

Министерство образования Российской Федерации
Уральская государственная горно-геологическая
академия

О. В. Садырева, Л. Н. Лукашевич, И. А. Келарева, Н. А. Шварте

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ

ЕКАТЕРИНБУРГ

2004

Уральская государственная горно-геологическая академия

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
института геологии и геофизики
“ “_____ 2004 г.
Председатель комиссии
_____ проф. В. И. Бондарев

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ

Молекулярная физика и термодинамика: Учебно-методическое пособие к решению задач по физике для студентов всех направлений / О. В. Садырева, Л. Н. Лукашевич, И. А. Келарева, Н. А. Шварте. Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 2004. 68 с.

В пособии приведены примеры решения задач по физике и задачи для самостоятельного решения. Примеры сопровождаются краткими сведениями из областей технической термодинамики, рудничной вентиляции, горной техники и др. Тексты задач взяты из задачников по общему курсу физики, молекулярной физике, горной механике и др. Решение таких задач позволяет студентам научиться применять основные физические законы к самым разнообразным конкретным условиям. Все это способствует не только усвоению курса общей физики, но и знакомству с некоторыми теоретическими познаниями по спецпредметам.

Пособие предназначено для преподавателей кафедры физики и студентов всех направлений. Обозначения величин соответствуют общепринятым.

Методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры физики 10 февраля 2003 года (протокол № 4) и рекомендовано для издания в УГГГА.

Рецензент – Е. В. Коророва, ст. преп.

© Садырева О. В., Лукашевич Л. Н.,
Келарева И. А., Шварте Н. А., 2004

© Уральская государственная
горно-геологическая
академия, 2004

СОДЕРЖАНИЕ

	с.
1. ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ	3
<i>Примеры решения задач</i>	3
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	20
2. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА	27
<i>Примеры решения задач</i>	27
3. ТЕРМОДИНАМИКА	34
<i>Примеры решения задач</i>	34
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	46
4. РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ, НАСЫЩЕННЫЕ ПАРЫ	50
<i>Примеры решения задач</i>	50
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	63
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	66

1. ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Примеры решения задач

1.1

При авариях на газопроводах труба обычно разрывается по образующей, а не по окружности. Объясните это явление.

Решение

Пусть избыточное давление внутри трубопровода равно p . По закону Паскаля оно по всем направлениям одинаково.

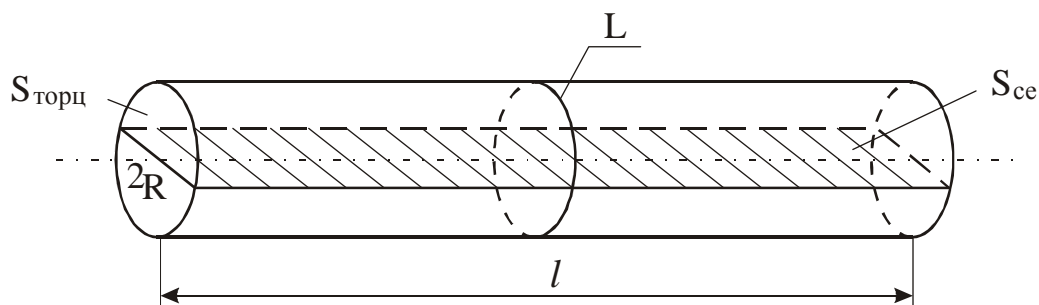


Рис. 1

Сила, приходящаяся на единицу длины линии L разрыва поперек трубы (рис. 1),

$$F_1 = \frac{p \cdot S_{\text{торца}}}{L} = \frac{p\pi R^2}{2\pi R} = \frac{pR}{2}.$$

Сила, приходящаяся на единицу длины линии разрыва в сечении, проходящем через ось трубы,

$$F_2 = \frac{p \cdot S_{\text{сеч}}}{2l + 4R} \approx \frac{p \cdot 2Rl}{2l} = pR.$$

Сила F_2 в два раза больше, чем F_1 , действующая поперек трубы.

1.2

Определить среднюю плотность сжатого воздуха в рудничной воздухопроводной сети, если давление воздуха в компрессоре $7 \cdot 10^5$ Па, а давление воздуха у воздухоприемников $6 \cdot 10^5$ Па. Температура воздуха в начале и конце сети равна 27°C и 7°C . Масса моля воздуха $0,029$ кг/моль.

$$p_1 = 7 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$p_2 = 6 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$t_1 = 27^\circ\text{C}; T_1 = 300 \text{ К}$$

$$t_2 = 7^\circ\text{C}; T_2 = 280 \text{ К}$$

$$\mu = 0,029 \text{ кг/моль}$$

$$\bar{\rho} - ?$$

Решение

Для определения плотности воздуха используем уравнение Менделеева-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

из которого следует, что плотность

$$\bar{\rho} = \frac{m}{V} = \frac{\bar{p}\mu}{R \cdot \bar{T}} = \frac{(p_1 + p_2) \cdot \mu}{R(T_1 + T_2)},$$

где $\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2}, \quad \bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2}.$

Средняя плотность сжатого воздуха

$$\bar{\rho} = \frac{(7 + 6) \cdot 10^5 \cdot 0,029 \text{ кг}}{8,31 \cdot (300 + 280) \text{ м}^3} = 7,8 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Уравнение состояния идеальных газов используется при расчетах шахтных компрессорных и вентиляционных установок.

1.3

Шахта глубиной 224 м пробурена в склоне горы и имеет горизонтальный выход (рис. 2). Температура атмосферного воздуха 0°C , средняя температура воздуха внутри шахты 14°C . Вертикальный ствол шахты имеет сечение $3,5 \text{ м}^2$. Какую силу нужно приложить к невесомой заслонке, чтобы за-

крыть сверху вертикальный ствол? Давление воздуха на уровне горизонтального ствола шахты 10^5 Па. Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$h = 224 \text{ м}$$

$$t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}; T = 273 \text{ К}$$

$$t = 14 \text{ }^\circ\text{C}; T = 287 \text{ К}$$

$$S = 3,5 \text{ м}^2$$

$$p_0 = 10^5 \text{ Па}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$F - ?$$

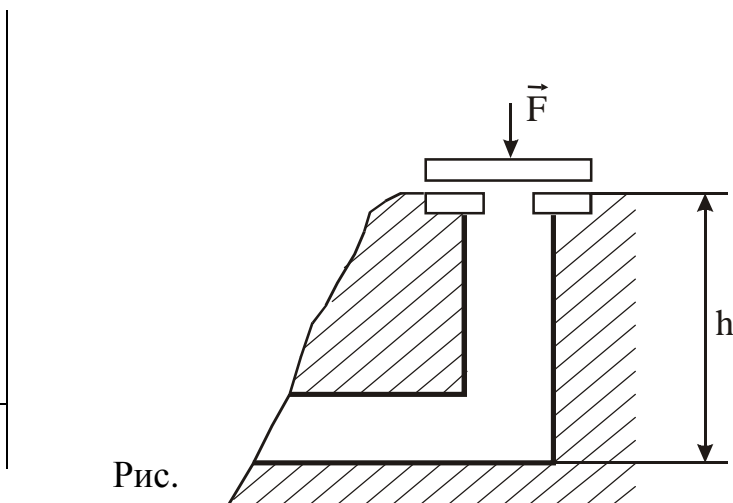


Рис.

2

Решение

Поскольку горизонтальный ствол шахты сообщается с атмосферой, давление воздуха здесь равно атмосферному. В верхней части шахты (под заслонкой) давление воздуха

$$p_1 = p_0 - \rho_1 g h,$$

где ρ_1 - плотность воздуха внутри шахты.

Аналогичным образом давление воздуха над заслонкой

$$p_2 = p_0 - \rho_2 g h,$$

где ρ_2 - плотность атмосферного воздуха.

При написании соотношений предполагалось, что плотности воздуха ρ_1 и ρ_2 не меняются заметным образом при изменении высоты на величину h . Это предположение справедливо, если изменения давления с высотой (т. е. $\rho_1 g h$ и $\rho_2 g h$) малы по сравнению с давлением p_0 .

Плотности воздуха ρ_1 и ρ_2 могут быть определены из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$\rho_1 = \frac{\mu p_0}{RT}, \quad \rho_2 = \frac{\mu p_0}{RT_0}.$$

Разность давлений

$$p_1 - p_2 = gh \frac{\mu p_0}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) = gh \frac{\mu p_0}{RT_0} \left(1 - \frac{T_0}{T} \right).$$

Для силы, действующей на заслонку, получаем:

$$F' = S(p_1 - p_2) = ghS \frac{\mu p_0}{RT_0} \left(1 - \frac{T_0}{T} \right).$$

Выполним расчеты

$$F' = 10 \cdot 224 \cdot 3,5 \cdot 0,029 \cdot \frac{10^5}{8,31 \cdot 273} \left(1 - \frac{273}{287} \right) \text{ Н} = 500 \text{ Н}.$$

Эта сила направлена вверх, так как $p_1 > p_2$. Для удержания заслонки в равновесии к ней нужно приложить внешнюю силу F , направленную вниз и равную по модулю силе F' .

1.4

Установка, обеспечивающая работу отбойных молотков в забое, накачивает в компрессор $0,2 \text{ м}^3$ атмосферного воздуха в секунду и повышает его давление до $5 \cdot 10^6 \text{ Па}$. Сколько отбойных молотков может работать от этой установки одновременно, если каждый из них расходует в секунду 100 см^3 сжатого воздуха. Атмосферное давление 10^5 Па .

$$V_1 = 0,2 \text{ м}^3$$

$$t = 1 \text{ с}$$

$$p_1 = 10^5 \text{ Па}$$

$$p_2 = 5 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$V_0 = 10^{-4} \text{ м}^3$$

$$n - ?$$

Решение

Согласно закону Бойля-Мариотта, для данной массы газа при неизменной температуре произведение объема на давление есть величина постоянная.

Применив этот закон к двум состояниям воздуха, получаем

$$p_1 V_1 = p_2 V_2,$$

где $V_2 = nV_0$ - объем воздуха, необходимый для работы n молотков.

Количество молотков

$$n = \frac{p_1 V_1}{p_2 V_0} = \frac{10^5 \cdot 0,2}{5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4}} = 40.$$

На законе Бойля-Мариотта основаны: принцип действия дистанционного уровнемера для автоматического контроля уровня промывочной жидкости при бурении скважин; принцип действия шахтного самоспасателя; снабжение сжатым газом из баллона калориметрической бомбы и др.

1.5

Наружный воздух поступает через вентиляционную камеру в туннель метрополитена, предварительно подогреваясь от -23°C до 27°C . Во сколько раз изменяется при этом объем воздуха? Определить кинетическую энергию одной молекулы, одного моля и одного килограмма воздуха при температуре 27°C .

$$t_1 = -23^\circ\text{C}; T_1 = 250\text{ K}$$

$$t_2 = 27^\circ\text{C}; T_2 = 300\text{ K}$$

$$i = 5$$

$$V_2/V_1 - ?$$

$$E_1, E_\mu, U - ?$$

Решение

При изобарическом процессе отношение объема данной массы газа к абсолютной температуре есть величина постоянная (закон Гей-Люссака).

$$\frac{V}{T} = \text{const.}$$

Для двух состояний газа

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1},$$

отсюда

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{300}{250} = 1,2.$$

Кинетическая энергия одной молекулы.

$$E_1 = \frac{k i T_2}{2}$$

где $i = 5$ - число степеней свободы;

k - постоянная Больцмана, равная $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

$$E_1 = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 5 \cdot 300}{2} \text{ Дж} = 10^{-20} \text{ Дж}.$$

Энергия одного моля воздуха

$$E_{\mu} = \frac{k i T_2 N_A}{2} = \frac{R i T_2}{2}.$$

где $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ - постоянная Авогадро;

$k \cdot N_A = R = 8,31$ Дж/(моль·К) - универсальная газовая постоянная.

Внутренняя энергия одного килограмма воздуха

$$U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{R i T_2}{2}.$$

$$U = \frac{1 \cdot 5 \cdot 8,31 \cdot 300}{0,029 \cdot 2} \text{ Дж} = 2,2 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Для расчета объема воздуха, потребного для вентиляции метрополитенов, необходимо учитывать следующие факторы: пыль, которая возникает в процессе эксплуатации метрополитенов, является следствием износа тормозных колодок, колес подвижного состава, рельсов, а также выветривания основания пути и отделки туннелей. Значительными источниками пылеобразования являются грязь и пыль, заносимые пассажирами с улицы на одежде и

обуви.

1.6

Мегатонная бомба взрывается в подземной полости радиусом 100 м.

а) Каким будет давление в полости, если при взрыве бомбы выделяется энергия $4 \cdot 10^{15}$ Дж? б) Полость прорвется наружу, если давление в ней окажется выше давления окружающей породы. Если плотность породы $3 \cdot 10^3$ кг/м³, то на какой глубине должна находиться эта полость?

$$\rho = 3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$E_k = 4 \cdot 10^{15} \text{ Дж}$$

$$R = 100 \text{ м}$$

а) p - ?

б) h - ?

Решение

а) Согласно основному уравнению кинетической теории газов давление, производимое газом, численно равно двум третям средней кинетической энергии поступательного движения молекул в единице объема V .

$$p = \frac{2 E_k}{3 V},$$

где $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ - объем подземной полости.

$$p = \frac{E_k}{2 \pi R^3} = \frac{4 \cdot 10^{15}}{2 \cdot 3,14 \cdot 10^6} \text{ Па} = 6,4 \cdot 10^8 \text{ Па.}$$

б) Используя связь давления породы с глубиной, получим

$$h = \frac{p}{\rho g}.$$

$$h = \frac{6,4 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^3 \cdot 9,8} \text{ м} = 2,2 \cdot 10^4 \text{ м} = 22 \text{ км.}$$

Подземные ядерные взрывы применялись для создания подземных газохранилищ и нефтехранилищ, для увеличения трещиноватости горных пород в целях возбуждения притока нефти на старых и отработанных месторо-

ждениях, для добычи руды и других полезных ископаемых.

1.7

Вычислить среднюю температуру продуктов взрыва 1 кг нитроглицерина, являющегося составной частью ряда взрывчатых веществ, если удельная теплота взрыва $6,2 \cdot 10^6$ Дж/кг, молярная теплоемкость газовой смеси 46 Дж/(моль·К), начальная температура 0 °С, удельный объем 0,6 л/кг. Чему равно среднее давление при детонации? Состав газовых продуктов после взрыва таков: $C_3H_5(ONO_2)_3 = 3 CO_2 + 2,5 H_2O + 1,5 N_2 + 0,25 O_2$.

$$q = 6,2 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$C_V^\mu = 46 \text{ Дж/(моль·К)}$$

$$t_1 = 0 \text{ °С}; T_1 = 273 \text{ К}$$

$$V = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{кг}$$

$$\mu_1 = 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\mu_2 = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\mu_3 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\mu_4 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\bar{T}_2 - ?$$

$$\bar{p} - ?$$

Решение

Для проведения расчетов \bar{p} и \bar{T}_2 необходимо найти молярную массу смеси после взрыва

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{m}{\nu} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4} = \\ &= \frac{\nu_1 \mu_1 + \nu_2 \mu_2 + \nu_3 \mu_3 + \nu_4 \mu_4}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{(3 \cdot 44 + 2,5 \cdot 18 + 1,5 \cdot 28 + 0,25 \cdot 32) \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{(3 + 2,5 + 1,5 + 0,25) \text{ моль}} = \\ &= 31,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}. \end{aligned}$$

Теплота взрыва $Q = q \cdot m$. Считаем, что взрыв происходит мгновенно и заканчивается в начальном объеме взрывчатых веществ. При изохорическом процессе подведенное к системе тепло идет на изменение внутренней энергии

$$Q = \Delta U, \quad qm = \frac{m}{\mu} C_V^\mu \Delta T,$$

откуда

$$\Delta T = \frac{q \cdot \mu}{C_V \mu} = \frac{6,2 \cdot 10^6 \cdot 31,3 \cdot 10^{-3}}{46} \text{ К} = 4,2 \cdot 10^3 \text{ К}.$$

$$\bar{T}_2 = T_1 + \Delta T = (273 + 4200) \text{ К} = 4473 \text{ К}.$$

Среднее давление при детонации находим из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$\bar{p} = \frac{m R \bar{T}_2}{\mu V} = \frac{1 \cdot 8,31 \cdot 4473}{31,3 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6 \cdot 10^{-3}} \text{ Па} \approx 2 \cdot 10^9 \text{ Па}.$$

Табличное значение собственного объема, занимаемого молекулами воздуха, составляет $V_0 = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. С учетом V_0 давление получается в 3 раза больше

$$\bar{p} = \frac{m R T_2}{\mu (V - V_0)} = \frac{1 \cdot 8,31 \cdot 4473}{31,3 \cdot 10^{-3} \cdot (0,6 - 0,4) \cdot 10^{-3}} \text{ Па} \approx 6 \cdot 10^9 \text{ Па}.$$

Объем V_0 нужно учитывать при сильно сжатых газах.

Нитроглицерин в чистом виде не используется из-за его высокой чувствительности к механическим ударам, к температуре. Он является составной частью динамита (65 %), гремучего студня (93 %) и др. Нитроглицерин относится к бризантным взрывчатым веществам, которые являются средствами взрывной отбойки в камнедобывающей промышленности, а также используются при рыхлении горных пород в строительстве, при глубоком бурении, подводных взрывных работах.

Взрывы применяются при разведке месторождений и добыче полезных ископаемых открытым и подземным способом, сооружении подземных емкостей для хранения жидких и газообразных продуктов, строительстве дорог, каналов, при добыче нефти и газа.

1.8

Каким будет наибольшее давление, развивающееся при взрыве метана CH_4 , содержащегося в избыточном количестве в воздухе внутри замкнутого пространства, если известно, что температура, до которой бываюи нагреты в первый момент газообразные продукты взрыва, достигает 2630°C , температура газа до взрыва 17°C , а давление равно атмосферному. Определить среднюю арифметическую скорость, среднюю квадратичную и наиболее вероятную скорости молекул метана при температуре 2630°C .

Какая часть молекул метана при температуре взрыва обладает скоростями, отличающимися от наиболее вероятной скорости не более чем на ± 50 м/с (рис.3)?

$$t_1 = 17^\circ\text{C}; T_1 = 290\text{ K}$$

$$t_2 = 2630^\circ\text{C}; T_2 = 2903\text{ K}$$

$$p_1 = 10^5\text{ Па}$$

$$\mu = 0,016\text{ кг/моль}$$

$$\Delta v = 100\text{ м/с}$$

$$\Delta N/N - ?$$

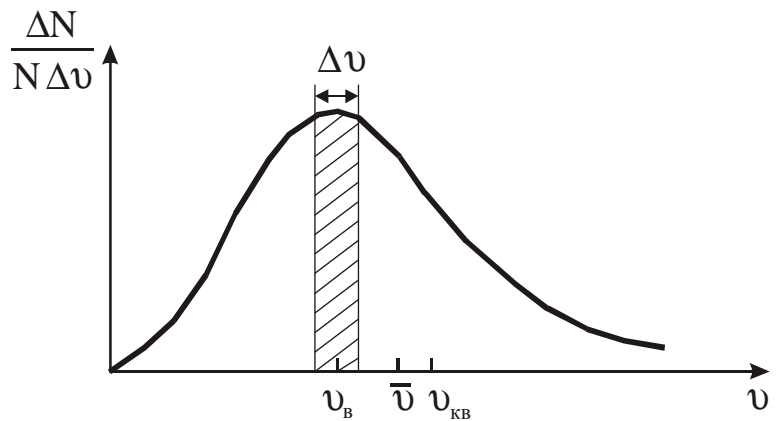


Рис. 3

Решение

При постоянном объеме отношение давления данной массы газа к абсолютной температуре есть величина постоянная.

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Давление газа при взрыве

$$p_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{T_1} = 10^5 \cdot \frac{2903}{290}\text{ Па} = 10^6\text{ Па}.$$

Средняя арифметическая скорость

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT_2}{\pi\mu}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 2903}{3,14 \cdot 0,016} \frac{\text{М}}{\text{с}}} \approx 2,0 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

Средняя квадратичная скорость

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3RT_2}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 2903}{0,016} \frac{\text{М}}{\text{с}}} \approx 2,1 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

Наиболее вероятная скорость

$$v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2RT_2}{\mu}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,31 \cdot 2903}{0,016} \frac{\text{М}}{\text{с}}} \approx 1,7 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

Распределение молекул по скоростям выражается уравнением

$$\Delta N = N f(u) \Delta u,$$

где N - общее число молекул;

$f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-u^2} \cdot u^2$ - функция распределения Максвелла;

$u = v/v_{\text{в}}$ - относительная скорость;

$\Delta u = \Delta v/v_{\text{в}}$ - интервал относительной скорости.

По условию задачи $v = v_{\text{в}}$, поэтому $u = 1$. Доля молекул, относительные скорости которых лежат в интервале ΔU ,

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-1} \cdot \frac{\Delta v}{v_{\text{в}}} = \frac{4}{\sqrt{3,14} \cdot 2,7} \cdot \frac{100}{1,7 \cdot 10^3} \approx 0,05.$$

На графике (см. рис. 3) эта часть молекул изображается площадью заштрихованной фигуры.

Метан приносит горнякам немало бед и неприятностей. Вырываясь из каменных тисков, где он находился под огромным давлением, метан в смеси с воздухом выделяет при взрыве колоссальную энергию и сметает все вокруг.

Когда-то в шахтах были специальные газожеги. Они надевали тулуп и с горящим факелом в руках пробирались в самые дальние выработки. Гремели взрывы, часто газожеги не возвращались обратно. Затем стали применять принудительное проветривание горных выработок.

Оказалось, что в борьбе с метаном может помочь вода. Попадая в угольный пласт, она закупоривает поры, в которых находился газ, смачивает взрывоопасную угольную пыль.

Газообразный метан, скапливающийся в угольных шахтах, могут поедать некоторые «сорта» микроорганизмов. Если бактерии поместить в среду, на 99 % состоящую из метана, то за неделю они способны «съесть» 15 % газа. Можно в специальных контейнерах разводить эту биокультуру и заполнять ею шахты.

1.9

В шахтах для подогрева холодного воздуха в зимнее время используются калориферы, обогреваемые паром. Холодный воздух, поступающий в шахту в количестве 39 кг в секунду при температуре $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$, смешивают при постоянном давлении 740 мм рт. ст. с нагретой в калорифере до $+71\text{ }^{\circ}\text{C}$ порцией воздуха массой m_2 так, чтобы смесь имела температуру $+2\text{ }^{\circ}\text{C}$, и нагнетают (рис. 4) в ствол шахты с помощью вентилятора. а) Какова масса m_2 нагретого воздуха, перемещаемого в секунду калориферным вентилятором? б) Какой объем занимает воздух массой m_2 , поступающий через калорифер, при температурах t_1, t_2, t_3 ?

$m_1 = 39 \text{ кг}$
 $\tau = 1 \text{ с}$
 $t_1 = -25 \text{ }^\circ\text{C}; \quad T_1 = 248 \text{ К}$
 $t_2 = +70 \text{ }^\circ\text{C}; \quad T_2 = 343 \text{ К}$
 $t_3 = +2 \text{ }^\circ\text{C}; \quad T_3 = 275 \text{ К}$
 $p = 740 \text{ мм рт. ст.} = 0,99 \cdot 10^5 \text{ Па}$
 $\mu = 0,029 \text{ кг/моль}$

а) m_2 - ?

б) V_1, V_2, V_3 - ?

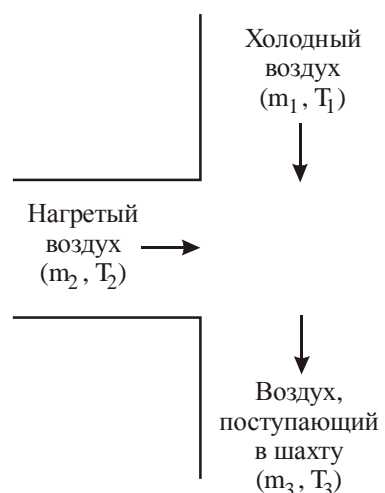


Рис. 4

Решение

а) Массу нагретого воздуха m_2 определяем из уравнения теплового баланса

$$Q_1 = Q_2,$$

где $Q_1 = m_1 C_p (T_3 - T_1)$ - количество теплоты, получаемое холодным воздухом при нагревании; $Q_2 = m_2 C_p (T_2 - T_3)$ - количество теплоты, отдаваемое нагретым воздухом при охлаждении; C_p - удельная теплоемкость при постоянном давлении.

$$m_2 = \frac{m_1 (T_3 - T_1)}{T_2 - T_3} = \frac{39 \cdot (275 - 248)}{(343 - 275)} \text{ кг} = 15,5 \text{ кг}.$$

б) Объем воздуха при нагревании при постоянном давлении изменяется по закону Гей-Люссака

$$V = V_0 \frac{T}{T_0}.$$

Объем воздуха при $T_0 = 273 \text{ К}$ найдем из уравнения Менделеева-Кла-

пейрона

$$V_0 = \frac{m_2 R T_0}{\mu p} = \frac{15,5 \cdot 8,31 \cdot 273}{0,029 \cdot 0,99 \cdot 10^5} \text{ м}^3 = 12,2 \text{ м}^3.$$

Определяем, какой объем занимает воздух массой m_2 при температурах T_1 , T_2 и T_3 .

$$V_1 = \frac{V_0 T_1}{T_0} = \frac{12,2 \cdot 248}{273} \text{ м}^3 = 11,1 \text{ м}^3;$$

$$V_2 = \frac{V_0 T_2}{T_0} = \frac{12,2 \cdot 343}{273} \text{ м}^3 = 15,3 \text{ м}^3;$$

$$V_3 = \frac{V_0 T_3}{T_0} = \frac{12,2 \cdot 275}{273} \text{ м}^3 = 12,3 \text{ м}^3.$$

1.10

Первые шаги в большие глубины сделаны геологами на Кольском полуострове. Рассчитать, пользуясь барометрической формулой, каким будет давление воздуха на глубине 15 км, считая температуру неизменной, равной 27 °С, а ускорение свободного падения не меняющимся с глубиной и равным 9,8 м/с². Атмосферное давление на поверхности Земли равно 10⁵ Па.

$$p_0 = 10^5 \text{ Па}$$

$$t = 27 \text{ °С}; T = 300 \text{ К}$$

$$h = -15 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$p_h - ?$$

Решение

Давление воздуха на глубине h от поверхности Земли согласно барометрической формуле

$$p_h = p_0 e^{-(\mu g h) / RT},$$

где $\mu = 0,029$ кг/моль, $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

$$\ln \frac{p_h}{p_0} = -\frac{\mu g h}{RT} = \frac{29 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 15 \cdot 10^3}{8,31 \cdot 300} = 1,7.$$

По таблице логарифмов находим

$$p_h/p_0 = 5,5; \quad p_h = 5,5 p_0 = 5,5 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Глубокие скважины помогают понять общие закономерности глубинного строения, выяснить геологическую структуру изучаемых районов, открыть и оконтурить залежи полезных ископаемых. В скважины на специальных кабелях опускают приборы, которые ощупывают стенки стволов, измеряют температуру и давление, исследуют электрические и магнитные свойства горных пород, их химический состав, радиоактивность, улавливают излучение атомных ядер, элементарные частицы.

Приборы, посланные вниз по узкому и длинному пути, должны быть крепкими, чтобы выдерживать все удары, быть безразличными к высоким температурам и давлениям, выносливыми и очень чувствительными. Стандартные приборы обычно рассчитаны на давление в 1000 раз больше атмосферного, на температуру более 150 °С. В Кольской сверхглубокой на глубине 9 км температура около 200 °С, давление в 1200÷1300 раз больше атмосферного. В такой обстановке перестают надежно работать многие элементы приборов. Датчики выходят из строя, посылают наверх искаженные показания. Для глубокого каротажа требуются приборы, сделанные из тех же материалов и элементов, что и для космических автоматических аппаратов.

Забой сверхглубокой скважины на глубине 15 км предполагается использовать для размещения наручных приборов с целью измерения под мощной толщей горных пород потока частиц космического излучения, обладающих высокими энергиями. Полагают также, что только в такой скважине будет возможно экспериментальное подтверждение гипотезы о существовании гравитационных волн.

1.11

Какова плотность воздуха в шахте при наличии в нем безвредного количества углекислого газа и метана, если давление и температура равны 10^5 Па и 10°C ? Принять, что шахтный воздух состоит из 75,5 % N_2 , 23 % O_2 , 1 % CH_4 , 0,5 % CO_2 .

$$p = 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 283 \text{ К}$$

$$\mu_1 = 0,028 \text{ кг/моль}$$

$$\mu_2 = 0,032 \text{ кг/моль}$$

$$\mu_3 = 0,016 \text{ кг/моль}$$

$$\mu_4 = 0,044 \text{ кг/моль}$$

$$m_1/m = 0,755$$

$$m_2/m = 0,230$$

$$m_3/m = 0,010$$

$$m_4/m = 0,005$$

$$\rho - ?$$

Решение

По закону Дальтона давление смеси газов равно сумме парциальных давлений всех газов, входящих в состав смеси,

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + p_4,$$

где p_1, p_2, p_3, p_4 – парциальные давления азота, кислорода, метана и углекислого газа, т.е. те давления, которые они производили бы, занимая порознь весь объем при той же температуре. Выражая эти давления из уравнения Менделеева-Клапейрона, получим

$$p = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \frac{m_3}{\mu_3} + \frac{m_4}{\mu_4} \right) \frac{RT}{V}.$$

Подставляя из этого уравнения объем смеси в выражение для плотности, найдем

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m \cdot p}{\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \frac{m_3}{\mu_3} + \frac{m_4}{\mu_4} \right) RT}.$$

Разделим числитель и знаменатель правой части на массу смеси, тогда

$$\rho = \frac{p}{\left(\frac{m_1}{m \cdot \mu_1} + \frac{m_2}{m \cdot \mu_2} + \frac{m_3}{m \cdot \mu_3} + \frac{m_4}{m \cdot \mu_4} \right) RT} =$$

$$= \frac{10^5}{\left(\frac{0,755}{0,028} + \frac{0,230}{0,032} + \frac{0,010}{0,016} + \frac{0,005}{0,044} \right) \cdot 8,31 \cdot 283} \text{ кг/м}^3 = 1,22 \text{ кг/м}^3.$$

Воздух шахт может содержать вредные и взрывчатые газы. К ним относятся углекислый газ и метан. Углекислый газ бесцветен, легко растворяется в воде, не поддерживает дыхания и горения, имеет плотность 1,98 кг/м³ (при нормальных условиях). Безвредным для здоровья людей считается содержание CO₂ в воздухе 0,5 %.

Метан бесцветен, без вкуса и запаха, при нормальных условиях имеет плотность 0,72 кг/м³. Начиная с концентрации 5 % и выше, метан в воздухе может гореть при температуре 650÷750 °С. При концентрации выше 6 % смесь метана и воздуха становится взрывчатой. Взрыв наибольшей силы происходит при содержании метана в воздухе 9,5 %. Взрывные работы при проходке выработок ведутся только при концентрации CH₄ менее 1 %.

Непосредственно в шахте процентное содержание углекислого газа и метана можно измерить шахтным интерферометром.

По правилам безопасности требуется, чтобы воздух действующих выработок шахт содержал кислорода не меньше 20 %. Такое требование вполне оправдывается тем, что в подземных выработках нет солнечного света, биологическое и санитарно-гигиеническое значение которого очень велико.

В условиях подземных работ при содержании кислорода 17 % уже начинается одышка и сердцебиение, а падение концентрации ниже 12 % следует считать смертельно опасным.

Иногда горнорабочим и водолазам приходится дышать воздухом под давлением выше атмосферного в 4-5 раз. Это имеет место при проходке шахт по сильно водоносным породам при помощи сжатого воздуха при кессонных

работах. В шахту (кессон) нагнетают воздух при таком давлении, чтобы вода уходила в породы и забой оставался сухим. При нахождении людей под давлением выше атмосферного кровь и ткани тела человека начинают поглощать азот, который затем, при быстром переходе к нормальному давлению, выделяется обратно. Это может вызвать в организме ряд болезненных расстройств.

Задачи для самостоятельного решения

101. Какой объем занимает 1 кг водорода при давлении 10^6 Па и температуре $20\text{ }^\circ\text{C}$? Молярная масса водорода $2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. /1,2 м³/

102. Сколько килограммов водорода требуется для наполнения воздушного шара диаметром 10 м при давлении 755 мм рт.ст. и температуре $30\text{ }^\circ\text{C}$? /42 кг/

103. Для автогенной сварки привезли баллон кислорода вместимостью 100 л. Найти массу кислорода, если его давление 12 МПа и температура $16\text{ }^\circ\text{C}$. Молярная масса кислорода $32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. /16 кг/

104. Баллон емкостью 20 л содержал кислород при $15\text{ }^\circ\text{C}$. Когда часть кислорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на $5,1 \cdot 10^5$ Па. Какую массу кислорода израсходовали? /0,14 кг/

105. Чтобы не стать помехой движению самолетов, олимпийский аэростат «Миша», наполненный гелием при давлении 10^5 Па и температуре 300 К, должен был подняться над Лужниками на высоту 1,5 км, где плотность воздуха на 20 % меньше, чем у поверхности Земли. Найти массу оболочки аэростата, если его объем 500 м^3 . /380 кг/

106. Стальной баллон емкостью 25 л наполнен ацетиленом C_2H_2 при температуре $27\text{ }^\circ\text{C}$ до давления 20 МПа. Часть ацетилена использовали для автогенной сварки подкрановых путей в шахте. Какая масса ацетилена из-

расходована, если давление в баллоне при температуре $-23\text{ }^{\circ}\text{C}$ стало равным 14 МПа? Молярная масса ацетилена 0,026 кг/моль. /0,83 кг/

107. В баллоне объемом 10 л находится гелий под давлением 10^6 Па и при температуре 300 К. После того как из баллона было взято 10 г гелия, температура в баллоне понизилась до 290 К. Определить давление гелия, оставшегося в баллоне. Молярная масса гелия $4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. / $3,6 \cdot 10^5$ Па/

108. Баллон емкостью 15 л содержит 7 г азота и 4,5 г водорода при температуре $27\text{ }^{\circ}\text{C}$. Определить давление смеси газов. Молярная масса азота 0,028 кг/моль, водорода 0,002 кг/моль. / $4,2 \cdot 10^5$ Па/

109. Какой объем при нормальных условиях занимает смесь азота массой 1 кг и гелия массой 1 кг? / $6,4\text{ м}^3$ /

110. Баллон содержит 80 г кислорода и 320 г аргона, молярные массы которых 0,032 кг/моль и 0,040 кг/моль. Давление смеси 10^6 Па, температура 300 К. Определить объем баллона. /26 л/

111. Во время пожара температура сжатого воздуха в баллоне поднялась с $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $450\text{ }^{\circ}\text{C}$. Взорвется ли баллон, если известно, что при этой температуре он может выдержать давление не более 9,8 МПа? Начальное давление в баллоне 4,8 МПа. /Да/

112. Температура взрыва гремучей смеси, то есть температура, до которой нагреты в первый момент газообразные продукты взрыва, достигает в среднем $2600\text{ }^{\circ}\text{C}$, если взрыв происходит внутри замкнутого пространства. Во сколько раз давление при взрыве гремучего газа превосходит давление смеси до взрыва, если начальная температура $17\text{ }^{\circ}\text{C}$? /10/

113. В воздухоподогреватель парового котла подается вентилятором $13 \cdot 10^4\text{ м}^3/\text{ч}$ воздуха при температуре $30\text{ }^{\circ}\text{C}$. Найти объемный расход воздуха на выходе из воздухоподогревателя, если нагрев его производится до $400\text{ }^{\circ}\text{C}$ при постоянном давлении. / $29 \cdot 10^4\text{ м}^3/\text{ч}$ /

114. По газопроводу течет углекислый газ при давлении $5 \cdot 10^5$ Па и температуре 17°C . Какова скорость движения газа в трубе, если за 5 минут через площадь поперечного сечения трубы 6 см^2 протекает $2,5 \text{ кг}$ углекислого газа?

/1,52 м/с/

115. От компрессора по шлангу, площадь сечения канала которого 2 см^2 , движется воздух при давлении 5 атм и температуре 27°C . Найти скорость движения воздуха в шланге, если за три минуты протекает 640 г воздуха. плотность воздуха при нормальных условиях $1,29 \text{ кг/м}^3$.

/3 м/с/

116. Фабричная труба имеет высоту $22,4 \text{ м}$. Входное отверстие трубы наглухо закрыто заслонкой А, имеющей сечение 1 м^2 . Температура атмосферного воздуха 0°C , давление 10^5 Па. Определить среднюю температуру воздуха в трубе до заслонки, если известно, что из-за разности температур на заслонку действует сила 85 Н .

/390 К/

117. Воздух, поступая в подающий ствол шахты при температуре 2°C и давлении 760 мм рт. ст. , имеет на выходе вентиляционного ствола температуру 20°C и давление 740 мм рт. ст. Во сколько раз объем выходящего из шахты воздуха больше объема поступающего?

/1,1/

118. Шар-зонд заполнен газом при 27°C до давления $1,05 \text{ атм}$. После подъема шара на высоту, где атмосферное давление $0,8 \text{ атм}$, объем шара увеличился на 5% и давление стало превышать внешнее на $0,05 \text{ атм}$. Определить температуру воздуха на этой высоте, предполагая, что газ в шаре принял эту же температуру.

/ -18°C /

119. В двигателе Дизеля сжимается адиабатически воздух, в результате чего его температура поднимается, достигая температуры воспламенения нефти 800°C . До какого давления сжимается при этом воздух и во сколько раз уменьшается его объем, если начальное давление 1 атм , начальная температура 80°C , показатель адиабаты $\gamma = 1,4$.

/49 атм; 16/

120. По данным автоматической станции «Венера-6» на высоте 20 км от поверхности температура составляла 325 °С, а давление 27 атм. В месте посадки «Венеры-7» температура 475 °С, а давление 90 атм. Вычислить γ , если установлено, что закон изменения температуры близок к адиабатическому.

/1,23/

121. Современные вакуумные насосы позволяют понижать давление до 10^{-15} мм рт. ст. Сколько молекул газа содержится в объеме 1 см³ при указанном давлении и температуре 27 °С?

/32/

122. В баллоне емкостью 0,05 м³ находятся 120 молей газа под давлением 6 МПа. Определить среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы газа.

/6,2·10⁻²¹ Дж/

123. Газ занимает объем 10 л под давлением 0,4 МПа. Найти суммарную кинетическую энергию поступательного движения молекул.

/6 кДж/

124. Найти полную кинетическую энергию всех молекул азота в объеме 12,3 л при нормальном давлении. Чему равна кинетическая энергия одной молекулы азота, если температура газа 17 °С?

/3,1 кДж , 10⁻²⁰ Дж/

125. Каково давление воздуха в шахте на глубине 1 км, если считать, что температура по всей высоте постоянная и равна 22 °С, а ускорение свободного падения не зависит от высоты. Давление воздуха у земной поверхности 10^5 Па.

/1,12·10⁵ Па/

126. В момент взрыва атомной бомбы развивается температура порядка 10^7 К. Считая, что при такой температуре все молекулы полностью распались на атомы, а атомы ионизованы, найти среднюю квадратичную скорость иона водорода ($\mu = 0,001$ кг/моль).

/5·10⁵ м/с/

127. Определить средние квадратичные скорости молекул метана CH₄ до взрыва и после него, если температура до взрыва равна 20 °С, а после него 2600 °С. Молярная масса 0,016 кг/моль.

/680 м/с; 2,1·10³ м/с/

128. Во сколько раз средняя квадратичная скорость молекул кислорода больше средней квадратичной скорости пылинки массой 10^{-8} г, находящейся среди молекул кислорода? Пылинку рассматривать как крупную молекулу.

/1,4·10⁷/

129. В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса каждой пылинки 10^{-10} г. Температура газа 27 °С. Определить средние квадратичные скорости и средние энергии поступательного движения молекулы азота и пылинки.

/5,2·10² м/с; 6,2·10⁻²¹ Дж; 3,5·10⁻⁴ м/с; 6,2·10⁻²¹ Дж/

130. Из ядра атома радия вылетают альфа-частицы ($\mu = 0,004$ кг/моль) со скоростью $1,5 \cdot 10^7$ м/с. При какой температуре атомы гелия имели бы такую же среднюю квадратичную скорость?

/3,6·10¹⁰ К/

131. Плотность некоторого газа при нормальном давлении 0,9 кг/м³. Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа.

/580 м/с/

132. Колба объемом 4 л под давлением 0,2 МПа содержит 0,6 г некоторого газа. Определить среднюю квадратичную скорость молекул.

/2 км/с/

133. При какой температуре средняя арифметическая скорость молекул гелия равна 2 км/с? ($\mu = 0,004$ кг/моль)

/483 °С/

134. Сосуд содержит 1 г азота при температуре 7 °С. Найти среднюю суммарную кинетическую энергию поступательного движения всех молекул.

/125 Дж/

135. Определить кинетическую энергию одной молекулы, одного моля и 1 кг воздуха при температуре 27°С.

/1,04·10⁻²⁰ Дж; 6,23 кДж; 215 кДж/

136. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре 350 К, а также кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 4 г кислорода.

/4,8·10⁻²¹ Дж; 0,36 кДж/

137. Найти внутреннюю энергию кислорода массой 20 г при температуре 10 °С. Какая энергия приходится на долю поступательного и на долю вращательного движения молекул? /3,7 кДж; 2,2 кДж; 1,5 кДж/

138. Энергия поступательного движения молекул азота, находящегося в баллоне объемом 20 л, равна 5 кДж, а средняя квадратичная скорость 2 км/с. Определить массу азота в баллоне и давление, под которым он находится.

/2,5 г; 170 кПа/

139. Двухатомный газ массой 1 кг находится под давлением 80 кПа и имеет плотность 4 кг/м³. Найти энергию теплового движения молекул газа при этих условиях. /50 кДж/

140. Найти полную кинетическую энергию и кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы аммиака NH₃ при температуре 27 °С. /1,2·10⁻²⁰ Дж; 6,2·10⁻²¹ Дж/

141. Масса моля газа 0,016 кг/моль, $\gamma = 1,33$. Определить удельные теплоемкости при постоянном давлении и при постоянном объеме.

/1,56 кДж/(кг·К); 2,08 кДж/(кг·К)/

142. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении окиси углерода СО, принимая этот газ за идеальный.

/0,742 кДж/(кг·К); 1,04 кДж/(кг·К)/

143. Плотность некоторого двухатомного газа при нормальных условиях 1,43 кг/м³. Какова масса моля газа, чему равны его молярные и удельные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении?

/ 0,032 $\frac{\text{кг}}{\text{моль}}$; 20,8 $\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$; 29,1 $\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$; 0,65 $\frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$; 0,91 $\frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ /

144. Разность удельных теплоемкостей некоторого двухатомного газа равна 260 Дж/(кг·К). Найти молярную массу газа и его удельные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении.

/0,032 кг/моль; 0,65 кДж/(кг·К); 0,91 кДж/(кг·К)/

145. Определить массу одного моля газа, если разность его удельных теплоемкостей при постоянном давлении и при постоянном объеме равна $2,08 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. $/0,004 \text{ кг/моль/}$

146. В сосуде объемом 6 л находится при нормальных условиях двухатомный газ. Определить теплоемкость этого газа при постоянном объеме. $/5,6 \text{ Дж/К/}$

147. Определить молярные теплоемкости газа, если его удельные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении соответственно равны $10,4 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ и $14,6 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. $/20,8 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}); 29,1 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})/$

148. Вычислить удельные теплоемкости газа, зная, что его молярная масса $0,004 \text{ кг/моль}$, а отношение теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме $1,67$. $/3,12 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}); 5,2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})/$

149. Одноатомный газ при нормальных условиях занимает объем 5 л . Вычислить теплоемкость этого газа при постоянном объеме. $/2,8 \text{ Дж/К/}$

150. Найти удельную теплоемкость при постоянном объеме некоторого многоатомного газа, если плотность этого газа при нормальных условиях равна $0,80 \text{ кг/м}^3$. $/1,4 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})/$

2. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Примеры решения задач

2.1

Через образец горной породы, имеющий форму диска диаметром 50 мм и толщиной 12 мм, направляют тепловой поток 230 Дж/с. Температура на горячей поверхности образца +50 °С, на охлажденной –3 °С. Вычислить теплопроводность породы.

$$d = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\Delta x = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$Q/\tau = 230 \text{ Дж/с}$$

$$t_1 = +50 \text{ °С}; T_1 = 323 \text{ К}$$

$$t_2 = -3 \text{ °С}; T_2 = 270 \text{ К}$$

$$\lambda - ?$$

Решение

Теплопроводность λ характеризует скорость распространения тепла, она численно равна количеству тепла, проходящего в единицу времени через единицу площади сечения при градиенте температур, равном единице.

Все методы определения теплопроводности и температуропроводности горных пород основаны на создании в них теплового потока и фиксации его параметров в определенных точках породы. При стационарном тепловом потоке в случае плоского источника тепла перенос тепла подчиняется закону Фурье

$$Q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot S \cdot \tau,$$

где $\Delta T/\Delta x$ - градиент температуры,

$\Delta T = (T_2 - T_1)$ - разность температур на расстоянии Δx ,

S - площадь сечения,

τ - время переноса тепла Q .

Знак минус означает, что тепло переносится в направлении уменьшения температуры.

Из закона Фурье

$$\lambda = -\frac{Q \cdot \Delta x}{\tau \cdot \Delta T \cdot S}$$

Площадь образца породы $S = \pi R^2 = \frac{\pi d^2}{4}$,

тогда

$$\lambda = \frac{Q \cdot 4 \cdot \Delta x}{\tau \cdot (T_1 - T_2) \cdot \pi d^2} = \frac{230 \cdot 4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-2}}{53 \cdot 3,14 \cdot 25 \cdot 10^{-4}} \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К}} = 27 \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К}}$$

Значения теплопроводности горных пород используются при изучении их способности проводить тепло в различном температурном состоянии, что необходимо знать при разрушении горных пород, использовании глубинного тепла, при борьбе с высокими температурами воздуха в глубоких шахтах, при термических способах добычи полезных ископаемых.

Величина λ является также теплотехническим показателем строительных материалов.

2.2

Тепло, генерируемое радиоактивными процессами внутри Земли, проникает наружу через океаны. Для приближенного расчета этого процесса принять средний температурный градиент внутри твердой толщи Земли под океаном равным 0,07 К/м, а ее среднюю теплопроводность равной 0,84 Дж/(м·с·К).

1) Какова будет скорость переноса тепла через каждый квадратный метр поверхности?

2) Обобщив найденную величину скорости приближенно на всю поверхность земного шара, определить, сколько тепла переносится через поверхность Земли за каждые сутки.

$$\lambda = 0,84 \text{ Дж}/(\text{м}\cdot\text{с}\cdot\text{К})$$

$$\Delta T/\Delta x = 0,07 \text{ К}/\text{м}$$

$$R_3 = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$\tau = 1 \text{ сутки} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ с}$$

$$S = 1 \text{ м}^2$$

$$Q/\tau - ?$$

$$Q_3 - ?$$

Решение

Из закона Фурье

$$Q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot S \cdot \tau.$$

Скорость переноса тепла через 1 м^2 поверхности

$$\frac{|Q|}{\tau} = \lambda \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot S = 0,84 \cdot 0,07 \cdot 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = 0,059 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}.$$

Тепло, переносимое через поверхность Земли за сутки,

$$|Q_3| = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot 4\pi R_3^2 \cdot \tau.$$

$$Q_3 = 0,84 \cdot 0,07 \cdot 8,64 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot (6,37 \cdot 10^6)^2 \text{ Дж} = 2,57 \cdot 10^{18} \text{ Дж}.$$

2.3

Найти количество тепла, получаемого через временную деревянную крепь в течение часа замороженной горной породой ($t_1 = -11 \text{ }^\circ\text{C}$) от воздушного потока ($t_2 = +6 \text{ }^\circ\text{C}$), идущего по стволу шахты, проходимому в пльвунах методом замораживания. Коэффициент теплопередачи $0,08 \text{ Дж}/(\text{м}^2\cdot\text{с}\cdot\text{К})$, периметр ствола шахты 16 м , глубина 50 м .

$$\Delta T = 17 \text{ К}$$

$$K = 0,08 \text{ Дж}/(\text{м}^2\cdot\text{с}\cdot\text{К})$$

$$P = 16 \text{ м}$$

$$H = 50 \text{ м}$$

$$\tau = 3600 \text{ с}$$

$$\Delta Q - ?$$

Решение

Если тепло проходит через граничную поверхность из одной породы в другую, то такой процесс называется теплопередачей. Теплопередача возможна не только между породами, но и между жидкостью, газами и породой.

Количество прошедшего тепла

$$\Delta Q = K \cdot \Delta T \cdot S \cdot \tau,$$

где K - коэффициент теплопередачи, зависящий от свойств соприкасающихся сред.

Так как

$$S = P \cdot H,$$

то

$$\Delta Q = K \cdot \Delta T \cdot P \cdot H \cdot \tau = 0,08 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 50 \cdot 3600 \text{ Дж} = 3,9 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3,9 \text{ МДж}.$$

В течение месяца количество полученного породой тепла составит $\approx 3 \cdot 10^9$ Дж. Расчеты показывают, что за год эксплуатации шахты может оттаивать слой породы толщиной $\approx 2,6$ м, а за 5 лет – 13 м. Это приведет к разрушению деревянной крепи, поэтому в таких породах применяют бетонную крепь.

2.4

Определить среднюю длину свободного пробега и коэффициент диффузии ионов в водородной плазме. Температура плазмы 10^7 К, число ионов в 1 см^3 плазмы равно 10^{15} . При указанной температуре эффективное сечение иона водорода считать равным $4 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$.

$$\Delta T = 10^7 \text{ К}$$

$$V = 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$N = 10^{15} \text{ ионов}$$

$$\sigma = 4 \cdot 10^{-24} \text{ м}^2$$

$$\mu = 1 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\bar{\lambda} - ?$$

$$D - ?$$

Решение

Средняя длина свободного пробега

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma n},$$

где σ - эффективное сечение иона водорода,

$n = N/V$ - концентрация ионов.

$$\bar{\lambda} = \frac{V}{\sqrt{2} \sigma N} = \frac{10^{-6}}{\sqrt{2} \cdot 4 \cdot 10^{-24} \cdot 10^{15}} \text{ м} \approx 1,8 \cdot 10^2 \text{ м.}$$

Коэффициент диффузии

$$D = \frac{1}{3} \cdot \bar{\lambda} \cdot \bar{v},$$

где $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ - средняя арифметическая скорость.

$$D = \frac{1}{3} \cdot \bar{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = \frac{1,8 \cdot 10^2}{3} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 10^7}{3,14 \cdot 10^{-3}}} \text{ м}^2/\text{с} \approx 2,7 \cdot 10^7 \text{ м}^2/\text{с.}$$

Плазма – это ионизированный газ с достаточно высокой концентрацией заряженных частиц. Недра звезд и Солнца, обладающие температурой в десятки миллионов градусов, представляют собой плазму. Внешний слой земной атмосферы – ионосфера – является также естественно образовавшейся плазмой. В настоящее время плазму удается получать при мощном электрическом разряде.

В горном производстве при бурении пород термическим методом используется высокотемпературная струя ионизированных газов. Она образуется в плазменных бурах при пропускании сжатого воздуха через мощный электродуговой разряд. Плазменные буры позволяют плавно регулировать температуру газовой струи в пределах (500÷8000) °С. Высокотемпературная газовая струя интенсивно разогревает тонкий поверхностный слой породы и вызывает в нем термические напряжения, приводящие к отколу от поверхности мелких чешуек.

2.5

Катер на подводных крыльях, общая площадь поверхностей которых 50 м^2 , движется с постоянной скоростью 75 км/ч . Считая, что сила вязкого трения крыльев о воду составляет около $0,8 \%$ полной силы сопротивления, действующей на катер, и принимая полезную мощность двигателя 70 кВт , оценить толщину слоя воды, увлекаемого при движении катера. Коэффициент вязкости воды принять равным $1,3 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ (при $t = 10 \text{ }^\circ\text{C}$).

$$S = 50 \text{ м}^2$$

$$v = 75 \text{ км/ч} = 21 \text{ м/с}$$

$$|F_{\text{ТР}}|/F_{\text{ТЯГИ}} = 0,008$$

$$N = 7 \cdot 10^4 \text{ Вт}$$

$$\eta = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$$

$$d - ?$$

Решение

Законы движения жидкостей и газов и их взаимодействие с находящимися в них твердыми телами изучает аэрогидродинамика, то есть механика жидких и газообразных тел. Аэрогидродинамические законы широко используются при конструировании вентиляторов и насосов, расчете вентиляционных

режимов шахт, проектировании пневматических сетей, шахтных водоотливных установок и пр.

Тело, движущееся в жидкости (газе), испытывает силу вязкого трения, определяемую законом Ньютона

$$F_{\text{ТР}} = -\eta \frac{\Delta v}{\Delta x} S,$$

где η - коэффициент вязкости;

$\Delta v/\Delta x$ - градиент скорости, в котором координата x отсчитывается в направлении, перпендикулярном движению тела?

S - площадь трущихся о жидкость или газ поверхностей.

По условию задачи сила вязкого трения составляет $0,008$ полной силы сопротивления, уравновешивающей силу тяги двигателя.

$$|F_{TP}| = 0,008 F_{TЯГИ} = 0,008 \frac{N}{v}.$$

Следовательно,

$$\eta \frac{\Delta v}{\Delta x} S = 0,008 \frac{N}{v}.$$

Значение градиента скорости $\Delta v/\Delta x$ должно быть взято в ближайшем к крылу слое. Однако, его можно заменить средним значением $\Delta \bar{v}/\Delta x$, приближенно считая закон распределения скоростей увлекаемых слоев воды линейным

$$\frac{\Delta \bar{v}}{\Delta x} = \frac{v}{d},$$

где v - скорость прилегающих к крылу слоев воды, совпадающая со скоростью катера.

Толщина слоя воды, увлекаемого при движении катера,

$$d = \frac{\eta S v^2}{0,008 N} = \frac{1,3 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 441}{0,008 \cdot 7 \cdot 10^4} \text{ м} = 0,05 \text{ м}.$$

Сопротивление, испытываемое движущимся в жидкости или газе телом, существенно зависит от формы тела. В рудничной вентиляции лобовое сопротивление движущемуся воздуху оказывают стойки, поставленные поперек потока, и элементы армировки стволов. Для уменьшения сопротивления элементам крепления придают удобообтекаемую форму.

3. ТЕРМОДИНАМИКА

Примеры решения задач

3.1

Азот, занимающий при давлении 10^5 Па объем 10 л, расширяется вдвое. Найти конечное давление, изменение внутренней энергии, количество поглощенной теплоты и работу, совершенную газом при следующих процессах: а) изобарном, б) изотермическом, в) адиабатном.

$$p_1 = 10^5 \text{ Па}$$

$$V_1 = 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$V_2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$p_2 - ?, \Delta U - ?$$

$$Q - ?, A - ?$$

Решение

Согласно первому началу термодинамики количество теплоты, сообщенное системе, идет на увеличение ее внутренней энергии и совершение системой работы над окружающими телами.

$$Q = \Delta U + A.$$

В данной задаче этот закон рассмотрим в применении к идеальным газам. Изобразим графики изобарического, изотермического и адиабатного процессов в координатах p, V (рис. 5).

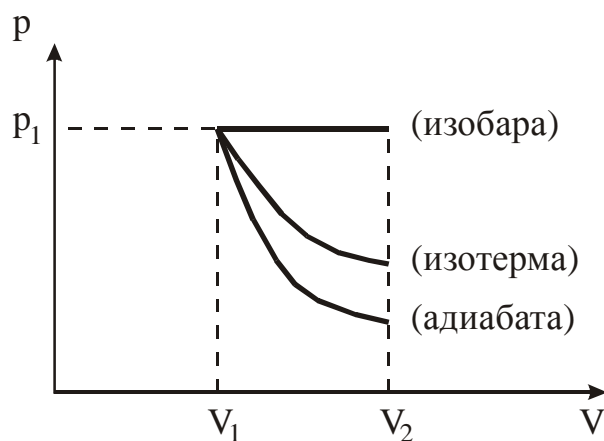


Рис. 5

Работа графически изображается площадью фигуры, заключенной между осью абсцисс, ординатами и линией графика. Работа будет тем больше, чем больше давление в течение процесса.

Исходя из молекулярно-кинетической теории, давление определяется силой ударов молекул о

стенки сосуда и частотой ударов.

а) При изобарном процессе расширение происходит при непрерывном увеличении температуры, что соответствует увеличению силы отдельных ударов, испытываемых стенками сосуда. Частота ударов уменьшается вследствие увеличения объема так, что давление остается постоянным.

Работа при изобарном процессе:

$$A = p_1 (V_2 - V_1) = 10^5 \cdot (2 \cdot 10^{-2} - 10^{-2}) \text{ Дж} = 10^3 \text{ Дж}.$$

Изменение внутренней энергии газа:

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T = \frac{i}{2} p_1 (V_2 - V_1),$$

где $i = 5$ (число степеней свободы молекул газа).

$$\Delta U = \frac{i}{2} A = \frac{5}{2} \cdot 10^3 \text{ Дж} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Количество поглощенной теплоты:

$$Q = A + \Delta U = (10^3 + 2,5 \cdot 10^3) \text{ Дж} = 3,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

б) При изотермическом процессе кинетическая энергия молекул не изменяется, и давление уменьшается только в результате уменьшения числа ударов, испытываемых стенкой.

Конечное давление определяем по закону Бойля-Мариотта:

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{10^5 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} \text{ Па} = 0,5 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Работа, совершаемая газом,

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p_1 V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 10^5 \cdot 10^{-2} \ln 2 \text{ Дж} \approx 690 \text{ Дж}.$$

При $T = \text{const}$ изменение внутренней энергии $\Delta U = 0$, следовательно,

$$Q = A.$$

в) При адиабатном процессе кинетическая энергия молекул, отдаваемая движущемуся поршню, не пополняется извне. Поэтому адиабатное расширение происходит при более резком, чем при постоянной температуре, падении давления (уменьшается и частота ударов, и сила удара).

Из уравнения Пуассона конечное давление

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma,$$

$$\text{где } \gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{7}{5} = 1,4.$$

$$p_2 = 10^5 \cdot 0,5^{1,4} \text{ Па} = 0,38 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

При адиабатном процессе ($Q = 0$) работа совершается газом за счет уменьшения внутренней энергии.

$$A = -\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R (T_1 - T_2) = \frac{i}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_2).$$

$$A = \frac{5}{2} (10^5 \cdot 10^{-2} - 0,38 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-2}) \text{ Дж} = 600 \text{ Дж}.$$

Теплота находит все большее применение в технологии добычи полезных ископаемых. Изменяя тепловое состояние горных пород, можно добиться их расплавления, изменения структуры, агрегатного состояния, физических и химических свойств.

Изучением тепловых процессов в горных породах занимается термодинамика горных пород. Задачами термодинамики являются совершенствование методов добычи и переработки полезных ископаемых с помощью тепла, борьба с высокими температурами в глубоких выработках, а также использование тепла Земли в народном хозяйстве, выбор наиболее выгодных и эффективных способов добычи полезных ископаемых с помощью тепла.

3.2

Компрессор должен давать в час 50 м^3 сжатого воздуха при давлении $8 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Наружное давление считать равным 10^5 Па . Компрессор охлаждается проточной водой, так что процесс сжатия можно считать изотермическим. а) Какой мощности двигатель требуется к компрессору, если КПД последнего 60 %? б) Какое количество проточной воды потребуется, если температура в змеевике компрессора повышается от $11 \text{ }^\circ\text{C}$ до $17 \text{ }^\circ\text{C}$?

$$p_1 = 10^5 \text{ Па}$$

$$p_2 = 8 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$V_2 = 50 \text{ м}^3$$

$$t = 3600 \text{ с}$$

$$\eta = 0,60$$

$$t_1 = 11 \text{ }^\circ\text{C}; T_1 = 284 \text{ К}$$

$$t_2 = 17 \text{ }^\circ\text{C}; T_2 = 290 \text{ К}$$

$$C = 4,18 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

$$N - ? \text{ м} - ?$$

Решение

а) Мощность двигателя компрессора

$$N = \frac{A_3}{t} = \frac{A_{\text{П}}}{\eta t},$$

где A_3 - работа двигателя компрессора,
 $A_{\text{П}}$ - полезная работа внешних сил по сжатию
газа.

При изотермическом процессе

$$A_{\text{П}} = p_2 V_2 \ln \frac{p_2}{p_1}.$$

Таким образом,

$$N = \frac{p_2 V_2}{\eta t} \ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 50 \cdot \ln 8}{0,60 \cdot 3600} \text{ Вт} = \frac{10^5}{5,4} \cdot 2,08 \text{ Вт} = 38,5 \text{ кВт}.$$

б) Для определения массы проточной воды используем уравнение теплового баланса

$$Q_1 = Q_2,$$

где $Q_1 = m C \Delta T$ - теплота, которая идет на нагревание воды,

Q_2 - теплота, отводимая от газа.

Q_2 определим по первому началу термодинамики

$$Q_2 = \Delta U + A_{\text{П}} = A_{\text{П}},$$

так как при изотермическом процессе изменение внутренней энергии газа $\Delta U = 0$.

Масса проточной воды

$$m = \frac{A_{\text{П}}}{C \cdot \Delta T} = \frac{N t \eta}{C \cdot \Delta T} = \frac{38,5 \cdot 10^3 \cdot 3600 \cdot 0,60}{4,18 \cdot 10^3 \cdot 6} \text{ кг} = 3,3 \cdot 10^3 \text{ кг}.$$

Сжатый воздух на горных предприятиях используется при работе комбайнов, отбойных молотков, погрузочных и закладочных машин, бурильно-вращательных ударных установок, пневмоподъемников, пневмопогрузчиков, пневматических лебедок, вентиляторов, сверл и др.

Сжатый воздух получают с помощью компрессоров.

3.3

Определить мощность нагревателя калориферной установки, используемой для подогрева воздуха, поступающего в шахту в зимнее время. В секунду с улицы поступает 4 м^3 воздуха при температуре $t_1 = -27 \text{ }^\circ\text{C}$ и давлении $p = 740 \text{ мм рт. ст.}$ Холодный воздух смешивается с нагретым до $+60 \text{ }^\circ\text{C}$ воздухом в калориферной установке, образуемая смесь воздуха ($t_3 = +2 \text{ }^\circ\text{C}$) поступает в шахту. Коэффициент полезного действия нагревателя 75 %. Считать, что нагревание воздуха происходит при постоянном давлении, равном давлению холодного воздуха.

$$\mu = 0,029 \text{ кг/моль}$$

$$V_1 = 4 \text{ м}^3$$

$$\tau = 1 \text{ с}$$

$$t_1 = -27 \text{ }^\circ\text{C}; T_1 = 246 \text{ К}$$

$$t_2 = +60 \text{ }^\circ\text{C}; T_2 = 333 \text{ К}$$

$$t_3 = +2 \text{ }^\circ\text{C}; T_3 = 275 \text{ К}$$

$$p = 740 \text{ мм. рт. ст.} =$$

$$= 0,99 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$\eta = 0,75$$

$$N_3 - ?$$

Решение

Перед поступлением в шахту холодный воздух смешивается с нагретым воздухом (см. рис. 4 к примеру 1.9). Для подогрева воздуха используется калориферная установка. Коэффициент полезного действия ее нагревателя

$$\eta = \frac{Q_{\text{П}}}{Q_3} = \frac{m_2 C_p (T_2 - T_1)}{N_3 \cdot \tau},$$

отсюда

$$N_3 = \frac{m_2 C_p (T_2 - T_1)}{\eta \cdot \tau},$$

где $Q_{\text{П}}$ - полезная теплота, идущая на нагревание воздуха;

Q_3 - затраченная теплота, выделяемая в калориферной установке;

C_p - удельная теплоемкость при постоянном давлении;

τ - время.

Из термодинамики известно, что $C_p = \frac{i + 2}{2} \cdot \frac{R}{\mu}$.

Для воздуха, состоящего в основном из двухатомных молекул, число степеней свободы молекул $i = 5$.

$$C_p = \frac{7 \cdot 8,31}{2 \cdot 0,029} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} = 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Массу m_2 подогретого воздуха находим из уравнения теплового баланса

$$Q_1 = Q_2,$$

где $Q_1 = m_1 C_p (T_3 - T_1)$ - количество тепла, получаемое холодным воздухом при смешивании с подогретым воздухом; $Q_2 = m_2 C_p (T_2 - T_3)$ - количество тепла, отдаваемое нагретым в калорифере воздухом при образовании смеси с

ХОЛОДНЫМ ВОЗДУХОМ.

Получаем

$$m_2 = m_1 \frac{T_3 - T_1}{T_2 - T_3}.$$

Массу m_1 холодного воздуха определяем из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$m_1 = \frac{p V_1 \mu}{R T_1} = \frac{0,99 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 0,029}{8,31 \cdot 246} \text{ кг} = 5,6 \text{ кг}.$$

$$m_2 = 5,6 \cdot \frac{275 - 246}{333 - 275} \text{ кг} = 2,8 \text{ кг}.$$

Мощность нагревателя калориферной установки

$$N_3 = \frac{m_2 C_p (T_2 - T_1)}{\eta \cdot \tau} = \frac{2,8 \cdot 10^3 (333 - 246)}{0,75 \cdot 1} \text{ Вт} = 3,25 \cdot 10^5 \text{ Вт} = 325 \text{ кВт}.$$

3.4

Определить максимальное количество теплоты, которое получает вода в калориферах при динамическом отоплении на 1 кг сожженного топлива, если температура в котле паровой машины $t_1 = 217 \text{ }^\circ\text{C}$, температура воды в отопительной системе $t_2 = 67 \text{ }^\circ\text{C}$, температура грунтовых вод, которые служат вторым резервуаром тепла для холодильной машины $t_2' = 17 \text{ }^\circ\text{C}$. Калорийность топлива $q = 2,08 \cdot 10^4 \text{ кДж/кг}$.

$$t_1 = 217 \text{ }^\circ\text{C}; T_1 = 490 \text{ К}$$

$$t_2 = 67 \text{ }^\circ\text{C}; T_2 = 340 \text{ К}$$

$$t_2' = 17 \text{ }^\circ\text{C}; T_2' = 290 \text{ К}$$

$$q = 2,08 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$Q - ?$$

Решение

Динамическим отоплением называется такая система, в которой за счет энергии Q_1 , выделяющейся при сжигании топлива, работает тепловой двигатель, его холодильником является вода в отопительной системе. Одновременно вода в ото-

питательной системе является нагревателем холодильной машины, ведомой тепловым двигателем.

Вода в калорифере получает теплоту Q_2 от рабочего тела теплового двигателя, как его холодильник, и одновременно от рабочего тела холодильной машины Q_1' , как его нагреватель. Следовательно, искомое количество теплоты, получаемое водой,

$$Q = Q_2 + Q_1'.$$

Поскольку рассматриваются наиболее выгодные условия работы, предположим, что тепловая и холодильная машины работают по циклу Карно.

Коэффициент полезного действия теплового двигателя

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

откуда

$$Q_2 = Q_1 (1 - \eta) = Q_1 \frac{T_2}{T_1} = m q \frac{T_2}{T_1}.$$

Рассмотрим действие холодильной машины (рис. 6).

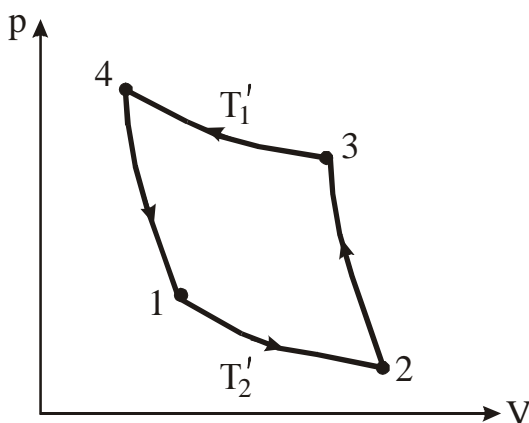


Рис. 6

При изотермическом расширении 1-2 рабочее тело получает от своего «холодильника» тепло Q_2' .

При изотермическом сжатии 3-4 рабочее тело отдает своему «нагревателю» (воде в калорифере) тепло Q_1' . При этом затрачивается работа

$$A' = Q_1' - Q_2'.$$

Для холодильной машины остается справедливым соотношение

$$\frac{Q'_1 - Q'_2}{Q'_1} = \frac{T'_1 - T'_2}{T'_1},$$

откуда

$$Q'_1 = (Q'_1 - Q'_2) \frac{T'_1}{T'_1 - T'_2} = A' \frac{T'_1}{T'_1 - T'_2}.$$

По условию задачи работа, получаемая на валу теплового двигателя, $A = Q_1 - Q_2$, полностью затрачивается на приведение в действие холодильной машины, т.е. $A = A'$.

Следовательно,

$$Q'_1 = A \frac{T'_1}{T'_1 - T'_2} = Q_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot \frac{T'_1}{T'_1 - T'_2}.$$

Холодильником тепловой машины и нагревателем холодильной машины служит один и тот же резервуар – вода в калорифере, поэтому $T'_1 = T_2$.
Окончательно получим

$$Q = m c \frac{T_2}{T_1} \left(1 + \frac{T_1 - T_2}{T_2 - T'_2} \right) = \frac{1 \cdot 2,08 \cdot 10^7 \cdot 340}{490} \left(1 + \frac{150}{50} \right) \text{ Дж} = 5,8 \cdot 10^7 \text{ Дж}.$$

3.5

Найти приращение энтропии куска базальта массой 5 кг при нагревании от 300 К до 600 К, если в этом интервале температур его удельная теплоемкость $C = C_0(1 + bT)$, где $C_0 = 0,85 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ - удельная теплоемкость при 0 °С, b - постоянная величина, равная $8 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$.

$$m = 5 \text{ кг}$$

$$T_1 = 300 \text{ К}$$

$$T_2 = 600 \text{ К}$$

$$C_0 = 0,85 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$$

$$b = 8 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$$

$$C = C_0 (1 + bT)$$

$$\Delta S - ?$$

Решение

Одной из формулировок II начала термодинамики является утверждение о том, что функция состояния – энтропия изолированной системы – не может убывать.

$$dS \geq 0.$$

Второе начало термодинамики позволяет устанавливать возможное направление самопроизвольных процессов. В частности, оно позволяет выяснить вопрос о стабильности таких систем, как минералы и горные породы.

Если система находится в равновесии, то

$$dS = \frac{\delta Q}{T},$$

если в системе развивается какой-то процесс, то

$$dS > \frac{\delta Q}{T}.$$

При обратимом переходе системы из одного состояния в другое приращение энтропии системы

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Выразим тепло, полученное системой,

$$\delta Q = C \cdot m \cdot dT = C_0 (1 + bT) \cdot m \cdot dT.$$

Приращение энтропии

$$\begin{aligned}
\Delta S &= \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_0 m (1 + bT)}{T} dT = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_0 m}{T} dT + \int_{T_1}^{T_2} C_0 m b \cdot dT = \\
&= C_0 m \ln \frac{T_2}{T_1} + C_0 m b (T_2 - T_1) = C_0 m \left[\ln \frac{T_2}{T_1} + b(T_2 - T_1) \right] = \\
&= 850 \cdot 5 \cdot (\ln 2 + 8 \cdot 10^{-4} \cdot 300) \text{ Дж/К} = 4 \cdot 10^3 \text{ Дж/К}.
\end{aligned}$$

3.6

На рисунке 7 представлена диаграмма теоретического процесса в поршневом компрессоре простого действия, используемом в шахтах для получения сжатого воздуха. Вычислить работу компрессора за один цикл по сжатию каждого кубометра воздуха, всасываемого в компрессор при давлении 10^5 Па, если в результате сжатия давление повышается до $4 \cdot 10^5$ Па. Сжатие считать адиабатным.

$V = 1 \text{ м}^3$
 $p_1 = 10^5 \text{ Па}$
 $p_2 = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$
 $A = ?$

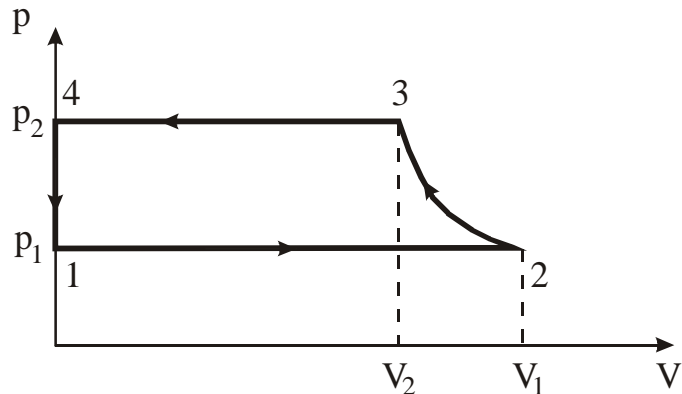


Рис. 7

Решение

На диаграмме процесс всасывания в компрессор атмосферного воздуха изображается линией 1-2, процесс сжатия – кривой 2-3, процесс выталкивания сжатого воздуха в трубопровод – линией 3-4, процесс выравнивания давления в цилиндре компрессора – линией 4-1.

Полная работа компрессора при этом цикле изображается площадью 1-2-3-4 и равна алгебраической сумме работ процессов всасывания $A_{1,2}$, сжатия $A_{2,3}$ и выталкивания $A_{3,4}$.

$$A = A_{1,2} + A_{2,3} + A_{3,4} = -p_1 V_1 + A_{2,3} + p_2 V_2.$$

Запишем уравнение состояния идеального газа в форме Менделеева-Клапейрона для состояний 2 и 3.

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad p_2 V_2 = \frac{m}{\mu} RT_2.$$

Вычитая из второго уравнения первое, получим

$$p_2 V_2 - p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1).$$

Работа компрессора при адиабатном сжатии

$$A_{2,3} = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{1}{(\gamma - 1)} \cdot \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1),$$

где i - число степеней свободы молекул воздуха, $\gamma = C_p/C_v$ - показатель адиабаты. Для воздуха, состоящего в основном из двухатомных молекул, $i = 5$, $\gamma = 1,4$.

Тогда

$$\begin{aligned} A &= \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) + \frac{1}{(\gamma - 1)} \cdot \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) = \\ &= \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \cdot \frac{m}{\mu} R T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \cdot p_1 V_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right). \end{aligned}$$

Используя уравнение Пуассона для состояний 2 и 3, имеем

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Окончательно для работы компрессора за один цикл получаем

$$\begin{aligned} A &= \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \cdot p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right] = \\ &= \frac{1,4}{1,4 - 1} \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot \left(4^{0,4/1,4} - 1 \right) \text{ Дж} = 1,7 \cdot 10^5 \text{ Дж}. \end{aligned}$$

На практике сжатие воздуха в компрессоре производят по политропическому процессу с показателем $n = 1,25 \div 1,3$. Такое сжатие при $n < \gamma$ выгоднее адиабатного, так как в компрессоре при этом за цикл затрачивается меньшая работа.

Расчеты работы за цикл с политропическим процессом сжатия аналогичны расчетам для цикла с адиабатным сжатием (требуется лишь заменить показатель адиабаты на показатель политропы).

Сжатый воздух используется при работе комбайнов, отбойных и бурильных молотков, лебедок, насосов и вентиляторов.

Пневматическая установка, предназначенная для получения сжатого воздуха, состоит из компрессоров, вырабатывающих сжатый воздух, воздухоборника, воздухопровода, по которому транспортируется сжатый воздух, и потребителей сжатого воздуха.

Задачи для самостоятельного решения

151. На сжатие азота при постоянном давлении была затрачена работа 12 кДж. Найти изменение внутренней энергии и затраченное количество теплоты. /30 кДж; 42 кДж/

152. При постоянном давлении на 200° нагреваются 7 кг водорода. Найти изменение внутренней энергии, работу расширения и количество теплоты, сообщенное водороду. /14,6 МДж; 5,8 МДж; 20,4 МДж/

153. 8 м^3 водорода находились под постоянным давлением 0,5 МПа и были нагреты от 7°C до 107°C . Определить изменение внутренней энергии газа, работу расширения и количество теплоты, переданное газу.

/3,6 МДж; 1,4 МДж; 5,0 МДж/

154. На сколько градусов можно нагреть 8 г азота при постоянном давлении, если газу передано количество теплоты, равное 600 Дж? / 72° /

155. В цилиндре содержится 2 г водорода при нормальных условиях. Газ нагревают изобарически до температуры 100°C . Вычислить количество затраченного тепла и работу расширения. /2,9 кДж; 0,83 кДж/

156. Какое количество теплоты для нагревания от 50°C до 100°C надо сообщить азоту массой 28 г, который находится в цилиндре с подвижным поршнем? Чему равна при этом процессе работа расширения?

/1,46 кДж; 0,42 кДж/

157. В двигателе внутреннего сгорания температура газообразных продуктов сгорания поднимается от $600\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $2000\text{ }^{\circ}\text{C}$. Найти количество теплоты, подведенное к 1 кг газа при постоянном давлении, изменение его внутренней энергии и совершенную работу, если удельные теплоемкости при постоянных давлении и объеме соответственно равны $1,25\text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ и $0,96\text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$. /1,75 МДж; 1,34 МДж; 0,41 МДж/

158. В закрытом баллоне находится 2 г водорода при нормальных условиях. Газ нагревают до $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Найти количество подведенной теплоты. /2,1 кДж/

159. В закрытом сосуде находятся 14 г азота при температуре $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ и давлении $0,1\text{ МПа}$. После нагревания давление азота повысилось на $0,4\text{ МПа}$. Какое количество теплоты было сообщено газу? /12,5 кДж/

160. Водород занимает объем 10 м^3 при давлении $0,1\text{ МПа}$. Газ нагрели при постоянном объеме до давления $0,3\text{ МПа}$. Определить изменение внутренней энергии газа и количество теплоты, сообщенное газу. /5 МДж; 5 МДж/

161. Объем $3,2\text{ г}$ кислорода при постоянной температуре $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ удваивается. Вычислить работу, совершенную газом, и количество теплоты, сообщенное ему. /0,17 кДж; 0,17 кДж/

162. Определить мощность на валу компрессора производительностью 25 м^3 в минуту, работающего на подземную воздушную сеть, если первоначальное давление 1 атм , а давление, развиваемое компрессором в конце изотермического сжатия, составляет 7 атм . /82 кВт/

163. При изотермическом процессе расширения $1,2\text{ кг}$ азота было сообщено 120 кДж теплоты. Найти, во сколько раз уменьшилось давление азота, если температура $7\text{ }^{\circ}\text{C}$? /3,3/

164. $1,25\text{ кг}$ азота, взятого при нормальных условиях, подвергаются изотермическому сжатию. Найти работу, необходимую для сжатия азота, если в результате этого процесса объем газа уменьшается в три раза. /110 кДж/

165. Определить молярную массу газа, если при изотермическом сжатии 2 кг этого газа давление увеличилось в три раза. Температура газа 27 °С. Работа сжатия составляет 1,37 МДж. /0,004 кг/моль/

166. Водород массой 12 г расширяется изотермически при сообщении ему 10,4 кДж теплоты. Температура газа 27 °С. Во сколько раз увеличивается его объем? /2/

167. Азот массой 2 г, имевший температуру 300 К, был адиабатически сжат так, что его объем уменьшился в 10 раз. Определить конечную температуру газа и работу сжатия. /754 К; 674 Дж/

168. Сероводород H_2S массой 6 кг при температуре 27 °С сжали адиабатически так, что давление его увеличилось в два раза. Найти конечную температуру и изменение внутренней энергии газа. /357 К; 250 кДж/

169. Азот, адиабатически расширяясь, совершает работу 480 кДж. Определить конечную температуру газа, если до расширения его температура была 362 К. Масса азота 12 кг. /308 К/

170. При адиабатном процессе расширения внутренняя энергия кислорода уменьшилась на 8,38 кДж. Вычислить массу кислорода, если начальная температура его 47 °С, а объем увеличился в 10 раз. /0,067 кг/

171. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя 227 °С. Определить термический коэффициент полезного действия цикла и температуру охладителя, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу 350 Дж. /35 %; 325 К/

172. От идеальной теплосиловой установки, работающей по циклу Карно, отводится еже часно 270 МДж теплоты с помощью холодильника при 9 °С. Определить полезную мощность установки, если количество подводимой в час теплоты равно 900 МДж. При какой температуре подводится теплота? /175 кВт; 940 К/

173. При круговом процессе газ совершает работу 1 кДж и отдает охладителю 4 кДж теплоты. Определить коэффициент полезного действия цикла.

/20 %/

174. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя в три раза выше, чем температура холодильника. Нагреватель передал газу 42 кДж теплоты. Какую работу совершает газ?

/28 кДж/

175. Нагреватель тепловой машины, работающей по циклу Карно, имеет температуру 200 °С. Какова температура холодильника, если за счет теплоты, полученной от нагревателя и равной 4,19 кДж, машина совершает работу 1,68 кДж?

/284 К/

176. Газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя 200 °С. Определить температуру холодильника, если $\frac{3}{4}$ теплоты, полученной от нагревателя, газ отдает холодильнику.

/82 °С/

177. Совершая цикл Карно, газ получил от нагревателя количество теплоты, равное 4,19 кДж, и совершил работу 1 кДж. Температура нагревателя 100 °С. Вычислить температуру холодильника.

/11 °С/

178. Совершая цикл Карно, газ получил от нагревателя количество теплоты 8,36 кДж. Найти количество теплоты, отданное холодильнику, если термический КПД цикла равен 0,3. Какую работу совершает газ?

/5,85 кДж; 2,5 кДж/

179. Совершая цикл Карно, газ отдал холодильнику 0,25 теплоты, полученной от нагревателя. Определить температуру холодильника, если температура нагревателя 500 К.

/125 К/

180. При прямом цикле Карно тепловая машина совершает работу, равную 200 Дж. Температура нагревателя 375 К, холодильника 300 К. Найти количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя.

/1 кДж/

4. РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ, НАСЫЩЕННЫЕ ПАРЫ, ЖИДКОСТИ

Примеры решения задач

4.1

При охлаждении шахтного воздуха ниже температуры росы происходит образование тумана и дождя в вентиляционных стволах, что представляет крайне нежелательное явление. а) Определить максимально допустимое понижение температуры воздуха при постоянном атмосферном давлении и температуре 25 °С, которое не приведет к образованию тумана, если относительная влажность воздуха 60 %. б) Найти массу водяного пара в 1 м³ воздуха при этих условиях.

$$\mu = 0,018 \text{ кг/моль}$$

$$r = 60 \%$$

$$t = 25 \text{ °С}; T = 298 \text{ К}$$

$$V = 1 \text{ м}^3$$

$$\Delta t - ?$$

$$m - ?$$

Решение

а) Учитывая, что относительная влажность воздуха r характеризует отношение упругости водяного пара p , содержащегося в воздухе при данной температуре, к давлению воздуха p_0 насыщенного пара при той же температуре, выраженное в процентах, найдем

$$p = \frac{p_0 r}{100\%} = 0,6 p_0.$$

По таблице зависимости давления насыщенного водяного пара от температуры находим при $t = 25 \text{ °С}$ $p_0 = 3167 \text{ Па}$, следовательно,

$$p = 0,6 p_0 = 0,6 \cdot 3167 \text{ Па} = 1900 \text{ Па}.$$

По той же таблице находим, что такое давление (1900 Па) является насыщающим при температуре $t_p \approx 16,7 \text{ °С}$, называемой точкой росы.

Тогда максимально допустимое понижение температуры

$$\Delta t = t - t_p = (25 - 16,7) \text{ }^\circ\text{C} = 8,3 \text{ }^\circ\text{C}.$$

б) Массу водяного пара m найдем из уравнения Менделеева-Клапейрона,

$$pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

считая, что водяные пары, находящиеся в воздухе, подчиняются этому уравнению.

$$m = \frac{p\mu V}{RT} = \frac{1900 \cdot 0,018 \cdot 1}{8,31 \cdot 298} \text{ кг} = 1,38 \cdot 10^{-2} \text{ кг}.$$

При работе калориферной установки в некоторых случаях образуется довольно густой туман от взаимодействия холодного воздуха, поступающего в шахту, с теплым воздухом, нагнетаемым калориферным вентилятором. Появление тумана в стволе воздухоподающей шахты, в околоствольном дворе и в прилегающих к последнему выработках представляет собой крайне нежелательное явление, мешающее нормальной работе рудничного транспорта.

4.2

В четырехтактном двигателе Дизеля порция атмосферного воздуха объемом 10 л подвергается 12-кратному сжатию. Предполагая процесс адиабатным и газ ван-дер-ваальсовским, определить конечное давление, конечную температуру и работу сжатия, если начальное давление и температура равны 10^5 Па и 10 °С. Постоянные Ван-дер-Ваальса для воздуха принять равными: $a = 13,5 \cdot 10^{-2}$ Па·м⁶/моль² и $b = 3,8 \cdot 10^{-5}$ м³/моль.

$$V_1 = 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$p_1 = 10^5 \text{ Па}$$

$$T_1 = 283 \text{ К}$$

$$V_2 = V_1/12$$

$$a = 13,5 \cdot 10^{-2} \text{ Па} \cdot \text{м}^6/\text{моль}^2$$

$$b = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$$

$$p_2 - ? \quad T_2 - ?$$

$$A - ?$$

Решение

Для привода буровых установок и буровых насосов, предназначенных для промывки скважин, наряду с электродвигателями используются двигатели внутреннего сгорания (дизельные и карбюраторные).

Используем уравнение адиабаты для вандер-ваальсовского газа

$$\left(p + v^2 \frac{a}{V^2} \right) (V - vb)^{\frac{R}{C_V} + 1} = \text{const},$$

$$T(V - vb)^{\frac{R}{C_V}} = \text{const},$$

где v - число молей газа;

C_V - молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Число молей $v = m/\mu$ найдем с помощью уравнения Менделеева-Клапейрона

$$v = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{10^5 \cdot 10^{-2}}{8,31 \cdot 283} \text{ моль} = 0,425 \text{ моль}.$$

Так как воздух состоит в основном из азота и кислорода, т.е. двухатомных газов, то

$$C_V = \frac{i}{2} R = \frac{5}{2} R = 2,5 R.$$

Конечное давление

$$p_2 = \left[\left(p_1 + v^2 \frac{a}{V_1^2} \right) \cdot \left(\frac{(V_1 - vb)}{(V_2 - vb)} \right)^{\frac{R}{C_V} + 1} - v^2 \frac{a}{V_2^2} \right] =$$

$$= \left[\left(10^5 + 0,425^2 \cdot \frac{13,5 \cdot 10^{-2}}{10^{-4}} \right) \left(\frac{10^{-2} - 0,425 \cdot 3,8 \cdot 10^{-5}}{10^{-2}/12 - 0,425 \cdot 3,8 \cdot 10^{-5}} \right)^{1,4} - 0,425^2 \cdot \frac{13,5 \cdot 10^{-2} \cdot 144}{10^{-4}} \right] \text{Па} =$$

$$= 32,7 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Конечная температура

$$T_2 = T_1 \frac{(V_1 - \nu b)^{R/C_V}}{(V_2 - \nu b)} = 283 \cdot \left(\frac{10^{-2} - 0,425 \cdot 3,8 \cdot 10^{-5}}{10^{-2}/12 - 0,425 \cdot 3,8 \cdot 10^{-5}} \right)^{0,4} \text{ К} = 764 \text{ К.}$$

По первому началу термодинамики работа сжатия равна изменению внутренней энергии газа

$$A = U_2 - U_1 = \nu C_V (T_2 - T_1) - \nu^2 a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) =$$

$$= \left[0,425 \cdot 2,5 \cdot 8,31 \cdot (764 - 283) - 0,425^2 \cdot 13,5 \cdot 10^{-2} \left(\frac{12}{10^{-2}} - 10^2 \right) \right] \text{ Дж} =$$

$$= 4,17 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

4.3

Вычислить изменение температуры одного моля метана CH_4 вследствие эффекта Джоуля-Томсона, если $p_1 = 10^6 \text{ Па}$ и $T_1 = 273 \text{ К}$. Значение объема V_1 можно определять по уравнению состояния идеального газа. Постоянные Ван-дер-Ваальса для метана следующие: $a = 0,23 \text{ Па} \cdot \text{м}^6/\text{моль}^2$ и $b = 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

$$\nu = 1 \text{ моль}$$

$$p_1 = 10^6 \text{ Па}$$

$$T_1 = 273 \text{ К}$$

$$a = 0,23 \text{ Па} \cdot \text{м}^6/\text{моль}^2$$

$$b = 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$$

$$\Delta T - ?$$

Решение

Температура реального газа при адиабатическом расширении без совершения им положительной работы изменяется, что является следствием отклонения газа от идеальности. Этот эффект, обнаруженный экспериментально Джоулем и Томсоном, пропускавшими газ через пористую перегородку (дрессель) в теплоизолиро-

ванной трубе, и получил название эффекта Джоуля-Томсона.

Найдем изменение температуры моля газа вследствие эффекта Джоуля-Томсона. Пусть состояние газа до расширения характеризуется параметрами V_1 , T_1 и p_1 , а после расширения V_2 , T_2 и p_2 . Так как расширение газа происходит без теплообмена с внешней средой (адиабатически), приращение внутренней энергии газа должно равняться совершенной над ним работе

$$U_2 - U_1 = p_1 V_1 - p_2 V_2.$$

Считая газ до расширения ван-дер-ваальсовским, а после расширения – идеальным, представим каждое слагаемое в следующем виде:

$$\begin{aligned} U_2 &= C_V T_2; & U_1 &= C_V T_1 - a/V_1; \\ p_1 V_1 &= \left(\frac{RT_1}{V_1 - b} - \frac{a}{V_1^2} \right) V_1 = \frac{RT_1(V_1 - b + b)}{V_1 - b} - \frac{a}{V_1} = \\ &= RT_1 + \frac{RT_1 b}{V_1 - b} - \frac{a}{V_1}; & p_2 V_2 &= RT_2, \end{aligned}$$

где a и b - постоянные уравнения Ван-дер-Ваальса;

$C_V = \frac{i}{2} R = 3R$ - молярная теплоемкость газа при постоянном объеме (для метана число степеней свободы $i = 6$).

Подставив все эти выражения в исходное уравнение, получим

$$C_V T_2 - C_V T_1 + a/V_1 = RT_1 + \frac{RT_1 b}{V_1 - b} - \frac{a}{V_1} - RT_2,$$

отсюда искомое изменение температуры

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1}{(C_V + R)} \left(\frac{RT_1 b}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1} \right) = \frac{1}{4R} \left(\frac{RT_1 b}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1} \right).$$

Найдем предварительно V_1 из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$V_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{8,31 \cdot 273}{10^6} \text{ м}^3 = 2,27 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

и затем вычислим

$$\Delta T = \frac{1}{4 \cdot 8,31} \left(\frac{8,31 \cdot 273 \cdot 4,3 \cdot 10^{-5}}{2,27 \cdot 10^{-3} - 4,3 \cdot 10^{-5}} - \frac{2 \cdot 0,23}{2,27 \cdot 10^{-3}} \right) \text{ К} \approx -4,8 \text{ К}.$$

Огромные трудности встают перед строителями шахт, туннелей, подземных железных дорог, когда при проходке они встречаются с водоносными грунтами – «плывунами». Вода вместе с разжиженной породой заливает шахту, делает невозможной работу.

Холодильная техника оказывает большую помощь строителям в борьбе с такими плывунами. Плывуны замораживают, превращают в лед, а затем подвергают обычной обработке.

При пересечении скважиной водоносного слоя замораживание производят путем нагнетания в пласт под большим давлением метана, используя при этом эффект Джоуля-Томсона (понижение температуры при фильтрации газа через пористый массив).

В технике эффект Джоуля-Томсона используется для охлаждения газов при их сжижении.

Сжиженные газы используются в установках для кондиционирования шахтного воздуха. Кроме того, существуют методы разработки залежей полезных ископаемых, основанные на охлаждении пород с помощью сжиженных газов. При локальном сильном охлаждении поверхности породы интенсивной струей низкотемпературного газа (например, жидкого азота) в породе возникают растягивающие напряжения. Если на охлажденную породу дополнительно воздействовать механическими нагрузками, то зона разрушения увеличивается.

4.4

Нефть на складе хранится в большом баке, имеющем форму цилиндра высотой 8 м. Бак наполняется нефтью зимой при температуре $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$. На сколько надо не долить бак, чтобы, в случае отсутствия из него расхода нефти, летом при температуре $+30\text{ }^{\circ}\text{C}$ бак был бы только полным и нефть из него не вылилась? Коэффициент объемного расширения нефти $0,001\text{ град}^{-1}$. Расширением самого бака пренебречь. Какова плотность нефти при этих температурах, если ее плотность при $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ равна 850 кг/м^3 ? Какое давление оказывает нефть на дно бака?

$$h = 8 \text{ м}$$

$$t_1 = -30 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_2 = +30 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\beta = 0,001 \text{ град}^{-1}$$

$$\rho_0 = 850 \text{ кг/м}^3$$

$$\Delta h - ?$$

$$\rho_1, \rho_1 - ?$$

$$\rho_2, \rho_2 - ?$$

Решение

Объем жидкости увеличивается с ростом температуры по закону

$$V = V_0 \cdot (1 + \beta t),$$

где V_0 - объем при $0 \text{ }^\circ\text{C}$;

t - температура жидкости по шкале Цельсия;

β - коэффициент объемного расширения.

Отсюда отношение объемов нефти при t_1 и t_2

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1 + \beta t_1}{1 + \beta t_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{h_1}{h},$$

так как $V = S \cdot h$.

$$\Delta h = h - h_1 = h \left(1 - \frac{1 + \beta t_1}{1 + \beta t_2} \right) = 8 \left(1 - \frac{1 - 0,001 \cdot 30}{1 + 0,001 \cdot 30} \right) \text{ м} = 0,47 \text{ м}.$$

Вычислим плотность нефти при температуре t_1 .

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{m}{V_0(1 + \beta t_1)} = \frac{\rho_0}{1 + \beta t_1} = \frac{850}{1 - 0,001 \cdot 30} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 880 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

аналогично при t_2

$$\rho_2 = \frac{\rho_0}{1 + \beta t_2} = \frac{850}{1 + 0,001 \cdot 30} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 825 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Давление нефти на дно бака

$$p_1 = \rho_1 g h_1 = \rho_1 g (h - \Delta h) = 880 \cdot 9,8 (8 - 0,47) \text{ Па} = 6,5 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$p_2 = \rho_2 g h = 825 \cdot 9,8 \cdot 8 \text{ Па} = 6,5 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Гидростатическое давление нефти на дно бака не зависит от температуры.

Большие запасы нефтепродуктов выгодно хранить в подземных соляных выработках. Подземные камеры нужной формы и любого объема вымываются водой, которая подается по буровым скважинам. Одновременно по ним закачивают воздух или специальную жидкость для предохранения глубинного потолка от растворения. В готовую емкость с соляным раствором нагнетают продукты переработки нефти – бензин, керосин. По мере заполнения камеры они вытесняют рассол наверх.

Такие хранилища имеют ряд преимуществ перед стальными наземными резервуарами. Им не грозит пожар и опасность взрыва. Значительно уменьшаются потери от испарения.

4.5

Разность уровней воды в стеклянных трубках с радиусами внутренних каналов 0,25 мм и 0,50 мм, погруженных в нее, составила 30 мм. Вычислить коэффициент поверхностного натяжения воды и использовать полученное значение для определения среднего диаметра капилляров горной породы, если вода поднимается по ним в шахте на высоту 3 м.

$$r_1 = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$r_2 = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$\Delta h = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$h = 3 \text{ м}$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\alpha - ? \quad d - ?$$

Решение

Высота подъема жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2 \alpha \cos \theta}{\rho g r},$$

где θ - краевой угол;
 r - радиус канала трубки;
 ρ - плотность жидкости;
 g - ускорение свободного падения.

При полном смачивании стенок трубки жидкостью $\theta = 0$.

Разность уровней воды в стеклянных трубках

$$\Delta h = \frac{2\alpha}{\rho g r_1} - \frac{2\alpha}{\rho g r_2} = \frac{2\alpha(r_2 - r_1)}{\rho g r_1 r_2},$$

откуда

$$\alpha = \frac{\rho g r_1 r_2 \cdot \Delta h}{2(r_2 - r_1)} = \frac{10^3 \cdot 9,8 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} \cdot 5,0 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{2(5,0 - 2,5) \cdot 10^{-4}} \frac{\text{Н}}{\text{м}} = 0,073 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Средний диаметр капилляров горной породы

$$d = \frac{4\alpha}{\rho g h} = \frac{4 \cdot 0,073}{10^3 \cdot 9,8 \cdot 3} \text{ м} = 10^{-5} \text{ м}.$$

Одним из основных физико-механических показателей горной породы является пористость, которая характеризуется объемом всех пустот и трещин в ней. Различают некапиллярную пористость при диаметре пор более 0,5 мм или ширине трещин более 0,25 мм и капиллярную – при меньших размерах пор или трещин.

Пористость возникает в породах, содержащих минералы, растворимые в воде. Образование растворов и наличие капиллярных трещин вызывает капиллярное давление, которое поднимает жидкость на значительную высоту, что может сильно изменить общий характер циркуляции подземных вод.

Под влиянием капиллярного давления, которое достигает иногда очень больших величин, могут возникнуть такие явления, как набухание и вспучивание, то есть увеличение горной породы в объеме. Это приводит к разрушению не только ее самой, но и прилегающих к ней других пород, следствием чего могут быть самые неожиданные явления, например, прорывы воды.

Высота капиллярного поднятия зависит от диаметра капилляров. Крупнозернистые грунты обладают меньшей способностью капиллярного поднятия, чем мелкозернистые, но капиллярное поднятие в мелкозернистых грунтах происходит весьма медленно, в течение месяцев.

Это явление приходится учитывать при торфяных разработках. Многократные переезды машин, проводящих те или иные технологические операции, значительно уплотняют верхние слои торфяной залежи, что приводит к

уменьшению диаметра капилляров и к большему увлажнению разрабатываемого слоя.

Высота капиллярного поднятия может увеличиться на 20÷40 %, поэтому для нормальной сушки торфа понижают уровень грунтовых вод до 0,8÷1 м от поверхности.

4.6

Найти добавочное давление внутри мыльного пузыря диаметром 5 см. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь?

$$d = 0,05 \text{ м}$$

$$\alpha = 40 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$$

$$p - ?$$

$$A - ?$$

Решение

Согласно формуле Лапласа давление, создаваемое изогнутой поверхностью жидкости,

$$p = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где R_1 и R_2 - радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости.

В случае сферической поверхности

$$p = \frac{2\alpha}{R} = \frac{4\alpha}{d}.$$

Пленка мыльного пузыря имеет две сферических поверхности – внешнюю и внутреннюю. Обе поверхности оказывают давление на воздух, заключенный внутри пузыря. Так как толщина пленки чрезвычайно мала, то диаметры обеих поверхностей практически одинаковы. Поэтому добавочное давление внутри пузыря

$$p = \frac{8\alpha}{d} = \frac{8 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{0,05} \text{ Па} = 6,4 \text{ Па}.$$

Работа, которую нужно совершить, чтобы увеличить поверхность пленки,

$$A = \alpha \Delta S = \alpha (S - S_0),$$

где S - общая площадь двух сферических поверхностей пленки мыльного пузыря;

S_0 - площадь двух плоских поверхностей пленки, покрывающей отверстие трубки до выдувания пузыря.

Пренебрегая S_0 , получим

$$A = \alpha S = \alpha 2\pi d^2 = 40 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot (0,05)^2 \text{ Дж} = 0,63 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

На поверхностное натяжение жидкостей большое влияние оказывают примеси. Так мыло, растворенное в воде, уменьшает ее коэффициент поверхностного натяжения с 0,073 Н/м до 0,045 Н/м (при 15 °С).

Вещества, ослабляющие поверхностное натяжение жидкости и собирающиеся в поверхностном слое при их растворении, называются поверхностно-активными веществами (ПАВ). Известны сотни различных ПАВ.

ПАВ оказывают влияние на механическую скорость бурения скважин. Применение растворов сульфанола позволяет увеличить механическую скорость бурения на 20-24 %. Адсорбируясь на поверхности горных пород, молекулы ПАВ проникают в мелкие трещины, помогают разрушению.

ПАВ широко применяются при флотационном обогащении каменных углей, руд цветных металлов.

За последние годы различными нефтяными институтами проведены важные работы по использованию ПАВ для обезвоживания и обессоливания нефтей, увеличения нефтеотдачи пластов и продуктивности эксплуатационных скважин, предотвращения коррозии нефтепромыслового оборудования, борьбы с отложениями парафина, улучшения качества нефтепродуктов, предотвращения обвалов при бурении глинистых пород, улучшения качества цементирования скважин.

На поверхности воды нефть растекается в виде очень тонкой пленки, так как ее плотность меньше плотности воды. Известно, что тонна нефти способна покрыть тонкой пленкой участок моря площадью 1200 га = 12 км².

Нефть является одним из главных источников загрязнения окружающей среды. Охрана Мирового океана от загрязнений нефтью требует специальных мероприятий. Этому вопросу уделяют внимание и отдельные страны, и международные организации.

4.7

Капля ртути массой 2,72 г введена между параллельными стеклянными пластинками. Какую силу следует приложить для того, чтобы расплющить каплю до толщины в 0,1 мм? Коэффициент поверхностного натяжения ртути 0,50 Н/м, плотность ртути $1,36 \cdot 10^4$ кг/м³. Считать, что ртуть полностью не смачивает стекло.

$$m = 2,72 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$d = 10^{-4} \text{ м}$$

$$\alpha = 0,50 \text{ Н/м}$$

$$\rho = 1,36 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$$

$$F - ?$$

Решение

Сдавленная капля ртути примет вид очень тонкого диска с выпуклой боковой поверхностью, имеющей двоякую кривизну. Будем считать, что толщина диска d много меньше его радиуса R .

Дополнительное давление Δp , возникающее вследствие кривизны поверхности, уравнивается внешним давлением, производимым силой F .

$$\Delta p = \frac{F}{S}$$

Площадь соприкосновения капли ртути с пластинкой

$$S = \frac{V}{d} = \frac{m}{\rho \cdot d},$$

где V - объем капли ртути.

С другой стороны, $S = \pi R^2$, поэтому радиус диска

$$R = \sqrt{\frac{m}{\pi \rho d}}$$

Давление Δp выражается формулой Лапласа

$$\Delta p = \alpha \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right),$$

где $r = d/2$ - радиус кривизны нормального сечения поверхности ртути плоскостью, перпендикулярной пластинкам.

Искомая сила

$$F = \Delta p \cdot S = \frac{m\alpha}{\rho d} \left[\sqrt{\frac{\pi \rho d}{m}} + \frac{2}{d} \right] =$$

$$= \frac{2,72 \cdot 10^{-3} \cdot 0,50}{1,36 \cdot 10^4 \cdot 10^{-4}} \left[\sqrt{\frac{3,14 \cdot 1,36 \cdot 10^4 \cdot 10^{-4}}{2,72 \cdot 10^{-3}}} + \frac{2}{10^{-4}} \right] \text{ Н} = 20 \text{ Н}.$$

Смачивание и несмачивание жидкостями поверхностей твердых тел, а также капиллярные явления, связанные с проявлением сил поверхностного натяжения, нашли применение в горном деле (например, при обогащении полезных ископаемых и в буровой технике).

Одна и та же жидкость смачивает одни и не смачивает другие твердые тела. Так, вода практически полностью смачивает чистую поверхность стекла и не смачивает, например, парафин. Ртуть не смачивает стекло и смачивает чистую поверхность железа и т.д.

На явлении смачивания жидкостью одних твердых веществ и несмачивания других основан флотационный метод обогащения руды. Принцип флотации состоит в следующем. Мелко измельченная порода, содержащая частицы руды и бесполезных примесей («пустой» породы), перемешивается с жидкостью, которая смачивает только частицы «пустой» породы. Через эту смесь продувается воздух. Пузырьки воздуха «прилипают» к несмачиваемым жидкостью частицам руды и уносят их на поверхность. Частицы «пустой» породы, к которым пузырьки воздуха не прилипают, постепенно осаждаются на дно.

В последнее время в буровой технике стали применяться тепловые трубы (ТТ), действие которых связано с силами поверхностного натяжения и

с капиллярными явлениями. Они используются для охлаждения породоразрушающих инструментов, отвода тепла от тормозного шкива буровой установки и др.

ТТ представляют собой герметизированную конструкцию (заглушенную с обоих концов трубку) длиной до 1,8 м, внутренняя поверхность которой выстлана пористой структурой (фитилем), например, мелкой сеткой, насыщенной жидким теплоносителем (Na, K, Hg, H₂O и др.). Под действием сил поверхностного натяжения жидкий теплоноситель перемещается в вакууме по капиллярным каналам наполнителя трубы – фитиля, перенося тепло от одного конца трубы к другому.

Ряд положительных качеств тепловых труб делает возможным использование их для охлаждения алмазных и твердосплавных коронок при обычном бурении, например, в качестве противоаварийной профилактической меры для предотвращения прижога коронок, при бурении с продувкой и особенно при безнасосном разведочном бурении в условиях вакуума и т.п.

Задачи для самостоятельного решения

181. Глицерин поднялся в капиллярной трубке с диаметром канала 1 мм на высоту 21,8 мм. Определить коэффициент поверхностного натяжения глицерина. Смачивание считать полным. /0,064 Н/м/

182. Определить средний диаметр капилляров горной породы, если вода поднимается по ним в шахте на высоту 3 м при 10 °С. Коэффициент поверхностного натяжения воды 0,075 Н/м. /0,01 мм/

183. Какова будет высота столбика ртути в барометрической трубке диаметром 2 мм, если атмосферное давление $0,95 \cdot 10^5$ Па? Несмачивание считать полным. Коэффициент поверхностного натяжения ртути 0,5 Н/м. Какой была бы высота столбика ртути, если бы поверхностное натяжение отсутствовало? /0,705 м; 0,713 м/

184. В одной и той же трубке вода поднимается на высоту 6 см, а керосин на высоту 3,12 см. Плотность воды 1000 кг/м^3 , коэффициент поверхностного натяжения $0,072 \text{ Н/м}$. Плотность керосина 800 кг/м^3 . Чему равен его коэффициент поверхностного натяжения? /0,03 Н/м/

185. В капиллярных трубках одинакового диаметра вода поднимается на высоту 6 см, а спирт на высоту 2,3 см. Найти отношение коэффициентов поверхностного натяжения указанных веществ. Плотности воды и спирта соответственно равны 1000 кг/м^3 и 800 кг/м^3 . /3,3/

186. Диаметры колен U-образной стеклянной трубки равны 0,8 мм и 2,8 мм. Найти разность уровней жидкости в обоих коленах при заполнении трубки водой ($\alpha = 0,073 \text{ Н/м}$). /2,7 см/

187. На нижнем конце трубки диаметром 0,2 см повисла шарообразная капля воды ($\alpha = 0,073 \text{ Н/м}$). Найти диаметр этой капли. /4,5 мм/

188. В воду опущена на очень малую глубину стеклянная трубка с диаметром канала 1 мм. Найти массу воды, вошедшей в трубку. /23 мг/

189. Какую силу надо приложить, чтобы оторвать друг от друга (без сдвига) две смоченные водой фотопластинки размером $9 \text{ см} \times 12 \text{ см}$? Толщина водяной прослойки между пластинками 0,05 мм. Смачивание считать полным. /32 Н/

190. Между двумя вертикальными плоскопараллельными стеклянными пластинками, находящимися на расстоянии 0,25 мм друг от друга, налита жидкость. Найти плотность жидкости, если высота поднятия жидкости между пластинками 3,1 см. Смачивание считать полным. Коэффициент поверхностного натяжения жидкости $0,03 \text{ Н/м}$. /790 кг/м^3 /

191. Воздушный пузырек диаметром 2 мкм находится в воде у самой ее поверхности. Определить плотность воздуха в пузырьке, если воздух над поверхностью воды находится при нормальных условиях. /3,2 кг/м^3 /

192. Определить давление воздуха в воздушном пузырьке диаметром 0,01 мм, находящемся на глубине 20 см под поверхностью воды. Атмосферное давление $101,7 \text{ кПа}$. /133 кПа/

193. Две капли ртути ($\alpha = 0,5 \text{ Н/м}$) радиусом 1 мм каждая слились в одну большую каплю. Какая энергия выделится при этом слиянии? /2,6 мкДж/

194. На сколько уменьшится потенциальная энергия поверхностной пленки при слиянии двух капель воды радиусом 1 мм каждая в одну каплю? Коэффициент поверхностного натяжения 0,073 Н/м. /0,38 мкДж/

195. Какую работу против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы разделить сферическую каплю ртути радиусом 3 мм на две одинаковые капли ($\alpha = 0,5 \text{ Н/м}$)? /15 мкДж/

196. Найти добавочное давление внутри мыльного пузыря диаметром 10 см. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь? Коэффициент поверхностного натяжения мыльной воды равен 0,04 Н/м. /3,2 Па; 2,5 мДж/

197. Какую энергию надо затратить, чтобы выдуть мыльный пузырь радиусом 6 см? Каково будет добавочное давление внутри этого пузыря? Коэффициент поверхностного натяжения мыльной воды равен 0,04 Н/м. /3,6 мДж; 2,7 Па/

198. Определить работу против сил поверхностного натяжения, произведенную над пленкой мыльного пузыря, если при выдувании его диаметр возрастает от 3 до 30 см, а коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора 0,03 Дж/м². /17 мДж/

199. Какую работу надо совершить, чтобы, выдувая мыльный пузырь, увеличить его диаметр от 1 см до 11 см? Считать процесс изотермическим. Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора равен 0,04 Дж/м². /3 мДж/

200. Какую работу против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы увеличить вдвое объем мыльного пузыря радиусом 1 см? Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора 0,043 Н/м. /64 мкДж/

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антонов В. Я. и др. Технология полевой сушки торфа. М.: Недра, 1981. – 239 с.
2. Асонов В. А. и др. Буровзрывные работы. – М.: Госстройиздат, 1960. – 408 с.
3. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: СпецЛит, 2002. – 328 с.
4. Гольдфарб Н. И. Сборник вопросов и задач по курсу физике. – М.: Высшая школа, 1983. – 351 с.
5. Дмитриев А. П., Кузьяев Л. С. Термодинамика и теплопередача горных пород: Лабораторный практикум. – М.: МИГРЭ, 1966. – 140 с.
6. Кассандрова О. Н. и др. Методика решения задач по молекулярной физике – М.: МГУ, 1982. – 191 с.
7. Новодворская Е. Н. Методика проведения упражнений по физике во втузе. – М.: Высшая школа, 1981. – 319 с.
8. Новик Г. Я., Кузьяев Л. С. Основы физики горных пород. Сборник задач и упражнений. – М.: МГИ, 1983. – 46 с.
9. Пименов М. А. Гидротехника в торфяном производстве. – Минск: Высшая школа, 1976. – 320 с.
10. Применение ПАВ в нефтяной промышленности. – М.: Гостоптехиздат, 1961. – 288 с.
11. Сборник задач по физике: Учебное пособие. // Под ред. С. М. Козела. – М.: Наука, 1990. – 352 с.
12. Трофимова Т. И. Сборник задач по курсу физики. – М.: Высшая школа, 1996. – 303 с.
13. Чертов А. Г., Воробьев А. А. Задачник по физике: Учебное пособие. – М.: Интеграл-Пресс, 1997. – 544 с.
14. Хаджиков Р.Н., Бутаков С.А. Горная механика. – М.: Недра, 1982. – 407 с.

О. В. Садырева, Л. Н. Лукашевич, И. А. Келарева, Н. А. Шварте

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ

Корректурa кафедры физики

Подписано в печать 03.2004 г.

Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.

Печ. л. 4,25. Уч.-изд.л. 3,78. Тираж 100 экз. Заказ №

Лаборатория педагогики

620144, Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30.

Уральская государственная горно-геологическая академия

Лаборатория множительной техники