*):  $d \rightarrow u + W^-$ ,  $\nu_e \rightarrow e^- + W^+$ ,  $\nu_e \rightarrow \nu_e + Z^0$ . Узлы слабых взаимодействий других возможных процессов строятся аналогично. Буквой  $q$  (рис. 71, *а*) обозначен кварк. На месте электрона в узле электромагнитного взаимодействия (рис. 71, *б*) может быть любой заряженный лептон. Заменяя на диаграмме все частицы на античастицы, можно получить диаграмму процесса с участием античастиц.

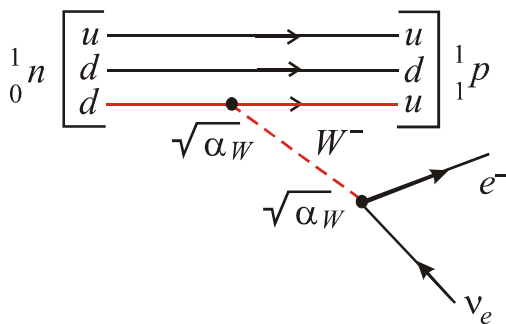


Рис. 72. Распад нейтрона

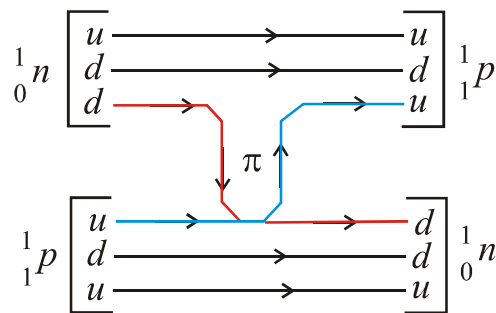


Рис. 73. Взаимодействие нейтрона и протона

На рис. 72 для примера представлена диаграмма распада нейтрона ( $\beta$ -распад) на кварк-лептонном уровне, происходящего по схеме:  $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e$ . По-существу – это распад в нём  $d$ -кварка по той же самой схеме:  $d \rightarrow u + e^- + \tilde{\nu}_e$ , поскольку  $d$ -кварк несколько тяжелее  $u$ -кварка. Мы знаем,

что  $\beta$ -распад происходит за счет слабого взаимодействия. Следовательно, в нем должен участвовать промежуточный бозон. В соответствии с этим, распад нейтрона в действительности представляет собой двухступенчатый процесс:  $n \rightarrow p + W^-$ , а затем  $W^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e$ .

На рис. 73 показана диаграмма сильного взаимодействия нейтрона и протона, происходящего за счет обмена  $\pi$ -мезоном.

Следует отметить, что на диаграммах обычно не указываются глюоны, так как обмен ими, в силу большой величины константы взаимодействия  $\alpha_s$ , происходит часто и различными способами. Другие калибровочные бозоны ( $\gamma$ ,  $W^\pm$ ,  $Z^0$  и гравитон) всегда указываются, так как обычно происходит однократный обмен этими частицами (следствие малости констант  $\alpha_E$ ,  $\alpha_W$  и  $\alpha_G$ ).

## 98. Сбегающиеся константы. Великое объединение

Константы взаимодействий  $\alpha_i$ , строго говоря, не являются константами, а зависят от энергии. Величины, обратные константам взаимодействия, т. е.  $1/\alpha_i$ , согласно теории, зависят от энергии логарифмически. И если константы различных взаимодействий сильно различаются при низких энергиях, то с ростом энергии сближаются и в конце концов «сбегаются» в одну точку при энергиях  $10^{15} - 10^{16}$  ГэВ к общему значению  $\alpha \approx 1/40$ . В этой точке вместо сильного, электромагнитного и слабого взаимодействий возникает единое взаимодействие.

В настоящее время считается доказанным, что единое поле, объединяющее все виды взаимодействия, может существовать только при чрезвычайно больших энергиях частиц, недостижимых на современных ускорителях. Такими большими энергиями частицы могли обладать только на самых ранних этапах существования Вселенной, которая возникла в результате так называемого *Большого взрыва* (Big Bang). Предполагается, что Большой взрыв произошел 18 млрд лет тому назад. В первый период после взрыва температура могла достигать  $10^{32}$  К, а энергия частиц  $E = kT$  достигать значений  $10^{19}$  ГэВ. В этот период материя существовала в форме кварков и нейтрино, при этом все виды взаимодействий были объединены в единое силовое поле. Постепенно, по мере расширения Вселенной, энергия частиц уменьшалась, и из единого поля взаимодействий сначала выделилось гравитационное взаимодействие (при энергиях частиц  $\leq 10^{19}$  ГэВ), затем сильное взаимодействие отделилось от электрослабого (при энергиях порядка  $10^{14}$  ГэВ), а при энергиях порядка  $10^3$  ГэВ все четыре вида фундаментальных взаимодействий оказались разделенными. Одновременно с этими процессами шло формирование более сложных форм материи – нуклонов, лёгких ядер, ионов, атомов и т. д.

## Контрольные вопросы

- Какова природа первичного и вторичного космического излучений?
- Приведите схемы распада мюонов.
- Приведите примеры распада  $\pi$ -мезонов. Дайте характеристику  $\pi$ -мезонам.
- Какие фундаментальные типы взаимодействий осуществляются в природе и как их можно охарактеризовать?
- Какие законы сохранения выполняются для всех типов взаимодействий элементарных частиц?
- Какие характеристики являются для частиц и античастиц одинаковыми? Какие - разными?
- Какие имеются группы элементарных частиц?
- Каким элементарным частицам и почему приписывают лептонное и барионное число? В чем заключаются законы их сохранения?
- Что такое странность элементарных частиц?
- Какие законы сохранения выполняются при сильных взаимодействиях элементарных частиц, а какие при слабых взаимодействиях?
- Зачем нужна гипотеза о существовании кварков? Что объясняется с ее помощью? В чем ее трудность?
- Почему потребовалось введение таких характеристик кварков, как цвет и странность?

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### *Основная литература*

*Савельев И. В.* Курс общей физики: уч. пособие для вузов. Т. 3. М.: Изд-во «Лань», 2009. 527 с.

*Трофимова Т. И.* Курс физики: уч. пособие для вузов. М.: Высшая школа, 2003. 541 с.

### *Дополнительная литература*

*Волькенштейн В. С.* Сборник задач по общему курсу физики: уч. пособие для вузов. 12-е изд., испр. / под ред. И. В. Савельева. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. 400 с.

*Ивлиев А. Д.* Физика: уч. пособие. СПб.: Лань, 2008. 672 с.

*Яворский Б. М., Детлаф А. А., Лебедев А. К.* Справочник по физике для инженеров и студентов вузов. М.: Изд-во «Оникс», 2008. 1056 с.

## СПИСОК ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

1. Определение коэффициента преломления жидкостей при помощи рефрактометра.
2. Определение радиуса кривизны линзы при помощи колец Ньютона.
3. Определение длины световой волны с помощью дифракционной решетки.
4. Изучение явления поляризации света. Закон Брюстера.
5. Определение концентрации сахарного раствора при помощи полутенового поляриметра.
6. Измерение яркостной температуры с помощью оптического пирометра.
7. Исследование фотоэффекта.
8. Определение постоянных Ридберга и Планка спектроскопическим методом.
9. Изучение спектров атомов ртути и неона, определение экранированного заряда ядра атома неона.
10. Определение постоянной Планка с помощью полупроводникового лазера.
11. Изучение выпрямляющего действия электронно-дырочного перехода.
12. Изучение работы биполярного транзистора.
13. Определение работы выхода электронов из металла.
14. Исследование характеристик газоразрядного счетчика.
15. Определение максимальной энергии и коэффициента поглощения бета-излучения.
16. Определение длины свободного пробега и энергии альфа-частиц.