

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО  
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ  
С ГОРНОТЕХНИЧЕСКИМ УКЛОНОМ

1997

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ  
АКАДЕМИЯ

ОДОБРЕНО

Методической комиссией  
геофизического факультета  
“ “ \_\_\_\_\_ 1997 г.

Председатель комиссии  
\_\_\_\_\_ проф. Г. Я. Дементьев

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО  
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ  
С ГОРНТЕХНИЧЕСКИМ УКЛОНОМ

Электричество: Методические рекомендации к решению задач по физике с горнотехническим уклоном / Л. Н. Лукашевич, Л. К. Катанова, И. А. Келарева, С. А. Фризен, Н. А. Шварте, О. В. Садырева; Уральская госуд. горно-геол. академия, каф. физики, - Екатеринбург: изд. УГГГА, 1997. - 50 с.

В работе приведены примеры решения задач по физике и задачи для самостоятельного решения. Комментарии к задачам несут полезную для студентов информацию: в них разъясняется, как физические закономерности проявляются в различных приборах и установках, используемых для разведки полезных ископаемых, для изучения физических свойств горных пород, в процессах обогащения руд и т. д.

Пособие предназначено для преподавателей кафедры физики и студентов. Обозначения величин соответствуют общепринятым.

Пособие рассмотрено на заседании кафедры физики 4 февраля 1997 года (протокол № 5) и рекомендовано для издания в УГГГА.

Рецензент: И. Г. Сковородников, проф., д-р геол.-минерал. наук

© Уральская государственная  
горно-геологическая  
академия, 1997

## СОДЕРЖАНИЕ

с.

### 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА.

3

*Примеры решения задач*

*Задачи для самостоятельного решения*

1.1. Закон Кулона. Напряженность электрического поля

1.2. Потенциал. Работа в электрическом поле.

1.3. Емкость. Энергия заряженных тел.

### 2. ПОСТОЯННЫЙ ТОК.

*Примеры решения задач.*

*Задачи для самостоятельного решения.*

2.1. Законы постоянного тока.

2.2. Работа и мощность тока.

2.3. Правила Кирхгофа.

Список использованной литературы

# 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

## Примеры решения задач

### 1.1 /1, 2/

Определить силы взаимодействия, возникающие при электрической сепарации между частицей минерала с зарядом 5 нКл и плоским проводящим электродом Р, когда частица находится на расстоянии 10 см от электрода (рис. 1 а) и в непосредственной близости от него (рис. 1 б). Диаметр частицы 4 мм. Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Кл<sup>2</sup> / (Н · м<sup>2</sup>), диэлектрическая проницаемость воздуха  $\epsilon = 1$ .

$$q = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$l = 0,1 \text{ м}$$

$$d = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\epsilon = 1$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{Н} \cdot \text{м}^2)$$

$$F_1 - ?$$

$$F_2 - ?$$

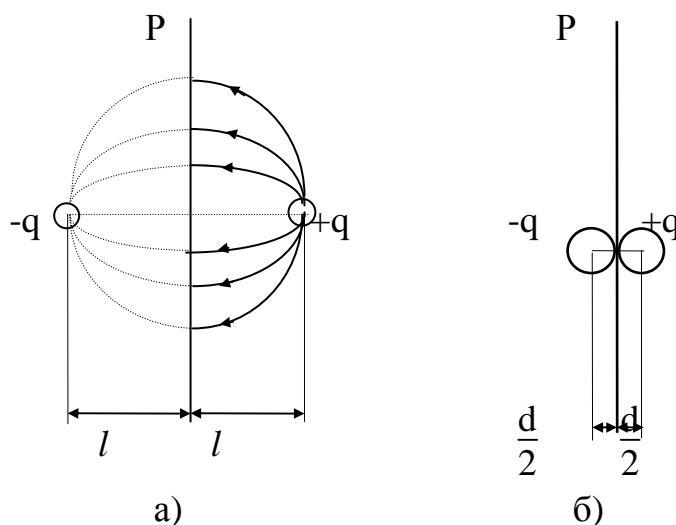


Рис. 1.1

### Решение

Точечный заряд  $q$  взаимодействует с наведенным им на проводящей плоскости Р /электроде/ зарядом противоположного знака. На рис. 1 а сплошными линиями показаны линии напряженности в пространстве между зарядом  $q$  и плоскостью Р, являющейся эквипотенциальной поверхностью.

Решение задачи упрощается, если воспользоваться методом зеркальных изображений. Этот метод основан на том, что замена любой эквипотенциальной поверхности электростатического поля бесконечно тонкой проводящей поверхностью, имеющей тот же потенциал, не вызывает никакого изменения поля. В случае плоского электрода электрическое поле можно рассматривать как поле двух разноименных зарядов, расположенных на одинаковом расстоянии от проводящей плоскости.

Сила притяжения положительного заряда  $+q$  к проводящей плоскости равна силе, которая действует на этот заряд со стороны отрицательного заряда  $-q$ , являющегося его “зеркальным изображением”. Эта сила направлена в сторону проводящего электрода и может быть определена по закону Кулона

$$F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2},$$

где  $r$  - расстояние между зарядами.

Когда частица находится на расстоянии  $l$  от электрода, то  $r = 2l$  и сила взаимодействия

$$F_1 = \frac{q^2}{16\pi\epsilon\epsilon_0 l^2} = \frac{25 \cdot 10^{-18}}{16 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,01} \text{ Н} = 5,6 \cdot 10^{-6} \text{ Н}.$$

Если сферическая частица соприкасается с электродом (рис. 1 б) и ее заряд можно считать равномерно распределенным по поверхности частицы, то  $r = d$  и сила

$$F_2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 d^2} = \frac{25 \cdot 10^{-18}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 16 \cdot 10^{-6}} \text{ Н} = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ Н}.$$

Необходимым условием успешной электрической сепарации является со-общение разделяемым компонентам электрических зарядов, которые в момент сепарации должны быть максимально различны по своей величине. Одним из способов зарядки частиц является зарядка трением - трибозарядка. Трибозарядка различных компонентов сепарируемых материалов возможна двумя путями: при контакте и трении частиц материала между собой, в результате чего различные материалы приобретают противоположные заряды, а также в результате контакта частиц с поверхностью, вещество которой выбрано так, чтобы разделяемые компоненты при контакте с поверхностью получали заряды, различные по величине и, желательно, по знаку. Величину и знак приобретаемого заряда можно регулировать условиями нагрева материала и окружающей среды, влажностью среды, реагентной обработкой.

При измерении трибозарядов частиц используют клетку Фарадея и вольтметр-электромметр с высоким входным сопротивлением. Клетка Фарадея представляет собой металлическую банку, экранированную снаружи металлическим цилиндром. Банка подключается к электромметру, а цилиндр заземляется.

Для измерения заряда отдельной частицы ее берут из общей навески иглой с изолированной ручкой и помещают в клетку Фарадея. Величина заряда определяется по формуле

$$q = C \cdot U,$$

где  $C$  - емкость измерительного контура, включающего прибор, клетку Фарадея и провода,

$U$  - напряжение, определяемое вольтметром.

1.2 /2 - 5/

Биполярная заряженная минеральная частица (диполь с электрическим моментом  $5 \text{ пКл} \cdot \text{м}$ ) свободно установилась в поле точечного заряда  $100 \text{ нКл}$  на расстоянии  $10 \text{ см}$  от него (рис. 2). Определить для этой точки величину  $\frac{dE}{dr}$ , характеризующую степень неоднородности поля в направлении линии напряженности и величину силы, действующей на частицу. Диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon = 1$ .

$p = 5 \cdot 10^{-12} \text{ Кл} \cdot \text{м}$ $q = 1 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$ $r = 0,1 \text{ м}$ $\epsilon = 1$
$\frac{dE}{dr} - ?$ $F - ?$

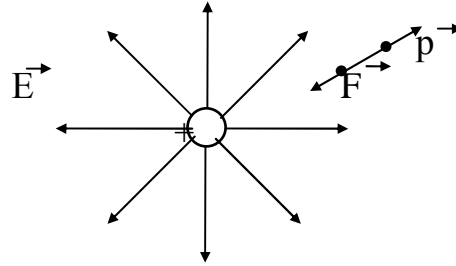


Рис. 2

Решение

Электрическое поле точечного заряда является неоднородным, его напряженность обратно пропорциональна квадрату расстояния до той точки, в которой она определяется

$$E = \frac{|q|}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}.$$

На электрический диполь будут действовать вращающий момент, стремящийся установить диполь так, чтобы его электрический момент был направлен по полю, и пондеромоторная сила, величина которой

$$F = p \cdot \frac{dE}{dr},$$

где  $\frac{dE}{dr}$  характеризует степень неоднородности поля и показывает изменение напряженности на единице длины, взятой вдоль оси диполя.

Сила  $\vec{F}$  направлена вдоль вектора  $\frac{dE}{dr}$  и стремится переместить частицу в область больших значений напряженности.

$$\frac{dE}{dr} = \frac{|q|}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} = \frac{10^{-7}}{6,28 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-3}} \text{ В / м}^2 = 1,8 \text{ МВ / м}^2.$$

$$F = p \cdot \frac{dE}{dr} = 5 \cdot 10^{-12} \cdot 1,8 \cdot 10^6 \text{ Н} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ Н}.$$

При электрических методах обогащения полезных ископаемых смесь заряженных минеральных частиц подвергается воздействию сильного электрического поля, в котором на заряженную частицу кроме сил тяжести, трения, воздушного сопротивления и инерции, действуют кулоновская и пондеромоторная силы.

Разделение минеральных частиц происходит тем успешнее, чем больше разница в суммарных векторах сил, действующих на частицы различных минералов. В зависимости от электрических свойств, размера и формы минеральные частицы в электрическом сепараторе движутся по различным траекториям и могут быть разделены.

Диэлектрическая сепарация может быть осуществлена на металлической конвейерной ленте, представляющей собой один из электродов. Вторые электроды установлены над лентой. Двигаясь в жидкости с определенной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{ж}$ , минералы с большими значениями  $\epsilon_{м}$ , чем у жидкости, притягиваются к ленте и погружаются в конце ее в приемник. Минералы с меньшей  $\epsilon_{м}$ , чем у жидкости, выталкиваются из поля. Если зерно минерала не движется, то  $\epsilon_{м} = \epsilon_{ж}$ .

Электрическая сепарация применяется при доводке концентратов руд редких металлов, при обогащении неэлектропроводных ископаемых. Этот процесс экономичен, не приводит к загрязнению окружающей среды и не потребляет воды.

Электросепарация находится на стыке нескольких направлений физики и техники: обогащение полезных ископаемых, электростатики, электродинамики, техники высоких напряжений, механики.

### 1.3 /6, 7/

Найти величину отрицательного заряда кварцевой пылинки, находящейся во взвешенном состоянии в электрическом поле плоского конденсатора (рис. 3) при напряженности поля 200 В/см, если радиус пылинки 0,625 мкм, а плотность кварца 2,9 г/см<sup>3</sup>. Сколько электронов создают такой заряд?

$$E = 2 \cdot 10^4 \text{ В/м}$$

$$r = 0,625 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\rho = 2,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$q - ?$$

$$N - ?$$

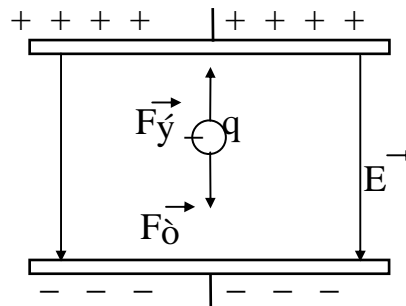


Рис. 3

Решение



Пылинка находится во взвешенном состоянии, если сила тяжести пылинки уравновешивается силой, действующей на пылинку со стороны электрического поля.

$$F_r = F_g, \quad mg = E \cdot |q|.$$

Учитывая, что

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3,$$

находим заряд пылинки

$$|q| = \frac{\rho \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g}{3 \cdot E} = \frac{2,9 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 0,625^3 \cdot 10^{-18} \cdot 9,8}{3 \cdot 2 \cdot 10^4} \text{ Кл} = 14,5 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

Число электронов на пылинке

$$N = \frac{|q|}{|e|} = \frac{14,5 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 9.$$

.При изучении свойств кварцевой пыли было установлено, что частицы пыли приобретают электрический заряд во время движения в потоке воздуха в результате трения о воздух и стенки труб.

В промышленных служебных помещениях производят искусственную ионизацию с помощью ионных пылеосадителей для очистки воздуха от пыли. При кратковременной ионизации воздуха величина заряда на частицах пыли увеличивается в десятки раз. Появляются крупные частицы, состоящие из тысяч мелких, которые быстро осаждаются.

В подземных горных выработках необходимо регулярно производить орошение стенок и кровли выработок при бурении и взрывных работах, отбитой руды в местах погрузки и ее транспортирования. Исследованиями установлено, что в пыли, образующейся при бурении шпуров, преобладают положительные заряды, а в пыли, образующейся при взрывании, транспортировании и погрузке руды - отрицательные. Пыль, возникающая при бурении, приобретает мощный заряд, равный десяткам тысяч элементарных зарядов, что способствует эффективному улавливанию пыли при правильном применении электрических полей.

#### 1.4 /8 - 10/

Счетчик Гейгера представляет собой полый металлический цилиндр радиусом 1 см, вдоль оси которого протянута проволока радиусом 65 мкм (рис. 4). Какова напряженность поля у поверхности проволоки и цилиндра, если к ним приложена разность потенциалов 850 В?

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 850 \text{ В}$$

$$r_1 = 6,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

$$r_2 = 0,01 \text{ м}$$

$$E_1 - ?$$

$$E_2 - ?$$

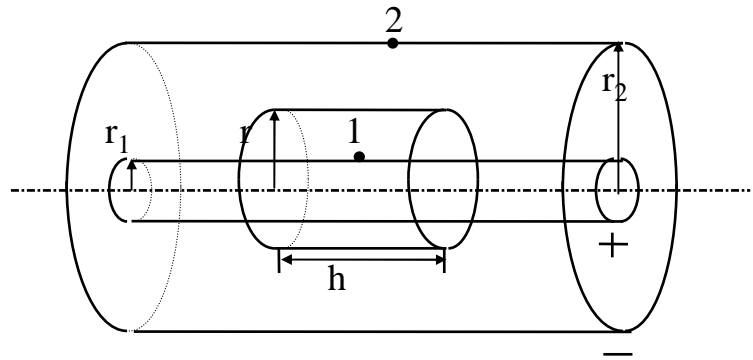


Рис. 4

### Решение

Электрическое поле создано положительным зарядом, равномерно распределенным по поверхности длинной нити (рис. 4).

Поле обладает осевой симметрией, что позволяет искать напряженность с помощью теоремы Остроградского-Гаусса: поток вектора напряженности через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на  $\epsilon \cdot \epsilon_0$ .

$$N_E = \oint_S \vec{E}_n dS = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \sum q_i,$$

где  $E_n$  - проекция вектора  $\vec{E}$  на нормаль  $\vec{n}$  к поверхности.

Из соображений симметрии следует, что напряженность поля в любой точке должна быть направлена вдоль радиальной прямой, перпендикулярной к нити, а величина напряженности будет зависеть от расстояния от оси. Только вблизи концов нити линии напряженности не будут радиальными.

На рис. 4 представлена замкнутая цилиндрическая поверхность радиусом  $R$  и высотой  $h$ , ось этой поверхности совпадает с осью заряженной проволоки. Для оснований цилиндра  $E_n = 0$ , для боковой поверхности  $E_n = E(r)$ . Поток вектора напряженности через рассматриваемую поверхность

$$N_E = E(r) \cdot 2\pi r h.$$

Если  $r_2 > r > r_1$ , внутрь поверхности попадает заряд

$$q = \sigma \cdot S_1,$$

где  $\sigma$  - поверхностная плотность заряда на нити (проволоке),

$S_1 = 2\pi r_1 h$  - боковая поверхность нити.

Применив теорему Остроградского-Гаусса, получим

$$E(r) \cdot 2\pi r h = \frac{|\sigma| \cdot 2\pi r_1 h}{\epsilon \epsilon_0},$$

откуда

$$E(r) = \frac{|\sigma| \cdot r_1}{\epsilon \epsilon_0 r}.$$

Если  $r < r_1$ , то замкнутая поверхность не содержит внутри зарядов, вследствие чего

$$E(r) = 0.$$

Положив  $r = r_1$ , получим для напряженности поля в непосредственной близости к поверхности проволоки значение

$$E_1 = \frac{|\sigma|}{\epsilon \epsilon_0},$$

а для напряженности поля у поверхности цилиндра

$$E_2 = \frac{|\sigma| \cdot r_1}{\epsilon \epsilon_0 \cdot r_2}.$$

Используем связь между напряженностью и потенциалом

$$d\varphi = -E(r) \cdot dr.$$

Интегрируя, получаем

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} E(r) \cdot dr$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{|\sigma| \cdot r_1}{\epsilon \epsilon_0} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{|\sigma| \cdot r_1}{\epsilon \epsilon_0} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} = E_1 \cdot r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Напряженность поля у поверхности проволоки

$$E_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{850}{6,5 \cdot 10^{-5} \cdot \ln \frac{1}{0,0065}} \text{ В/м} = 2,6 \cdot 10^6 \text{ В/м}.$$

Напряженность поля у поверхности цилиндра

$$E_2 = E_1 \cdot \frac{r_1}{r_2} = \frac{2,6 \cdot 10^6 \cdot 6,5 \cdot 10^{-5}}{10^{-2}} \text{ В/м} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ В/м}.$$

Вне счетчика поле отсутствует, так как алгебраическая сумма зарядов на проволоке и цилиндре равна нулю.

Изобразим графически зависимость  $E(r)$  на рис. 5.

Счетчики могут регистрировать до 10000 частиц в секунду. При помощи разрядного счетчика, имеющего цилиндрическую форму, определяют радиоактивность горных пород и содержание в них радиоактивных элементов. Счетчик помещают в эталон, а затем в образец горной породы, который имеет форму полого цилиндра. Радиоактивность пород определяют по  $\gamma$ -излучению и выражают в импульсах на 1 г породы.

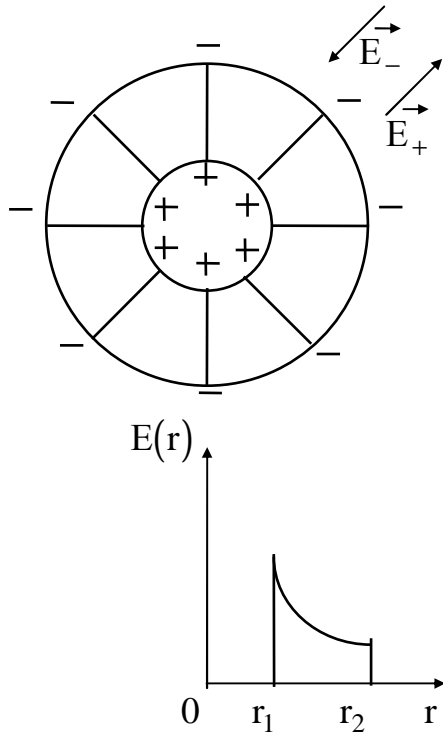


Рис. 5

Счетчик Гейгера является составной частью скважинного радиометра, применяемого для измерения естественной радиоактивности горных пород в скважинах. Основой для  $\gamma$ -метода бескернового изучения геологического разреза скважин является значительная дифференциация радиоактивности пород.

### 1.5 /11/

Какова поверхностная плотность заряда пластины больших размеров (рис. 6), если в ее электрическом поле работа по перемещению точечного заряда  $2 \cdot 10^{-9}$  Кл между двумя эквипотенциальными поверхностями составляет  $10^{-8}$  Дж? Расстояние между этими поверхностями 1 мм. Заряд перемещается вдоль линий вектора напряженности  $\vec{E}$  ( $\epsilon = 1$ ).

$q = 2 \cdot 10^{-9}$  Кл  
 $A = 10^{-8}$  Дж  
 $d = 10^{-3}$  м  
 $\epsilon = 1$   
 $\sigma = ?$

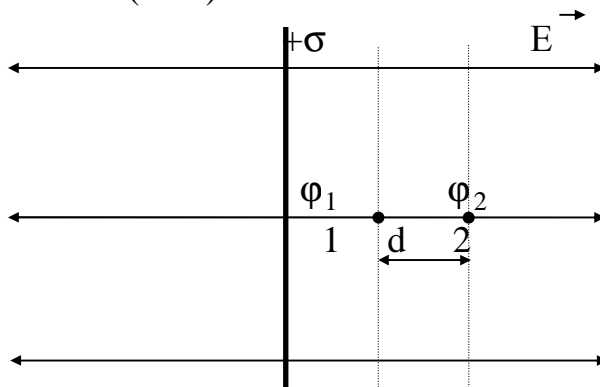


Рис. 6

### Решение

Электрическое поле заряженной плоскости бесконечно больших размеров является однородным. Напряженность такого поля

$$E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon\epsilon_0},$$

где  $\sigma$  - поверхностная плотность заряда пластины.

Напряженность поля также равна градиенту потенциала, взятому с противоположным знаком.

$$E = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{d} = \frac{A}{qd}.$$

Приравняв два выражения для напряженности и решив относительно  $\sigma$ , получим

$$\sigma = \frac{2A\epsilon\epsilon_0}{qd} = \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-3}} \text{ Кл / м}^2 = 8,85 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

После обнаружения геологами рудной залежи необходимо ее обследовать, определить размеры, форму, размещение в Земле.

Одним из геофизических методов, решающих эту задачу, является метод заряда. К естественному выходу руды подключают один из полюсов батареи (рис. 7). Второй полюс заземляют с помощью металлического электрода на расстоянии, превышающем предполагаемые размеры рудного тела, которое можно рассматривать как эквипотенциальный электрод. Эквипотенциальные линии, создаваемые рудным телом на поверхности земли, как бы оконтуривают изучаемый объект. Наименьшее расстояние между ними отмечается вблизи границы проекции рудного тела на поверхность Земли.

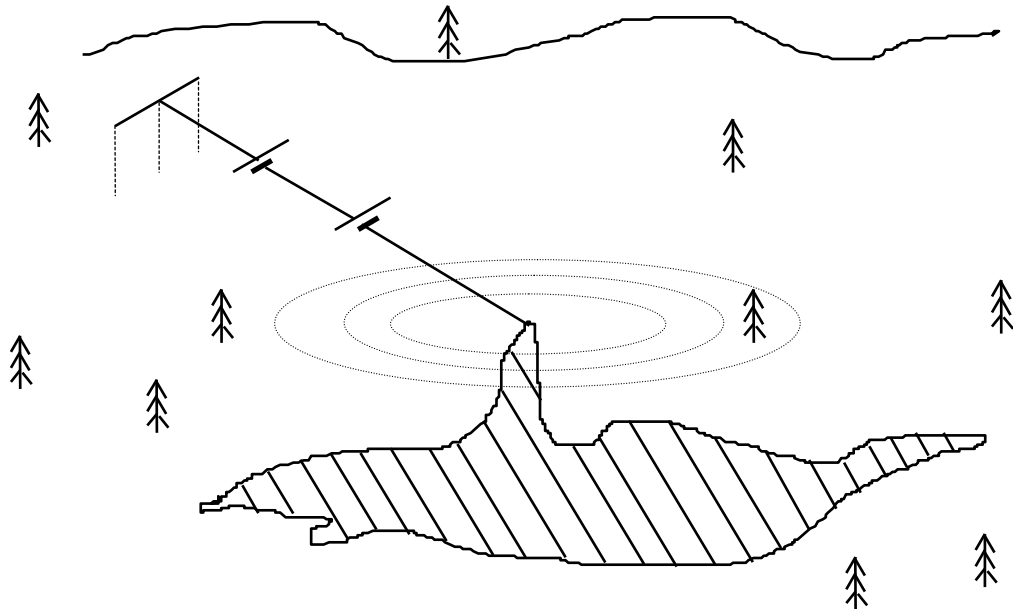


Рис. 7

Прослеживание эквипотенциальных линий производится с помощью установки, состоящей из гальванометра и двух приемных электродов. Если оба электрода находятся на одной эквипотенциальной линии, то стрелка гальванометра, подключенного к электродам, не отклоняется.

1.6 /1, 12 - 14/

Плоскопараллельная пластинка вырезана из кристалла кварца так, что одна пара ее граней перпендикулярна одной из электрических осей X. Толщина пластинки вдоль этой оси  $b = 1$  мм, высота  $h = 30$  мм вдоль оптической оси Z и длина  $a = 20$  мм в направлении нейтральной оси Y (рис. 8). Определить величину поляризационных зарядов, поляризованность кварца, напряженность поля и разность потенциалов между гранями, перпендикулярными оси X, вдоль которой действует сжимающая сила 10 Н. Пьезоэлектрическая постоянная кварца  $K = 2,14 \cdot 10^{-12}$  Кл/Н.

$$a = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$h = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$b = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$F = 10 \text{ Н}$$

$$K = 2,14 \cdot 10^{-12} \text{ Кл/Н}$$

$$q - ?$$

$$P - ?$$

$$E - ?$$

$$\Delta\phi - ?$$

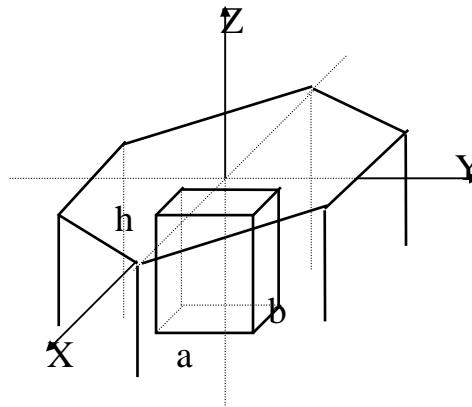


Рис. 8

Решение

При действии сжимающей силы  $F$  вдоль электрической оси X на обеих гранях, перпендикулярных этой оси, появляются равные и противоположные по знаку заряды, то есть наблюдается продольный прямой пьезоэффект.

$$q = K \cdot F = 2,14 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \text{ Кл} = 2,14 \cdot 10^{-11} \text{ Кл.}$$

Поляризованность  $P$  равна поверхностной плотности  $\sigma'$  поляризационных зарядов

$$P = P_n = \sigma' = \frac{q}{S} = \frac{q}{ah} = \frac{2,14 \cdot 10^{-11}}{2,0 \cdot 10^{-2} \cdot 3,0 \cdot 10^{-2}} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} = 35,7 \frac{\text{нКл}}{\text{м}^2}.$$

Напряженность электрического поля, вызванного появлением связанных зарядов,

$$E = \frac{|\sigma'|}{\epsilon_0} = \frac{35,7 \cdot 10^{-9}}{8,85 \cdot 10^{-12}} \text{ В/м} = 4 \cdot 10^3 \text{ В/м.}$$

Разность потенциалов между гранями, перпендикулярными оси X,

$$\Delta\phi = E \cdot b = 4 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \text{ В} = 4 \text{ В.}$$

Прямой и обратный пьезоэлектрические эффекты находят широкое применение в горном деле. Приведем несколько примеров.

На свойстве некоторых горных пород поляризоваться под действием упругих волн основан пьезоэлектрический метод разведки. Он применяется в наземном, скважинном и шахтном вариантах при поисках, разведке и эксплуатации месторождений полезных ископаемых, связанных с кварцевыми и пегматитовыми образованиями. Это, в основном, месторождения золота, горного хрусталя и цветных камней, плавикового шпата и полиметаллов.

При проведении морской сейсморазведки десятки пьезоприемников заключают в специальную сейсмокосу, которую помещают вдоль трассы корабля неглубоко под поверхностью воды во взвешенном состоянии. Последовательно производят небольшие взрывы посредством специальной металлической камеры с газовой взрывной смесью и принимают упругие колебания. Электрические сигналы, поступающие от пьезоприемников, записывают быстросейсмической регистрирующей установкой на борту корабля и затем подвергают тщательному анализу с применением вычислительной техники.

На основании данных сейсморазведки добывают на Каспии миллионы тонн нефти из морских скважин, пробуренных в указанных геофизиками местах. Под толщами вод океанов и морей обнаружены залежи каменного угля, железных руд, фосфоритов, ценнейшие рудные россыпи с большим содержанием редких металлов и другие полезные ископаемые.

Обратный пьезоэффект используется в генераторах ультразвука. Ультразвуковая аппаратура помогает в разведке полезных ископаемых, исследовании горных пород, в контроле и автоматизации производственных измерений, в обогащении полезных ископаемых, в каротаже буровых скважин и многих других случаях.

1.7 /4, 15/

Плоский конденсатор, между обкладками которого помещена пластинка слюды ( $\epsilon = 6$ ) толщиной 2 мм, заряжен до разности потенциалов 200 В. Пренебрегая величиной зазора между пластинкой и обкладками, найти поверхностные плотности свободных и связанных зарядов.

$\epsilon = 6$
$d = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$
$U = 200 \text{ В}$
$\sigma - ?$
$\sigma' - ?$

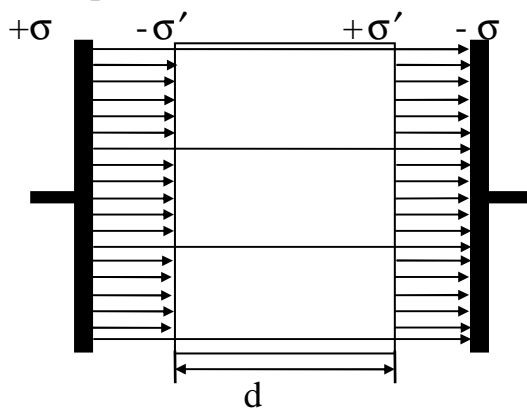


Рис. 9

### Решение

В плоском конденсаторе электрическое поле однородно. При внесении диэлектрика происходит его поляризация (рис. 9).

Напряженность электрического поля

$$E = \frac{|\sigma|}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{U}{d}.$$

Поверхностная плотность свободных зарядов на обкладках конденсатора

$$\sigma = \frac{\epsilon\epsilon_0 U}{d} = \frac{6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 200}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Кл / м}^2 = 5,3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл / м}^2.$$

Поверхностная плотность связанных зарядов на пластинке слюды равна проекции поляризованности  $\vec{P}$  на нормаль к поверхности диэлектрика и самому модулю  $P$ .

$$\sigma' = P_n = P.$$

Для изотропного диэлектрика поляризованность пропорциональна напряженности  $E$

$$\sigma' = P = \chi\epsilon_0 E = (\epsilon - 1)\epsilon_0 \frac{U}{d},$$

где  $\chi = \epsilon - 1$  - диэлектрическая восприимчивость.

$$\sigma' = \frac{(6 - 1) \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 200}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Кл / м}^2.$$

Сравнив формулы для расчета поверхностных плотностей зарядов, видим, что

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon}.$$

Относительная диэлектрическая проницаемость среды показывает, во сколько раз поле внутри диэлектрика слабее поля внутри зазора. Густота линий напряженности пропорциональна величине напряженности поля. Из каждых  $\epsilon$  линий, выходящих из свободных зарядов положительной обкладки конденсатора, лишь одна линия проходит сквозь диэлектрик, а остальные  $\epsilon - 1$  линий заканчиваются на связанных зарядах слюдяной пластинки.

В любой горной породе имеются свободные и связанные заряды. Связанные заряды при наложении на породу электрического поля смещаются, создавая на ее поверхности неуравновешенные заряды. Эти заряды создают собственное поле, направленное противоположно внешнему и ослабляющее его. Время поляризации и ее величина тем больше, чем подвижнее атомы породы. Наибольшей поляризуемостью обладают пирит, халькопирит и графит. Поляризация пород сопровождается их деформацией под действием электрического поля. Это явление называется электрострикцией.



1.8 /9/

Для определения диэлектрической проницаемости  $\epsilon_2$  круглого образца горной породы толщиной 4 мм произведено измерение емкости плоского конденсатора с исследуемым образцом при наличии воздушного зазора шириной 0,1 мм между пластиной конденсатора и образцом (рис. 10). Площади обкладок и поверхности образца одинаковы и равны  $13 \text{ см}^2$ . Определить  $\epsilon_2$  породы, если замеренная величина емкости составила 16 пФ.

$$\begin{array}{l} \epsilon_1 = 1 \\ d_1 = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ d_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ S = 13 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \\ C = 16 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} \\ \hline \epsilon_2 - ? \end{array}$$

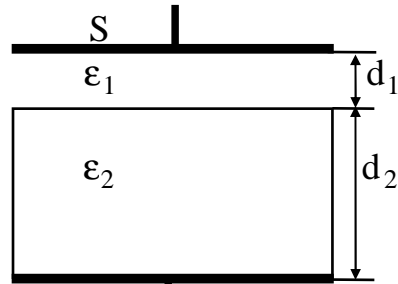


Рис. 10

Решение

Эту систему можно рассматривать как два последовательно соединенных конденсатора

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

Подставив

$$C_1 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{d_1}, \quad C_2 = \frac{\epsilon_2 \epsilon_0 S}{d_2}$$

и решив относительно  $\epsilon_2$ , получим

$$\begin{aligned} \epsilon_2 &= \frac{d_2}{\left(\frac{1}{C} - \frac{d_1}{\epsilon_1 \epsilon_0 S}\right) \epsilon_0 S} = \frac{d_2 C \epsilon_1}{(\epsilon_1 \epsilon_0 S - d_1 C)} = \\ &= \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 16 \cdot 10^{-12} \cdot 1}{(8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 13 \cdot 10^{-4} - 0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 16 \cdot 10^{-12})} = 6,4 \end{aligned}$$

1.9 /9, 16/

Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено полностью двумя образцами горной породы равных размеров, но с разными диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1 = 7,8$  и  $\epsilon_2 = 6$  (рис. 11). Граница раздела перпендикулярна обкладкам. Чему равна емкость такого конденсатора, если площадь обкладок  $16 \text{ см}^2$ , а расстояние между ними 3 мм?

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= 7,8 \\ \epsilon_2 &= 6 \\ S &= 16 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \\ d &= 3 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ V_1 = V_2 &= \frac{V}{2} \\ \hline C &= ? \end{aligned}$$

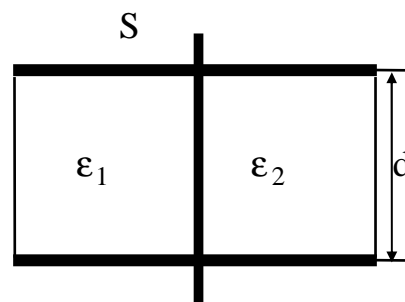


Рис. 11

Решение

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2} = \omega_1 V_1 + \omega_2 V_2,$$

где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  - объемные плотности энергии,

$V_1$  и  $V_2$  - объемы диэлектриков.

Учитывая, что

$$V_1 = V_2 = \frac{V}{2} = \frac{Sd}{2}, \quad U = E \cdot d, \quad \omega_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 E^2}{2}, \quad \omega_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_2 E^2}{2},$$

получим

$$\frac{CE^2 d^2}{2} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} (\epsilon_1 + \epsilon_2) \cdot \frac{Sd}{2}.$$

Отсюда емкость конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0 S (\epsilon_1 + \epsilon_2)}{2d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 16 \cdot 10^{-4} (7,8 + 6)}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} \text{ Ф} = 32,5 \text{ пФ}.$$

Этот же результат можно было получить, считая емкость  $C$  как результирующую емкость двух параллельно соединенных конденсаторов.

При отсутствии в горных породах влаги относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  имеет значения от 4-5 у кислых пород (гранитов, гнейсов) до 12-14 у ультраосновных пород (перидотитов, пироксенитов).

Для воды  $\epsilon = 81$ , поэтому увлажненные породы характеризуются повышенными значениями  $\epsilon$ . Для сильно насыщенных водой пористых пород максимальное значение  $\epsilon$  около 50.

Для нефти  $\epsilon \approx 2$ , для газа  $\approx 1$ . Присутствие нефти и газа в породах снижает значение их диэлектрической проницаемости. У льда  $\epsilon = 2$ , поэтому мерзлые породы имеют пониженные значения  $\epsilon$ .

1.10 /9, 17/

Коаксиальный волновод длиной 10 см изготовлен из внешнего проводящего цилиндра радиусом 15 мм и внутреннего стержня радиусом 5 мм (рис.12).

В процессе эксперимента внутреннее пространство волновода заполняют рыхлой горной породой. Емкость волновода становится равной 46 пФ. Определить диэлектрическую проницаемость породы.

$$l = 0,1 \text{ м}$$

$$R = 15 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$r = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$C = 46 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$$

$$\varepsilon - ?$$

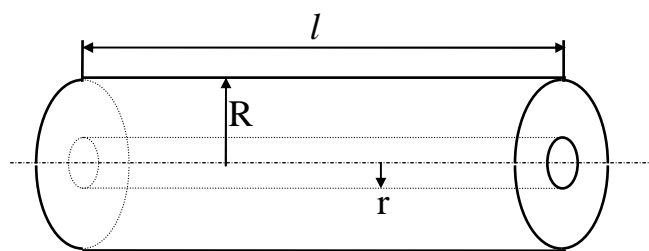


Рис. 12

### Решение

Коаксиальный волновод можно рассматривать как цилиндрический конденсатор. Если пренебречь рассеянием электрического поля вблизи краев цилиндра и стержня, то емкость такого волновода

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln R/r}.$$

Отсюда диэлектрическая проницаемость рыхлой породы, заполняющей внутреннее пространство волновода,

$$\varepsilon = \frac{C \ln R/r}{2\pi\varepsilon_0 l} = \frac{46 \cdot 10^{-12} \cdot \ln 3}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1} = 9.$$

К виду цилиндрического конденсатора приводятся многие системы изолированных проводников, например, подземные кабели, провода линий передач над землей, радиотехнические конденсаторы, высоковольтные конденсаторы в рентгеновских установках и на электростанциях.

1.11 /5, 18/

Электрон без начальной скорости прошел разность потенциалов 10 кВ и влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов 100 В, по линии АВ, параллельной пластинам (рис.13). Расстояние между пластинами 2 см. Определить расстояние ВС на экране, отстоящем от конденсатора на  $l_2 = 1$  м. Длина пластин конденсатора  $l_1 = 20$  см.

$$\begin{aligned}
 U_0 &= 10 \cdot 10^3 \text{ В} \\
 U &= 100 \text{ В} \\
 d &= 2 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\
 l_1 &= 0,2 \text{ м} \\
 l_2 &= 1 \text{ м} \\
 \text{BC} &- ?
 \end{aligned}$$

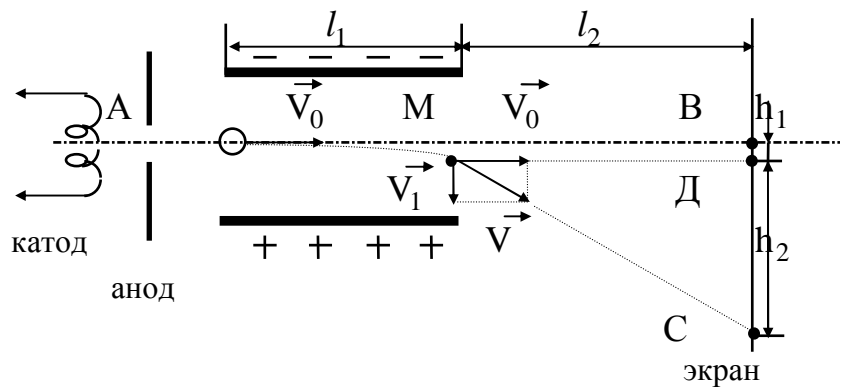


Рис. 13

### Решение

Движение электрона внутри конденсатора будет складываться из двух движений. Во-первых, электрон будет двигаться по инерции вдоль АВ с постоянной скоростью  $\vec{V}_0$ , приобретенной под действием разности потенциалов  $U_0$ , которую электрон прошел до конденсатора. Во-вторых, электрон будет двигаться равноускоренно в вертикальном направлении к положительно заряженной пластине под действием постоянной силы

$$F = eE = e \frac{U}{d}.$$

Время полета электрона внутри конденсатора

$$t = \frac{l_1}{V_0}.$$

После выхода из конденсатора электрон будет двигаться равномерно со скоростью  $\vec{V}$ , которую он имел в точке М в момент вылета из конденсатора.

Искомое расстояние

$$BC = h_1 + h_2.$$

Расстояние, на которое сместится электрон в вертикальном направлении во время движения в конденсаторе,

$$h_1 = \frac{at^2}{2} = \frac{F \cdot t^2}{2m} = \frac{eU \cdot l_1^2}{2mdV_0^2}.$$

Расстояние  $h_2$  найдем из подобия треугольников.

$$h_2 = \frac{V_1 \cdot l_2}{V_0} = \frac{atl_2}{V_0} = \frac{eU \cdot l_1 l_2}{dmV_0^2}.$$

Из условия равенства работы, совершенной полем при перемещении электрона, и приобретенной им кинетической энергии

$$V_0^2 = \frac{2eU_0}{m}.$$

С учетом выше изложенного

$$BC = h_1 + h_2 = \frac{Ul_1}{2dU_0} \left( \frac{l_1}{2} + l_2 \right) = \frac{100 \cdot 0,2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 10^3} \left( \frac{0,2}{2} + 1 \right) \text{ м} = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Отклонение электронов электрическим полем используется в электронно-лучевых трубках. С помощью электронных пушек последних конструкций можно получить электронный луч, способный пробить толстостенную глыбу самой твердой породы.

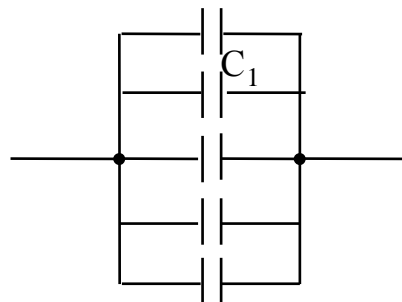
Первая горнобурильная электроннолучевая установка была продемонстрирована в 1968 году участникам международной конференции. Электронная пушка мощностью 9 кВт и напряжением 150 кВ испускала луч, способный пробивать скалу на глубину более 10 см. Перспективы использования электронно-лучевых установок в горнодобывающей промышленности самые радужные.

#### 1.12 /4, 19 - 21/

В электрогидравлическом излучателе пять параллельно соединенных одинаковых конденсаторов емкостью по 100 мкФ каждый заряжаются до общей разности потенциалов 5 кВ. Определить полезную мощность разряда, если батарея разряжается за 10 мкс до 0,1 кВ. Акустический КПД электрогидравлического удара равен 10 %.

$$\begin{aligned} C_1 &= 10^{-4} \text{ Ф} \\ N &= 5 \\ U_1 &= 5 \cdot 10^3 \text{ В} \\ U_2 &= 0,1 \cdot 10^3 \text{ В} \\ \tau &= 10 \cdot 10^{-6} \text{ с} \\ \eta &= 0,10 \end{aligned}$$

$$P_n - ?$$



#### Решение

Мощность, выделяемая при разряде конденсаторов (рис. 14),

$$P_3 = \frac{W_1 - W_2}{\tau} = \frac{C(U_1^2 - U_2^2)}{2\tau},$$

где  $W_1$  - полная энергия конденсаторов до разряда,

$W_2$  - энергия после разряда,

$C = N \cdot C_1$  - емкость батареи конденсаторов.

Полезная мощность

$$P_n = \eta \cdot P_3 = \frac{\eta C_1 N (U_1^2 - U_2^2)}{2\tau} = \frac{0,10 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot (25 \cdot 10^6 - 10^4)}{2 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} \text{ Вт} = 62 \text{ МВт.}$$

Электрогидравлический излучатель используется в геоакустике для осуществления мощного разряда в жидкости. При электрическом пробое между двумя электродами, погруженными в жидкость, образуется кратковременный импульс высокого давления порядка  $10^8$  Па, в результате чего в окружающем пространстве будет распространяться волна ударного типа. Дальность прохождения импульсов в прочных породах до 50 м.

Электрогидравлические излучатели используются для исследования упругих свойств горных пород в массиве акустическим методом.

Импульсный разряд в воде применяется для разрушения горных пород. Разряд осуществляется в шпуре, заполненном водой, с помощью импульсных генераторов. Образующиеся при разряде ударные волны приводят к дроблению негабаритов. Производительность составляет  $15 - 20 \text{ м}^3$  в час.

Разработаны экспериментальные буровые установки с бурами, которые не имеют деталей, механически действующих на породу. Бур состоит из вращающегося центрального электрода и зубчатой коронки, между которыми происходит разряд. Однако КПД таких установок не превышает 2 %.

### *Задачи для самостоятельного решения*

#### 1.1. Закон Кулона. Напряженность электрического поля

1. Два шарика по 1 г каждый подвешены на нитях длиной 10 см. Верхние концы нитей соединены. Какие одинаковые заряды надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол  $60^\circ$  ? /  $7,9 \cdot 10^{-8}$  Кл /

2. В элементарной теории атома водорода принимают, что электрон вращается вокруг протона по круговой орбите радиусом  $0,53 \cdot 10^{-8}$  см. Заряды протона и электрона по модулю одинаковые и равны  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, масса электрона  $9,1 \cdot 10^{-31}$  кг. Чему равна скорость обращения электрона?

/  $2,2 \cdot 10^6$  м/с /

3. Расстояние между двумя точечными зарядами  $+18 \cdot 10^{-9}$  Кл и  $-2 \cdot 10^{-9}$  Кл равно 8 см. Где и на каком расстоянии от первого заряда надо поместить третий заряд, чтобы он находился в равновесии? / 12 см /

4. Сила взаимного притяжения двух одинаково заряженных капель воды уравнивается силой электростатического отталкивания. Определить заряды капель, если их радиусы  $1,5 \cdot 10^{-2}$  см. Плотность воды  $1 \cdot 10^3$  кг / м<sup>3</sup>.

$$/ 1,2 \cdot 10^{-18} \text{ Кл} /$$

5. Определить отношение диэлектрических постоянных двух сред, если шарики электроскопа в одной среде отклоняются на угол  $60^\circ$ , а в другой на  $90^\circ$  при сообщении электроскопу одинаковых зарядов.

$$/ 2\sqrt{3} /$$

6. Точечные заряды  $+3 \cdot 10^{-9}$  Кл и  $-4 \cdot 10^{-9}$  Кл, расположенные в плоскости XOY, имеют координаты, соответственно равные (0, 0) и (2, 0), выраженные в см. Определить напряженность результирующего поля в точке с координатами (1, 1).

$$/ 2,2 \cdot 10^5 \text{ В / м} /$$

7. Два шара массой по 1 кг каждый несут одинаковые заряды по  $1/3$  нКл. Во сколько раз больше сила взаимного отталкивания зарядов по закону Кулона силы взаимного притяжения между шарами по закону тяготения Ньютона? Расстояние между шарами во много раз больше их диаметра.

$$/ 15 /$$

8. В одной из вершин равностороннего треугольника со сторонами 5 см помещен заряд 25 нКл, а в другой заряд -33 нКл. Найти напряженность поля в третьей вершине.

$$/ 110 \text{ кВ/м} /$$

9. Расстояние между двумя точечными зарядами +8 нКл и -5,3 нКл равно 40 см. Вычислить напряженность поля в точке, лежащей посередине между зарядами. Чему будет равна напряженность, если второй заряд будет положительным?

$$/ 3 \text{ кВ/м};$$

$$0,61 \text{ кВ/м} /$$

10. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами +40 нКл и -10 нКл, находящимися на расстоянии 10 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной от первого заряда на 12 см, а от второго на 6 см.

$$/ 34 \text{ кВ/м} /$$

11. Две концентрические металлические заряженные сферы радиусами 6 и 10 см несут соответственно заряды +1 нКл и -0,5 нКл. Найти напряженность поля в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях 5 см, 9 см и 15 см.

$$/ 0; 1,1 \text{ кВ/м}; 0,2 \text{ кВ/м} /$$

12. Найти силу, действующую на точечный заряд  $1,7 \cdot 10^{-9}$  Кл, если он помещен в поле бесконечной нити, с линейной плотностью заряда  $3 \cdot 10^{-8}$  Кл/см, на расстоянии 2 см от нити. Диэлектрическая проницаемость среды 5.

$$/ 9 \cdot 10^{-4} \text{ Н} /$$

13. Найти силу, действующую на точечный заряд  $1,7 \cdot 10^{-9}$  Кл, если он помещен в поле бесконечной плоскости, заряженной с поверхностной

плотностью заряда  $3 \cdot 10^{-8}$  Кл / см<sup>2</sup>. Диэлектрическая проницаемость среды равна 5.

$$/ 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ Н} /$$

14. Определить ускорение, с которым будет двигаться пылинка массой  $10^{-12}$  г, несущая заряд  $1,6 \cdot 10^{-17}$  Кл, под действием электрического поля, созданного бесконечной заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда  $3 \cdot 10^{-9}$  Кл / см<sup>2</sup>.

$$/ 2,7 \cdot 10^4 \text{ м / с}^2 /$$

15. Очень длинная тонкая прямая проволока несет заряд, равномерно распределенный по всей ее длине. Вычислить линейную плотность заряда, если напряженность поля на расстоянии 0,5 м от проволоки против ее середины 200 В/м.

$$/ 5,5 \text{ нКл/м} /$$

16. Бесконечно длинная тонкостенная металлическая трубка радиусом 2 см равномерно заряжена с поверхностной плотностью  $1 \text{ нКл / м}^2$ .

Определить напряженность поля в точках, отстоящих от оси трубы на 1 см и 3 см.

$$/ 0; 75 \text{ В/м} /$$

17. Две бесконечные параллельные пластины равномерно заряжены с поверхностной плотностью заряда  $+10 \text{ нКл / м}^2$  и  $-30 \text{ нКл / м}^2$ . Какова сила взаимодействия, приходящаяся на единицу площади пластин?

$$/ 17 \text{ мкН / м}^2 /$$

18. С какой силой электрическое поле заряженной бесконечной плоскости действует на каждый метр заряженной бесконечно длинной нити, помещенной в это поле? Линейная плотность заряда на нити  $3 \cdot 10^{-8}$  Кл/см, поверхностная плотность заряда на плоскости  $2 \cdot 10^{-9}$  Кл / см<sup>2</sup>.

$$/ 3,4 \text{ Н} /$$

19. Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии 10 см друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях  $10^{-7}$  Кл/см. Определить величину напряженности результирующего электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 10 см от каждой нити.

$$/ 3,1 \cdot 10^6 \text{ Н/Кл} /$$

20. В центре сферы радиусом 20 см находится точечный заряд 10 нКл. Найти поток вектора напряженности через всю сферическую поверхность и часть сферической поверхности площадью  $20 \text{ см}^2$ .

$$/ 90 \text{ В} \cdot \text{м}; 4,5 \text{ В} \cdot \text{м} /$$

## 1.2. Потенциал. Работа в электрическом поле

21. На прямой, соединяющей два заряда  $+q$  и  $-3q$ , которые находятся на расстоянии 1 м друг от друга, найти точку, в которой потенциал равен нулю.

$$/ 0,5 \text{ м}; 0,25 \text{ м (от положительного заряда)} /$$



22. Определить положение точки на прямой, проходящей через два точечных заряда  $+2q$  и  $-q$ , потенциал поля в которой равен нулю. Расстояние между зарядами  $l$ . /  $1/3 l$  и  $l$  (от отрицательного заряда) /
23. Заряженный шар радиусом 2 см помещен в трансформаторное масло ( $\epsilon = 2,2$ ). Определить заряд шара, если известно, что на расстоянии 5 см от поверхности шара потенциал равен 90 В. /  $1,5 \cdot 10^{-9}$  Кл /
24. Поле образовано бесконечной заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда  $10^{-8}$  Кл / м<sup>2</sup>. Найти разность потенциалов двух точек поля, отстоящих от плоскости на 5 и 10 см. / 28 В /
25. Металлическому шару радиусом 10 см сообщен заряд 1 мкКл. Найти потенциал поля в центре, на поверхности и на расстоянии 10 см поверхности шара. / 90 кВ; 90 кВ; 45 кВ /
26. Расстояние между зарядами  $6,7 \cdot 10^{-8}$  Кл и  $-6,7 \cdot 10^{-8}$  Кл равно 10 см. Определить напряженность и потенциал поля в точке, удаленной на 10 см от первого заряда и лежащей на перпендикуляре, восстановленном из первого заряда к прямой, соединяющей оба заряда. / 44 кВ/м; 1,8 кВ/м /
27. Тысяча одинаково наэлектризованных дождевых капель сливаются в одну, причем заряды всех капель сохраняются. Определить, во сколько раз потенциал большой капли больше потенциала малой. / 100 /
28. Поверхностная плотность заряда пластины бесконечно больших размеров равна  $10^{-7}$  Кл / м<sup>2</sup>. На каком расстоянии друг от друга находятся эквипотенциальные поверхности, если потенциалы их отличаются на 5 В? / 0,9 мм /
29. Бесконечная плоскость равномерно заряжена с поверхностной плотностью заряда 4 нКл / м<sup>2</sup>. Определить численное значение и направление градиента потенциала электрического поля, созданного этой плоскостью. / 230 В/м /
30. Электрическое поле создано положительным точечным зарядом. Потенциал поля в точке, удаленной от заряда на 12 см, равен 24 В. Определить величину и направление градиента потенциала в этой точке. / 200 В/м /
31. Электрон с начальной скоростью  $5 \cdot 10^8$  см/с влетает в однородное электрическое поле напряженностью  $10^3$  В/м и движется вдоль силовой линии. Какое расстояние пройдет электрон до остановки и сколько времени ему для этого потребуется? / 7,1 см;  $2,8 \cdot 10^{-8}$  с /
32. Заряженная частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов 600 кВ, приобрела скорость 5,4 Мм/с. Определить удельный заряд частицы (отношение заряда к массе). / 24 МКл/кг /
33. Пылинка массой  $10^{-5}$  г, несущая заряд  $+10$  нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности

потенциалов 150 В пылинка имела скорость 20 м/с. Определить скорость пылинки, с которой она влетела в поле. /

10 м/с /

34. Разность потенциалов между катодом и анодом электронной лампы 90 В, расстояние 1 мм. С каким ускорением движется электрон от катода к аноду? Какую скорость приобретает электрон, подлетая к аноду? За какое время электрон пролетит расстояние от катода до анода? Поле считать однородным.

/  $1,6 \cdot 10^{16}$  м / с<sup>2</sup>;  $5,6 \cdot 10^6$  м / с;  $3,6 \cdot 10^{-10}$  с /

35. Два шарика, обладающие зарядами  $10^{-8}$  Кл и  $1,7 \cdot 10^{-8}$  Кл находятся на расстоянии 1 м. Какую работу нужно затратить, чтобы сблизить шарики до расстояния 20 см?

/  $6 \cdot 10^{-6}$  Дж /

36. На расстоянии 4 м от сферы, заряд которой  $10^{-5}$  Кл, а радиус 10 см, расположен точечный заряд. При перемещении этого заряда на поверхность сферы совершена работа  $10^{-2}$  Дж. Определить величину точечного заряда.

/  $11 \cdot 10^{-9}$  Кл /

37. Электрон влетает в плоский конденсатор параллельно пластинам со скоростью  $10^4$  км/с. Расстояние между пластинами 2 см, разность потенциалов 20 В, длина пластин 10 см. На каком расстоянии от положительно заряженной пластины будет находиться электрон в момент вылета из конденсатора?

/ 1,2 мм /

38. Электрон, обладающий кинетической энергией 5 эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов 2 В?

/  $10^6$  м/с /

39. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы получить скорость  $8 \cdot 10^3$  км/с? Масса электрона  $9 \cdot 10^{-31}$  кг, заряд  $-1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

/ 0,18 кВ /

40. Какую скорость приобретет протон, пройдя ускоряющую разность потенциалов  $3 \cdot 10^5$  В? Масса протона  $1,67 \cdot 10^{-27}$  кг, заряд  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

/  $7,8 \cdot 10^6$  м/с /

### 1.3. Емкость. Энергия заряженных тел.

41. Шар радиусом 10 см соединен тонкой проволокой с шаром радиусом 2 см. Шарам сообщили заряд  $6 \cdot 10^{-8}$  Кл. Найти потенциал, заряд и емкость каждого шара.

/ 4,4 кВ;  $10^{-8}$  Кл;  $5 \cdot 10^{-8}$  Кл;  $0,22 \cdot 10^{-11}$  Ф;  $1,1 \cdot 10^{-11}$  Ф /

42. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии 5 мм друг от друга, приложена разность потенциалов 150 В. К одной из пластин прилежит плоскопараллельная пластинка фарфора толщиной 3 мм. Найти напряженности электрического поля в воздухе ( $\epsilon = 1$ ) и фарфоре ( $\epsilon = 6$ ).  
/ 60 кВ/м; 10 кВ/м /

43. Шар, погруженный в керосин ( $\epsilon = 2$ ), имеет потенциал 4,5 кВ и поверхностную плотность заряда  $11,3 \text{ мкКл} / \text{м}^2$ . Найти радиус, заряд, емкость и энергию шара.

/ 7 мм; 7 нКл; 1,55 пФ; 15,8 мкДж /

44. К батарее ( $\mathcal{E} = 100 \text{ В}$ ) присоединили два конденсатора емкостью  $2,2 \cdot 10^{-3} \text{ мкФ}$  и  $3,3 \cdot 10^{-3} \text{ мкФ}$  последовательно. Определить заряд каждого конденсатора и разность потенциалов между обкладками.

/  $1,3 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$ ; 60 В; 40 В /

45. Решить предыдущую задачу для случая параллельного соединения конденсаторов.

/  $2,2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$ ;  $3,3 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$ ; 100 В /

46. Три одинаковых плоских конденсатора соединены последовательно, емкость полученной батареи 90 пФ. Площадь каждой пластины  $100 \text{ см}^2$ . Диэлектрик стекло ( $\epsilon = 6$ ). Найти толщину стекла.

/ 2 мм /

47. Определить заряд, емкость и потенциал Земли, считая ее шаром радиусом  $6 \cdot 10^3 \text{ км}$  и зная, что напряженность поля около поверхности равна 100 В/м.

/  $4 \cdot 10^5 \text{ Кл}$ ; 710 мкФ;  $6 \cdot 10^8 \text{ В}$  /

48. Между пластинами плоского конденсатора находится точечный заряд 30 нКл. Поле конденсатора действует на заряд с силой 10 мН. Найти силу взаимного притяжения пластин, если площадь каждой пластины  $100 \text{ см}^2$ .

/ 4,9 мН /

49. Найти силу притяжения между пластинами конденсатора, если заряд каждой пластины 0,9 нКл, расстояние между ними 1 см и разность потенциалов 100 В.

/  $4,5 \cdot 10^{-6} \text{ Н}$  /

50. Расстояние между пластинами плоского конденсатора 5 мм, разность потенциалов 150 В. На нижней пластине лежит плитка парафина ( $\epsilon = 2$ ) толщиной 4 мм. Определить напряженность в воздухе и парафине.

/ 50 кВ/м; 25 кВ/м /

51. Найти энергию уединенной сферы радиусом 4 см, заряженной до разности потенциалов 500 В.

/ 0,55 мкДж /

52. Вычислить энергию электростатического поля металлического шара, которому сообщен заряд 100 нКл, если диаметр шара 20 см.

/ 450 мкДж /

53. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора 6 кВ, заряд каждой пластины 10 нКл. Найти энергию конденсатора и силу взаимного притяжения пластин, если расстояние между ними 2 см.

/ 30 мкДж;  $1,5 \cdot 10^{-3}$  Н /

54. Сила притяжения между пластинами плоского воздушного конденсатора  $4,9 \cdot 10^{-2}$  Н. Площадь каждой пластины  $200 \text{ см}^2$ . Найти объемную плотность энергии поля конденсатора.

/ 2,5 Дж / м<sup>3</sup> /

55. Плоский конденсатор с площадью пластин  $300 \text{ см}^2$  каждая заряжен до 1 кВ. Расстояние между пластинами 4 см. Диэлектрик стекло ( $\epsilon = 7$ ). Найти энергию поля, ее плотность.

/ 23 мкДж;  $1,9 \cdot 10^{-2}$  Дж / м<sup>3</sup> /

56. Какое количество теплоты выделится при разрядке плоского конденсатора, если разность потенциалов между пластинами 15 кВ, расстояние 1 мм, диэлектрик слюда ( $\epsilon = 6$ ), площадь каждой пластины  $300 \text{ см}^2$ ? / 0,18 Дж/

57. Плоский конденсатор с площадью пластин  $200 \text{ см}^2$  каждая заряжен до 2 кВ. Расстояние между пластинами 2 см. Диэлектрик стекло ( $\epsilon = 6$ ). Определить энергию поля конденсатора и плотность энергии поля.

/  $5,3 \cdot 10^{-5}$  Дж; 0,13 Дж /  $\text{м}^3$ /

58. Расстояние между пластинами плоского воздушного конденсатора 2 см, площадь каждой пластины  $500 \text{ см}^2$ . Конденсатор зарядили до 3 кВ и отключили от источника. Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить расстояние между пластинами до 5 см? /  $1,5 \cdot 10^{-4}$  Дж/

59. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между пластинами воздушного конденсатора от 0,03 м до 0,1 м? Площадь пластин  $100 \text{ см}^2$ . Конденсатор подключен к источнику напряжения 220 В.

/  $5 \cdot 10^{-8}$  Дж/

60. Емкость плоского конденсатора 110 пФ, площадь одной пластины  $20 \text{ см}^2$ , диэлектрик стекло ( $\epsilon = 5$ ). Конденсатор зарядили до 600 В и отключили от источника. Какую работу надо совершить, чтобы убрать стекло из конденсатора? /  $8 \cdot 10^{-5}$  Дж/

## 2. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

### *Примеры решения задач*

#### 2.1 /22/

Определить сопротивление  $R_0$  при  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  электродетонатора, применяемого в электровзрывной сети. Электродетонатор состоит из мостика накаливания (константановой проволоочки диаметром 50 мкм и длиной 5 мм) и двух медных проводов диаметром 0,48 мм и длиной по 2 м каждый (рис. 15). Каким будет сопротивление  $R_t$  этого детонатора при температуре  $600 \text{ }^\circ\text{C}$ ? Температурные коэффициенты сопротивления константана и меди соответственно равны  $2 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}$  и  $4 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}$ , а удельные сопротивления при  $0 \text{ }^\circ\text{C}$   $0,5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$  и  $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

$$\begin{aligned}
 l_1 &= 5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\
 d_1 &= 5 \cdot 10^{-5} \text{ м} \\
 l_2 &= 4 \text{ м} \\
 d_2 &= 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ м} \\
 \alpha_1 &= 2 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1} \\
 \alpha_2 &= 4 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1} \\
 \rho_{01} &= 0,5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м} \\
 \rho_{02} &= 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м} \\
 t &= 600 \text{ } ^\circ\text{С} \\
 R_0 &- ? \\
 R_t &- ?
 \end{aligned}$$

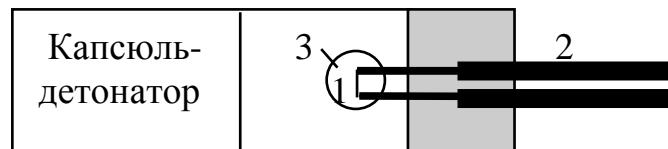


Рис. 15

### Решение

Действие электродетонатора основано на нагревании электрическим током мостика накаливания 1 (рис. 15). Концы детонаторных проводов 2 на протяжении 10-12 мм очищены от изоляции и сведены вместе в форме вилочки, к которой и припаивается мостик накаливания. Мостик передает тепло расположенной вокруг него воспламенительной головке 3, которая вызывает взрыв взрывчатого вещества (ВВ).

Сопротивление электродетонатора складывается из сопротивления  $R_1$  мостика накаливания и сопротивления  $R_2$  двух детонаторных проводов

$$R = R_1 + R_2.$$

При  $0 \text{ } ^\circ\text{С}$  сопротивление детонатора

$$\begin{aligned}
 R_0 &= R_{01} + R_{02} = \frac{\rho_{01} \cdot l_1}{S_1} + \frac{\rho_{02} \cdot l_2}{S_2} = \frac{4\rho_{01} \cdot l_1}{\pi d_1^2} + \frac{4\rho_{02} \cdot l_2}{\pi d_2^2} = \\
 &= \left( \frac{4 \cdot 0,5 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot (5 \cdot 10^{-5})^2} + \frac{4 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 4}{3,14 \cdot (4,8 \cdot 10^{-4})^2} \right) \text{ Ом} = (1,3 + 0,4) \text{ Ом} = 1,7 \text{ Ом}.
 \end{aligned}$$

Сопротивление металлов и сплавов при нагревании возрастает по закону

$$R_t = R_0(1 + \alpha t),$$

где  $\alpha$  - температурный коэффициент сопротивления.

Сопротивление детонатора при температуре  $t$

$$\begin{aligned}
 R_t &= R_{01}(1 + \alpha_1 t) + R_{02}(1 + \alpha_2 t) = 1,3(1 + 2 \cdot 10^{-6} \cdot 600) \text{ Ом} + \\
 &+ 0,4(1 + 4 \cdot 10^{-3} \cdot 600) \text{ Ом} = (1,3 + 1,4) \text{ Ом} = 2,7 \text{ Ом}.
 \end{aligned}$$

## 2.2 /22, 23/

Для производства взрывных работ в стволе шахты использована электро-взрывная сеть, в которой параллельно соединены три группы электродетонаторов из 10, 12 и 20 штук (рис. 16). Сопротивление одного детонатора равно 2 Ом, сопротивление подводящих проводов 0,16 Ом. Определить силу тока, поступающего в каждый детонатор при взрывании от сети переменного тока напряжением 127 В. Гарантийный ток взрывания  $2 \text{ A} \leq I \leq 15 \text{ A}$ .

$n_1 = 10$
$n_2 = 12$
$n_3 = 20$
$R_{\text{пр}} = 0,16 \text{ Ом}$
$2 \text{ A} \leq I \leq 15 \text{ A}$
$U = 127 \text{ В}$
$r = 2 \text{ Ом}$
$I_1 - ?$
$I_2 - ?$
$I_3 - ?$

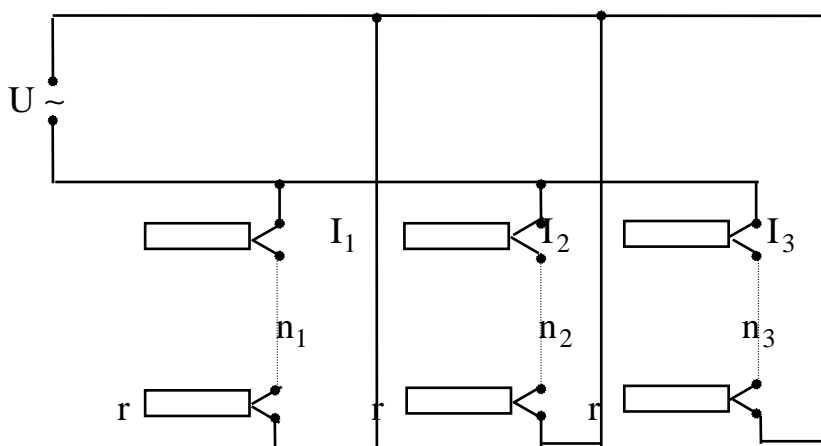


Рис. 16

### Решение

Сопротивление цепи  $R$  складывается из сопротивления  $R_{\text{эд}}$  всех электродетонаторов и сопротивления подводящих проводов  $R_{\text{пр}}$ .

$$R = R_{\text{эд}} + R_{\text{пр}}.$$

$$\frac{1}{R_{\text{эд}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{n_1 r} + \frac{1}{n_2 r} + \frac{1}{n_3 r} = \frac{1}{r} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} \right).$$

$$\frac{1}{R_{\text{эд}}} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} \right) \text{ Ом}^{-1} = \frac{7}{60} \text{ Ом}^{-1}; \quad R_{\text{эд}} = 8,57 \text{ Ом}.$$

$$R = (8,57 + 0,16) \text{ Ом} = 8,73 \text{ Ом}.$$

Сила тока в магистральных проводах

$$I = \frac{U}{R} = \frac{127}{8,73} \text{ А} = 14,5 \text{ А}.$$

Падение напряжения на проводах

$$U_{\text{пр}} = I \cdot R_{\text{пр}} = 14,5 \cdot 0,16 \text{ В} = 2,3 \text{ В}.$$

Падение напряжения на каждой из трех групп электродетонаторов

$$U_{\text{эд}} = U - U_{\text{пр}} = (127 - 2,3) \text{ В} = 124,7 \text{ В}.$$

Силы токов в каждой группе электродетонаторов

$$I_1 = \frac{U_{\text{эд}}}{R_1} = \frac{U_{\text{эд}}}{n_1 r} = \frac{124,7}{10 \cdot 2} \text{ А} = 6,2 \text{ А},$$

$$I_2 = \frac{U_{\text{эд}}}{R_2} = \frac{U_{\text{эд}}}{n_2 r} = \frac{124,7}{12 \cdot 2} \text{ А} = 5,2 \text{ А},$$

$$I_3 = \frac{U_{\text{эд}}}{R_3} = \frac{U_{\text{эд}}}{n_3 r} = \frac{124,7}{20 \cdot 2} \text{ А} = 3,1 \text{ А}.$$

Полученные значения токов во всех ветвях удовлетворяют условию  $2 \text{ А} \leq I \leq 15 \text{ А}$ . Взрывание возможно.

### 2.3 /22/

Определить, можно ли одновременно взорвать (при сейсморазведке или при разделке негабаритов) 90 электродетонаторов сопротивлением 2 Ом с никромовым мостиком, разделив их на 10 параллельных групп, состоящих каждая из 9 детонаторов, соединенных между собой последовательно. ЭДС генератора 200 В, его внутреннее сопротивление 0,6 Ом. Электровзрывная сеть содержит кроме того медные детонаторные провода сечением  $0,18 \text{ мм}^2$ , длиной 90 м, соединительные провода сечением  $1,5 \text{ мм}^2$ , длиной 450 м, магистральный провод сечением  $3 \text{ мм}^2$ , длиной 300 м. Гарантийный ток для взрывания должен превышать 1 А. Удельное сопротивление меди  $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

$$m = 10$$

$$n = 9$$

$$\mathcal{E} = 220 \text{ В}$$

$$r = 0,6 \text{ Ом}$$

$$R_{\text{эд}} = 2 \text{ Ом}$$

$$S_1 = 1,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$$

$$l_1 = 90 \text{ м}$$

$$S_2 = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$l_2 = 450 \text{ м}$$

$$S_3 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$l_3 = 300 \text{ м}$$

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$$I_{\text{эд}} - ?$$

### Решение

Нужно рассчитать, является ли достаточным для взрывания ток, идущий по каждому детонатору.

При последовательно-параллельном соединении детонаторов

$$I_{\text{эд}} = \frac{I}{m},$$

где  $I$  - ток, текущий в магистрали,

$m$  - число параллельных групп детонаторов.

Ток в магистрали вычислим по закону Ома

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R},$$

где  $R$  - общее сопротивление электровзрывной сети, складывающееся из следующих сопротивлений:

$R_1$  - электродетонаторных проводов,  $R_2$  - соединительных проводов,  $R_3$  - магистрального провода,

$R_4$  - электродетонаторов и  $r$  - внутреннего сопротивления генератора.

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + r.$$



$$R = \rho \cdot \left( \frac{l_1}{S_1} + \frac{l_2}{S_2} + \frac{l_3}{S_3} \right) + \frac{R_{\text{эд}} \cdot n}{m} + r.$$

$$R = \left[ 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot \left( \frac{90}{1,8 \cdot 10^{-7}} + \frac{450}{1,5 \cdot 10^{-6}} + \frac{300}{3 \cdot 10^{-6}} \right) + \frac{2 \cdot 9}{10} + 0,6 \right] \text{ Ом} =$$

$$= (15,3 + 1,8 + 0,6) \text{ Ом} = 17,7 \text{ Ом}.$$

Ток в магистрали

$$I = \frac{220}{17,7} \text{ А} = 12,4 \text{ А},$$

а в каждом детонаторе

$$I_{\text{эд}} = \frac{I}{m} = \frac{12,4}{10} \text{ А} = 1,24 \text{ А}.$$

$I_{\text{эд}}$  превышает 1 А и является достаточным для одновременного взрыва-ния всех электродетонаторов. Последовательно-параллельное соединение бо-лее выгодное, так как требует менее мощного источника тока, чем при параллель-ном соединении, и более надежное, чем последовательное соединение.

#### 2.4 /22/

Чему равна расчетная температура разогрева нихромового мостика диа-метром 0,03 мм в электродетонаторе накаливания, если ток в мостике равномер-но возрастает от 0 до 1 А в течение 15 мс. Плотность нихрома  $8,4 \cdot 10^3 \text{ кг / м}^3$ , удельное электросопротивление  $\rho = 1,15 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ , удельная теплоемкость 460 Дж/(кг К), начальная температура мостика 280 К.

$$d = 3 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

$$I_0 = 0$$

$$I_{\tau} = 1 \text{ А}$$

$$\tau = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ с}$$

$$D = 8,4 \cdot 10^3 \text{ кг / м}^3$$

$$\rho = 1,15 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$$c = 460 \text{ Дж / (кг} \cdot \text{К)}$$

$$T_1 = 280 \text{ К}$$

$$t_2 = ?$$

Решение

Сила тока в мостике изменяется со временем по линейному закону

$$I = I_0 + kt.$$

Работа электрического тока за время dt

$$dA = I^2 R dt = k^2 R t^2 dt,$$

за время  $\tau$

$$A = k^2 R \int_0^{\tau} t^2 dt = \frac{k^2 R \tau^3}{3} = \frac{I_{\tau}^2 \tau R}{3} = \frac{4 I_{\tau}^2 \tau \rho l}{3 \pi d^2}.$$

С другой стороны

$$A = Q = cm(T_2 - T_1) = cDV(T_2 - T_1) = cDl \frac{\pi d^2}{4} (T_2 - T_1).$$

Приравнивая два выражения для работы и решая относительно  $T_2$ , получим

$$T_2 = T_1 + \frac{I_\tau^2 \rho \tau \cdot 16}{3\pi^2 d^4 cD} = \left( 280 + \frac{1 \cdot 1,15 \cdot 10^{-6} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 16}{3 \cdot 3,14^2 \cdot (3 \cdot 10^{-5})^4 \cdot 460 \cdot 8,4 \cdot 10^3} \right) \text{ К} = 3173 \text{ К}$$

или  $t_2 = 2900 \text{ } ^\circ\text{С}$ .

2.5 /22/

Вычислить емкость конденсатора для взрывной машинки, которая дает энергию, необходимую для воспламенения 50 последовательно соединенных электродетонаторов сопротивлением по 1,1 Ом каждый. Импульс тока во взрывной сети должен быть не менее  $5 \cdot 10^{-5} \text{ А}^2 \cdot \text{с}$ , напряжение 400 В.

$$\begin{array}{l} \langle I^2 \rangle_t = 5 \cdot 10^{-5} \text{ А}^2 \cdot \text{с} \\ U = 400 \text{ В} \\ R' = 1,1 \text{ Ом} \\ n = 50 \\ C = ? \end{array}$$

Решение

Импульсом тока называют отношение энергии, необходимой для разогрева мостика, к его сопротивлению.

$$\langle I^2 \rangle_t = \frac{Q}{R}$$

Конденсатор взрывной машинки заряжается за несколько секунд до взрыва. Разряд конденсатора обеспечивает безотказное воспламенение последовательно соединенных электродетонаторов при условии

$$\frac{1}{2} CU^2 \geq \langle I^2 \rangle_t R t,$$

где  $\frac{1}{2} CU^2$  - энергия заряженного конденсатора;

$R = nR'$  - сопротивление всех детонаторов.

$$C = \frac{2nR' \langle I^2 \rangle_t}{U^2} = \frac{2 \cdot 50 \cdot 1,1 \cdot 5 \cdot 10^{-5}}{400^2} \text{ Ф} = 0,035 \text{ мкФ}.$$

Искомая емкость  $C \geq 0,035 \text{ мкФ}$ .

2.6 /8, 11, 24/

Конденсатор, заполненный слюдой ( $\epsilon = 7$ ), теряет за 3 минуты половину сообщенного ему заряда (рис. 17). Предполагая, что утечка заряда происходит только через диэлектрический слой, вычислить удельное сопротивление слюды.

$$\begin{aligned} \epsilon &= 7 \\ t &= 3 \text{ мин} = 180 \text{ с} \\ q_\tau &= \frac{1}{2} q_0 \\ \rho &= ? \end{aligned}$$

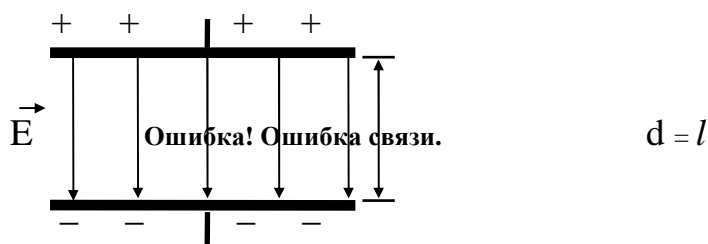


Рис. 17

### Решение

Диэлектрическую прокладку будем рассматривать как слабый проводник, в котором течет некоторый электрический ток, равный скорости убыли заряда конденсатора

$$I = -\frac{dq}{dt}$$

По закону Ома

$$I = \frac{U}{R} = \frac{E \cdot l \cdot S}{\rho \cdot l} = \frac{\sigma \cdot S}{\epsilon \epsilon_0 \rho} = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0 \rho}$$

где  $U$  - напряжение на обкладках конденсатора,

$E$  - напряженность электрического поля,

$\sigma$  - поверхностная плотность заряда,

$R$  - сопротивление диэлектрического слоя длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$ .

Приравняв выражения для токов и разделив переменные, получим

$$-\frac{dq}{q} = \frac{1}{\rho \epsilon \epsilon_0} dt$$

Интегрируем

$$-\int_{q_0}^{q_0/2} \frac{dq}{q} = \int_0^\tau \frac{dt}{\rho \epsilon \epsilon_0}; \quad -\ln q \Big|_{q_0}^{q_0/2} = \frac{t}{\rho \epsilon \epsilon_0} \Big|_0^\tau$$

После подстановки пределов получаем

$$\ln 2 = \frac{\tau}{\rho \epsilon \epsilon_0},$$

откуда удельное сопротивление прокладки

$$\rho = \frac{\tau}{\epsilon \epsilon_0 \ln 2} = \frac{180}{7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,69} \text{ Ом} \cdot \text{ м} = 4,2 \cdot 10^{12} \text{ Ом} \cdot \text{ м}.$$

Удельное сопротивление горных пород изменяется в широких пределах: от  $10^{-6}$  до  $10^{20}$  Ом · м. Самое низкое удельное сопротивление имеют самородные металлы: платина, золото, серебро, медь. У графита, железного колчедана оно составляет  $10^{-6} \div 10^{-2}$  Ом · м. Наиболее распространенные минералы -

кварц, полевые шпаты, слюда, каменная соль - имеют удельное сопротивление  $10^{10} \div 10^{14}$  Ом·м. Они являются хорошими изоляторами.

Горные породы в условиях естественного залегания содержат в поровом пространстве токопроводящие минерализованные или пресные воды, иногда нефть и газы. Поэтому удельное сопротивление пород зависит не только от удельного сопротивления их твердой фазы, но и жидкостей, и газов.

Это обстоятельство позволяет по данным измерения  $\rho$  выделять в разрезах скважин коллекторы, содержащие воду, нефть и газ, определять их пористость и нефтегазонасыщенность. Данные этого метода широко используются при подсчете запасов нефти и газа. Весьма низкие удельные сопротивления многих руд-ных минералов и очень высокие у природных солей дают возможность выяв-лять наличие этих ископаемых в разрезах скважин.

2.7 /25, 26/

В схеме измерения сопротивлений мостиком Уитстона (рис. 18) ЭДС элемента 2 В, сопротивления  $R_1 = 30$  Ом,  $R_2 = 45$  Ом,  $R_3 = 200$  Ом. Найти неизвестное сопротивление  $R_4$  и токи в каждой ветви. Сопротивлениями элемента и гальванометра пренебречь.

$\mathcal{E} = 2$ В
$R_1 = 30$ Ом
$R_2 = 45$ Ом
$R_3 = 200$ Ом
$R_4 - ?$
$I_1 - ?$
$I_2 - ?$
$I_3 - ?$
$I_4 - ?$

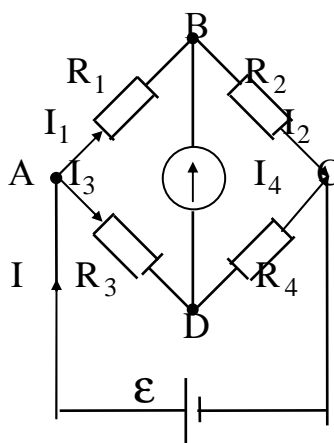


Рис. 18

Решение

Для расчета разветвленной цепи применим правила Кирхгофа. Укажем направления токов (рис. 18).

По первому правилу Кирхгофа алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0.$$

Узлом называется точка, в которой сходятся три и более проводников. То-ки, направленные к узлу, берем со знаком “плюс”, токи, направленные от

узла - со знаком “минус”. Число уравнений, составляемых по первому правилу, равно  $m - 1$ , где  $m$  - число узлов. Для данной схемы  $m = 4$ .

Для узлов А, В и Д запишем:

$$I - I_1 - I_3 = 0, \quad I_1 - I_2 = 0, \quad I_3 - I_4 = 0.$$

Согласно второму правилу Кирхгофа в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма произведений сил токов на соответствующие сопротивления равна алгебраической сумме ЭДС, имеющих в этом контуре.

$$\sum_{i=1}^k I_i \cdot R_i = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i.$$

При составлении уравнений будем соблюдать следующие правила знаков: если ток по направлению совпадает с выбранным направлением обхода контура, то соответствующее произведение  $I_i \cdot R_i$  входит в уравнение со знаком “плюс”, в противном случае - со знаком ”минус”;

если ЭДС повышает потенциал в направлении обхода контура, то она входит в уравнение со знаком “плюс”.

Выбрав направление обхода по часовой стрелке, запишем по второму правилу Кирхгофа

для контура АВДА

$$I_1 R_1 - I_3 R_3 = 0,$$

для контура ВСДВ

$$I_2 R_2 - I_4 R_4 = 0,$$

для контура АВСЕА

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = \mathcal{E}.$$

Подставив числовые значения известных величин, получим следующие уравнения

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_3, & I_1 &= I_2, & I_3 &= I_4, \\ 30 I_1 - 200 I_3 &= 0, \\ 45 I_2 - I_4 R_4 &= 0, \\ 30 I_1 + 45 I_2 &= 2. \end{aligned}$$

Решая эти уравнения совместно, находим, что токи

$$I_1 = I_2 = \frac{2}{75} \text{ А} = 0,027 \text{ А},$$

$$I_3 = I_4 = \frac{30 I_1}{200} = \frac{3 \cdot 0,027}{20} \text{ А} = 0,004 \text{ А},$$

$$I = I_1 + I_3 = (0,027 + 0,004) \text{ А} = 0,031 \text{ А}.$$

Неизвестное сопротивление

$$R_4 = \frac{45 I_2}{I_4} = \frac{45 \cdot 0,027}{0,004} \text{ Ом} = 300 \text{ Ом}.$$

Схему измерения сопротивлений мостиком Уитстона используют при расчете шахтных вентиляционных сетей с помощью метода электро моделирования. Решая подобную задачу, можно определить количество воздуха  $Q$ , необходимое для проветривания выработок, соединенных по диагональной схеме, и сопротивление  $R_4$  одной из выработок, закрепленной новым видом крепи, при условии, что по диагональной выработке воздух не идет (рис. 19).

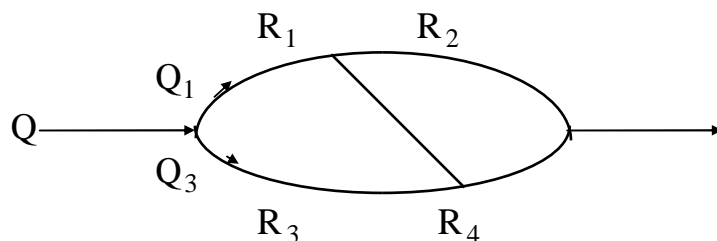


Рис. 19

Метод электро моделирования основан на аналогии, которая имеется между законом движения воздуха по горным выработкам и уравнениями, характеризующими распределение токов и напряжений в электрической сети.

Движение воздуха по выработкам описывается уравнением

$$h = R_a \cdot Q^2,$$

где  $h$  - депрессия (падение давления),

$R_a$  - аэродинамическое сопротивление,

$Q$  - расход воздуха.

Чтобы превратить выражение закона Ома

$$U = I \cdot R$$

в квадратное уравнение, умножим и разделим на  $I$  правую часть равенства

$$U = \frac{R \cdot I^2}{I} = kI^2.$$

В этом случае количеству воздуха в электрической модели будет соответствовать сила тока  $I$ , депрессии  $h$  - падение напряжения  $U$ , аэродинамическому сопротивлению  $R_a$  - величина  $k$ .

Этот метод позволяет заменить сложные вентиляционные расчеты прямым измерением электрических величин  $I$  и  $U$  с последующим пересчетом с помощью масштабных коэффициентов на аэродинамические величины  $Q$  и  $h$ .

2.8 /11, 21/

Для определения ЭДС применяют метод компенсации. Определяют положение движка реохорда  $l_1$ , при котором ток через гальванометр равен нулю при включенном известном источнике  $\mathcal{E}_n$ , а затем положение  $l_2$  при неиз-

вестном источнике  $\mathcal{E}_x$  (рис. 20). Найти величину  $\mathcal{E}_x$ , если  $\mathcal{E}_n = 1,018 \text{ В}$ ,  $l_1 = 0,18 \text{ м}$ ,  $l_2 = 0,62 \text{ м}$ .

$\mathcal{E}_n = 1,018 \text{ В}$
$l_1 = 0,18 \text{ м}$
$l_2 = 0,62 \text{ м}$
$\mathcal{E}_x = ?$

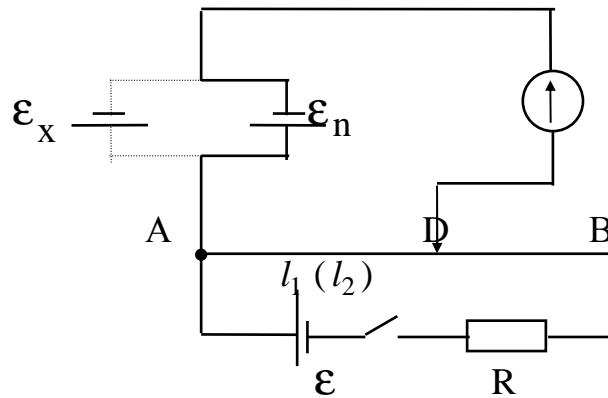


Рис. 20

### Решение

При отсутствии тока в цепи гальванометра ЭДС включенного в эту цепь источника тока компенсируется разностью потенциалов на участке AD.

При включенном известном источнике тока имеем

$$\mathcal{E}_n = I \cdot R_1,$$

при неизвестном источнике

$$\mathcal{E}_x = I \cdot R_2,$$

где  $I$  - ток, текущий в цепи источника  $\mathcal{E}$ ,

$R_1$  и  $R_2$  - сопротивления участка AD реохорда, пропорциональные его длинам.

Запишем

$$\frac{\mathcal{E}_x}{\mathcal{E}_n} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{l_2}{l_1}.$$

ЭДС неизвестного источника

$$\mathcal{E}_x = \frac{\mathcal{E}_n \cdot l_2}{l_1} = \frac{1,018 \cdot 0,62}{0,18} \text{ В} = 3,5 \text{ В}.$$

Компенсационный метод определения разности потенциалов используется в полевом электроразведочном потенциометре, электрическая схема которого приведена на рис. 21.

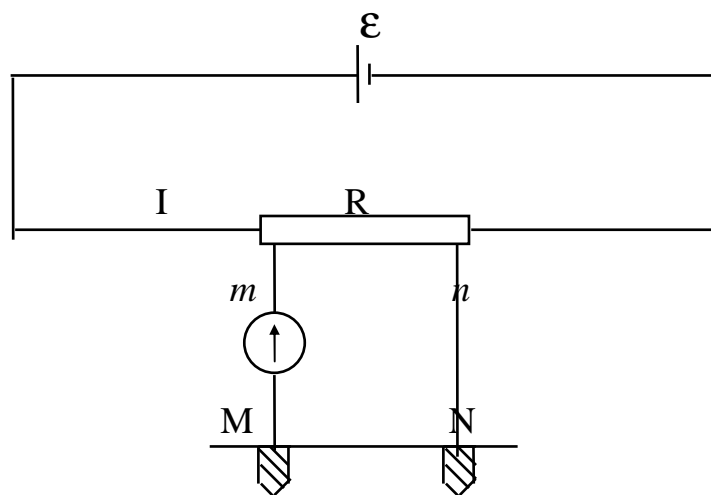


Рис. 21

Когда разность потенциалов на участке эталонированного сопротивления  $R$  (потенциометра) между точками  $m$  и  $n$  полностью компенсирует разность потенциалов между заземленными электродами  $M$  и  $N$ , ток через гальванометр будет равен нулю.

Потенциометр снабжается шкалой, по которой и отсчитывается значение измеряемого напряжения.

Компенсирующая разность потенциалов может создаваться автоматически при помощи электронной схемы. Такой прибор называется автокомпенсатором. Он позволяет легко и быстро производить измерения тока в питающей цепи и разности потенциалов между приемными электродами.

2.9 /1, 8, 27/

Термопара железо-константан и соединенный с ней последовательно гальванометр включены между точкой  $A$  и движком  $C$  потенциометра (рис. 22). К зажимам  $A$  и  $B$  потенциометра, полное сопротивление которого  $R_{AB} = 10$  кОм, присоединен аккумулятор с электродвижущей силой 2 В. Холодный спай термопары находится в сосуде Дьюара с тающим снегом. Какова температура горячего спая термопары, если ток в цепи гальванометра равен нулю при таком положении движка  $C$ , когда сопротивление  $R_{AC} = 132$  Ом. Внутренним сопротивлением аккумулятора и сопротивлением подводящих проводов пренебречь. Постоянная термопары  $\alpha = 5,3 \cdot 10^{-5}$  В/К.



$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= 2 \text{ В} \\ R_{AC} &= 132 \text{ Ом} \\ R_{AB} &= 10 \cdot 10^3 \text{ Ом} \\ \alpha &= 5,3 \cdot 10^{-5} \text{ В/К} \\ t_2 &= 0 \text{ }^\circ\text{С} \\ T_2 &= 273 \text{ К} \\ \hline t_1 &= ? \end{aligned}$$

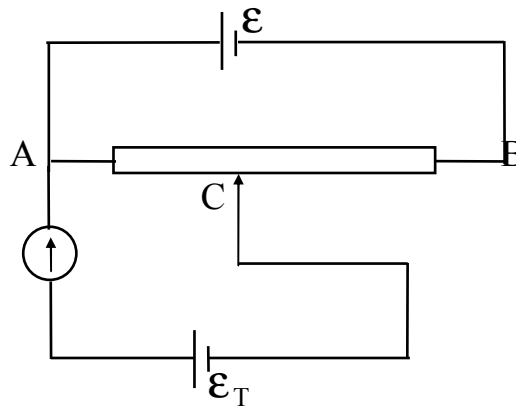


Рис. 22

### Решение

По второму правилу Кирхгофа для замкнутого контура ток в цепи гальванометра равен нулю, если электродвижущая сила термопары  $\mathcal{E}_T$  равна напряжению на участке AC потенциометра.

$$\mathcal{E}_T = U_{AC} = IR_{AC},$$

где  $I$  - сила тока в потенциометре.

По закону Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{AB}}.$$

Поэтому ЭДС термопары

$$\mathcal{E}_T = \mathcal{E} \frac{R_{AC}}{R_{AB}}.$$

С другой стороны,

$$\mathcal{E}_T = \alpha (T_1 - T_2),$$

где  $T_1$  и  $T_2$  - абсолютные температуры горячего и холодного спаев.

Приравняв выражения для  $\mathcal{E}_T$  и решив относительно  $T_1$ , получим

$$T_1 = T_2 + \frac{\mathcal{E}}{\alpha} \cdot \frac{R_{AC}}{R_{AB}} = \left( 273 + \frac{2 \cdot 132}{5,3 \cdot 10^{-5} \cdot 10 \cdot 10^3} \right) \text{ К} = 773 \text{ К}, \quad t_1 = 500 \text{ }^\circ\text{С}.$$

Термопары применяются для измерения температуры горных пород в глубоких скважинах с точностью до сотых долей градуса.

Зная характер изменения температуры с глубиной, можно изучать породы, пройденные скважиной. По данным термометрии можно решать следующие задачи: исследовать геологические разрезы скважин; выявлять полезные ископаемые - природные газы, нефть, сульфиды и другие; изучать геологические особенности месторождений, на которых пробурены скважины.

## 2.10 /4, 26/

При получении алюминия электролизом раствора  $Al_2O_3$  в расплавленном криолите проходил ток 20 кА при разности потенциалов на электродах 5 В. Найти время, в течение которого будет выделено 1000 кг алюминия. Сколько электроэнергии при этом будет затрачено ?

$$\begin{array}{l} I = 20 \text{ кА} = 20 \cdot 10^3 \text{ А} \\ U = 5 \text{ В} \\ \underline{m = 1000 \text{ кг}} \\ t - ? \\ W - ? \end{array}$$

Решение

Масса вещества, выделившегося на электроде за время  $t$ , может быть определена по закону Фарадея для явления электролиза.

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{\mu}{n} \cdot I \cdot t,$$

где  $\mu = 27 \cdot 10^{-3}$  кг/моль - молярная масса алюминия,

$n = 3$  - его валентность,

$F = 9,65 \cdot 10^4$  Кл/моль - постоянная Фарадея.

Отсюда время пропускания тока

$$t = \frac{mFn}{\mu I} = \frac{1000 \cdot 9,65 \cdot 10^4 \cdot 3}{27 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^3} \text{ с} = 5,4 \cdot 10^5 \text{ с} = 150 \text{ час.}$$

Количество затраченной электроэнергии

$$W = IUt = 20 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 5,4 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 5,4 \cdot 10^{10} \text{ Дж.}$$

Особенный интерес представляет возможность с помощью электролиза добывать металлы в подземных условиях. Процесс электролитической добычи металлов из недр Земли состоит в предварительном растворении руды и последующем электролизе, осуществляемом с помощью электродов, погруженных в раствор через скважины.

Ионную проводимость пород можно использовать для выделения или концентрации вблизи электродов полезных компонентов без предварительного растворения минералов. Ионной проводимостью обладают стекла, галогидные соединения, сульфаты, соли щелочных, щелочно-земельных и легко ионизируемых тяжелых металлов. Большинство этих металлов имеют униполярную проводимость, то есть в электрическом поле перемещаются либо катионы, либо анионы.

Процесс ионного переноса вещества медленный, поэтому для получения желаемого результата прохождение тока через массив должно быть длительным.

## 2.11 /28/

Батарея аккумуляторов, ЭДС которой 12 В, заряжается при напряжении 12,5 В током 3 А. Принимая, что внутреннее сопротивление при зарядке и разрядке одинаково и что аккумулятор отдает 70 % прошедшего через него при разрядке электричества, найти КПД аккумулятора при разрядке током 0,3 А.

$\mathcal{E} = 12 \text{ В}$
$U = 12,5 \text{ А}$
$I_1 = 3 \text{ А}$
$I_2 = 0,3 \text{ А}$
$\eta_0 = 70 \%$
$\eta - ?$

### Решение

Коэффициентом полезного действия аккумулятора называют отношение энергии, выделяемой на внешней нагрузке при разрядке, к энергии, полученной аккумулятором при его зарядке.

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{I_2^2 R t_2}{I_1 U t_1},$$

где  $R$  - сопротивление внешней нагрузки,

$t_1$  - время зарядки аккумулятора,

$t_2$  - время разрядки.

С учетом того, что аккумулятор отдает 70 % прошедшего через него при зарядке электрического заряда

$$\eta_0 = \frac{I_2 t_2}{I_1 t_1},$$

получаем для КПД

$$\eta = \frac{\eta_0 I_2 R}{U}.$$

Для нахождения сопротивления внешней цепи используем закон Ома, согласно которому ток при разрядке аккумулятора

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

а ток при зарядке

$$I_1 = \frac{U - \mathcal{E}}{r}.$$

Откуда

$$R = \frac{\mathcal{E}}{I_2} - r = \frac{\mathcal{E}}{I_2} - \frac{U - \mathcal{E}}{I_1} = \frac{\mathcal{E}(I_1 + I_2) - I_2 U}{I_1 I_2}.$$

Окончательно, для КПД получим

$$\eta = \frac{\eta_0 I_2 R}{U} = \eta_0 \frac{\mathcal{E}(I_1 + I_2) - I_2 U}{I_1 U} = 70 \cdot \frac{12 \cdot (3 + 0,3) - 0,3 \cdot 12,5}{3 \cdot 12,5} \% = 67 \%.$$

Батареи аккумуляторов применяются в аккумуляторных электровозах, которые предназначены для транспортирования вагонеток с полезными ископа-

емыми, породой, вспомогательными материалами и составов с людьми по главным откаточным выработкам шахт, опасных по газу и пыли.

2.12 /2, 17/

Удельная электропроводность породы равна  $8 \cdot 10^{-2}$  См/м. К породе через электроды диаметром 20 мм подают постоянное напряжение 380 В. Произойдет ли тепловой пробой этой породы, если известно, что количество тепла, отводимое породой в сторону от токопроводящего канала за 1 с, равно 3,8 Дж? Длина канала пробоя 100 см. Какое должно быть минимальное значение электропроводности породы, чтобы произошел тепловой пробой при условии, что отвод тепла составляет 16 Дж за 1 с?

Решение

<p>При прохождении тока через проводящую породу в последней выделяется тепло в соответствии с законом Джоуля-Ленца</p> <p><math>\sigma = 8 \cdot 10^{-2}</math> См/м  <math>d = 0,020</math> м  <math>U = 380</math> В  <math>t = 1</math> с  <math>Q_1 = 3,8</math> Дж  <math>l = 1</math> м  <math>Q_2 = 16</math> Дж</p> <hr/> <p><math>Q - ?</math>  <math>\sigma_{\text{мин}} - ?</math></p>	<p><math>Q = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.</math></p> <p>С учетом того, что сопротивление породы</p> $R = \frac{\rho l}{S} = \frac{4 l}{\sigma \pi d^2},$ <p>количество выделяющегося тепла</p>
---	--

$$Q = \frac{U^2 t \sigma \pi d^2}{4 l} = \frac{380^2 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 10^{-2} \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 1} \text{ Дж} = 3,6 \text{ Дж}.$$

Теплового пробоя не произойдет, так как  $Q < Q_1$ ; он произойдет, если  $Q \geq Q_2$ .

Минимальное значение электропроводности

$$\sigma_{\text{мин}} = \frac{Q_2 4 l}{U^2 \pi d^2 t} = \frac{16 \cdot 4 \cdot 1}{380^2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 1} \text{ См / м} = 0,35 \text{ См / м}.$$

Способы разрушения горных пород с применением электроэнергии подразделяются на электротермические, обусловленные тепловым пробоем, и электрические, основанные на электрическом пробое горной породы.

К электротермическим методам относятся методы постоянного тока. В них используется способность пород пропускать ток, достаточный для их разогрева. В породе возникают термические напряжения, и она разрушается.

## Задачи для самостоятельного решения

### 2.1. Законы постоянного тока

61. Вследствие трения о шкив ремень заряжается, причем каждый квадратный метр ремня содержит 0,02 Кл заряда. Ширина ремня 0,3 м, скорость его движения 20 м /с. Какой заряд проходит каждую секунду через любую неподвижную плоскость, перпендикулярную ремню? /0,12 А /

62. Сила тока в проводнике нарастает от 0 до 3 А в течение 10 с. Определить заряд, прошедший в проводнике. /15 Кл /

63. Камнедробилка должна работать под напряжением 100 В, потребляя ток в 40 А. Напряжение на электростанции 120 В, а расстояние до нее 1 км. Определить сечение медных соединительных проводов ( $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$  Ом · м) /68 мм<sup>2</sup> /

64. Какой длины надо взять нихромовый проводник диаметром 1,5 мм для изготовления спирали вулканизатора, применяемого при сращивании кабелей, если сопротивление спирали 5,5 Ом, а удельное сопротивление нихрома  $1,1 \cdot 10^{-6}$  Ом · м ? /8,6 м /

65. Внутреннее сопротивление гальванометра 720 Ом, его шкала рассчитана на 300 мкА. Как и какое сопротивление нужно подключить, чтобы прибором можно было измерять напряжение до 300 В? /1 МОм /

66. Цена деления прибора  $1,5 \cdot 10^{-5}$  А/дел. Шкала прибора имеет 200 делений, его внутреннее сопротивление 100 Ом. Какие сопротивления нужно подключить к этому прибору и каким образом, чтобы можно было измерять напряжение до 200 В или ток до 4 А? /67 кОм; 0,075 Ом /

67. При внешнем сопротивлении 3 Ом ток в цепи 0,3 А, при сопротивлении 5 Ом ток равен 0,2 А. Определить ток короткого замыкания. /1,2 А /

68. Определить сопротивление медных магистральных проводов при температуре 30 °С. Расстояние от места расположения проводов до взрывной станции 400 м. Площадь сечения проводов 0,8 мм<sup>2</sup>,  $\rho_0 = 0,017$ (Ом · мм<sup>2</sup>) / м,  $\alpha = 0,0044$  град<sup>-1</sup>. /19 Ом /

69. Сопротивление телеграфной линии при -20 °С равно 88 Ом. Каково ее сопротивление при 0 °С и +20 °С, если провод стальной ( $\alpha = 0,006$  град<sup>-1</sup>)? /0,10 кОм; 0,11 кОм /

70. Сопротивление нити электрической лампы при  $20^{\circ}\text{C}$  равно  $13\ \text{Ом}$ , а в накаливаемом состоянии  $144\ \text{Ом}$ . До какой температуры нагревается вольфрамовая нить, если  $\alpha = 5 \cdot 10^{-3}\ \text{град}^{-1}$ ? / $2 \cdot 10^3\ ^{\circ}\text{C}$ /

## 2.2. Работа и мощность тока

71. При токе  $3\ \text{А}$  во внешней цепи батареи выделяется мощность  $18\ \text{Вт}$ , а при токе  $1\ \text{А}$  мощность  $10\ \text{Вт}$ . Определить ЭДС и внутреннее сопротивление батареи. / $12\ \text{В}; 2\ \text{Ом}$ /

72. ЭДС батареи  $12\ \text{В}$ , ток короткого замыкания  $5\ \text{А}$ . Какую наибольшую мощность может дать батарея во внешней цепи? / $15\ \text{Вт}$ /

73. Если внешняя цепь источника тока имеет сопротивление  $0,5\ \text{Ом}$ , то она потребляет такую же мощность, как и при сопротивлении  $8\ \text{Ом}$ . Найти внутреннее сопротивление источника. / $2\ \text{Ом}$ /

74. ЭДС батареи  $20\ \text{В}$ . Сопротивление внешней цепи  $2\ \text{Ом}$ , ток  $4\ \text{А}$ . С каким КПД работает батарея? При каком внешнем сопротивлении КПД будет равным  $99\ %$ ? / $40\ %; 297\ \text{Ом}$ /

75. Найти ток короткого замыкания для аккумуляторной батареи, если при токе  $5\ \text{А}$  она дает во внешнюю цепь мощность  $9,5\ \text{Вт}$ , а при токе  $8\ \text{А}$  мощность  $14,4\ \text{Вт}$ . / $62\ \text{А}$ /

76. Сколько времени потребуется для нагрева участка горной породы массой  $8,6\ \text{кг}$  от  $20$  до  $200\ ^{\circ}\text{C}$  электронагревателем мощностью  $4,8\ \text{кВт}$ , если считать, что окружающий массив практически не передает тепла. Удельная теплоемкость породы  $300\ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ . / $96\ \text{с}$ /

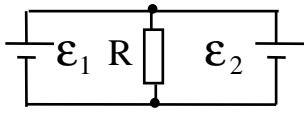
77. Ток в проводнике сопротивлением  $100\ \text{Ом}$  равномерно нарастает от  $0$  до  $10\ \text{А}$  в течение  $30\ \text{с}$ . Чему равно количество теплоты, выделившееся за это время в проводнике? / $100\ \text{кДж}$ /

78. По проводнику сопротивлением  $3\ \text{Ом}$  течет равномерно нарастающий от нуля ток. Количество теплоты, выделившееся в проводнике за  $8\ \text{с}$ , равно  $200\ \text{Дж}$ . Определить количество электричества, протекшее за это время по проводнику. / $20\ \text{Кл}$ /

79. Для нагревания  $4,5\ \text{л}$  воды от  $23^{\circ}\text{C}$  до кипения нагреватель потребляет  $0,5\ \text{кВт} \cdot \text{ч}$  электрической энергии. Чему равен КПД нагревателя? / $81\ %$ /

80. Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной вода в чайнике закипает через  $15\ \text{мин}$ , а другой - через  $30\ \text{мин}$ . Через сколько минут закипит вода, если включить обе обмотки: а) последовательно, б) параллельно?

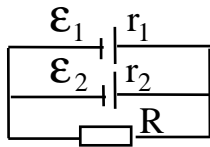
## 2.3. Правила Кирхгофа



81. Два источника ( $\mathcal{E}_1 = 1,2$  В,  $r_1 = 0,3$  Ом,  $\mathcal{E}_2 = 1,5$  В,  $r_2 = 0,5$  Ом) соединены параллельно и замкнуты на внешнее сопротивление  $2$  Ом. Определить ток, текущий по сопротивлению. /0,6 А /

82. Два элемента с одинаковыми ЭДС, равными  $2$  В, и внутренними сопротивлениями  $r_1 = 1$  Ом и  $r_2 = 2$  Ом замкнуты на внешнее сопротивление  $R$ , как показано на рис. к задаче 81. Через первый элемент  $\mathcal{E}_1$  течет ток  $I_1 = 1$  А. Найти сопротивление  $R$  и ток  $I_2$ , текущий через второй элемент  $\mathcal{E}_2$ . Какой ток  $I$  течет через сопротивление  $R$ ?

/0,66 Ом;



0,5 А; 1,5 А /

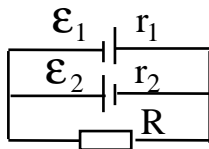
83. Две батареи аккумуляторов ( $\mathcal{E}_1 = 10$  В,  $r_1 = 1$  Ом,  $\mathcal{E}_2 = 8$  В,  $r_2 = 2$  Ом) и сопротивление  $R = 6$  Ом соединены, как показано на рисунке. Найти токи в батареях и внешнем сопротивлении.

/1,6 А; 0,2 А; 1,4 А /

84. Определить токи в батареях и сопротивлении  $R$  (см. рис. к задаче 83), если  $\mathcal{E}_1 = 4$  В,  $r_1 = 0,2$  Ом,  $\mathcal{E}_2 = 8$  В,  $r_2 = 0,5$  Ом,  $R = 1$  Ом.

/2,5 А; 7 А; 4,5 А /

85. Определить токи в батареях и сопротивлении  $R = 2$  Ом (см. рис. к задаче 83), если  $\mathcal{E}_1 = 10$  В,  $r_1 = 4$  Ом,  $\mathcal{E}_2 = 8$  В,  $r_2 = 3$  Ом.

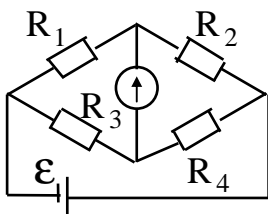


/1,31 А;

1,08 А; 2,39 А /

86. Два источника ( $\mathcal{E}_1 = 8$  В,  $r_1 = 2$  Ом,  $\mathcal{E}_2 = 6$  В,  $r_2 = 1,5$  Ом) и реостат  $R = 10$  Ом соединены, как показано на рисунке. Вычислить ток  $I$ , текущий через реостат.

/0 /

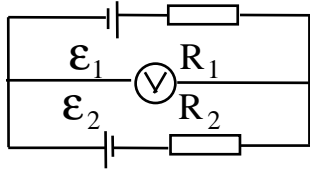


87. Найти силу тока в отдельных ветвях мостика Уитстона, если ток через гальванометр равен нулю. ЭДС источника  $1,8$  В,  $R_1 = 4$  Ом,  $R_2 = 5$  Ом,  $R_3 = 8$  Ом.

Сопротивление источника и проводов не учитывать.

/0,2 А; 0,1 А; 0,3 А /

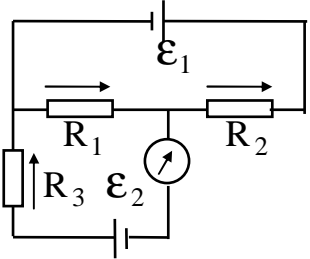
88. Определить силы токов на всех участках мостика Уитстона (см. рис. к задаче 87), если  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 6 \text{ Ом}$ , ЭДС источника  $5,2 \text{ В}$ , его внутреннее сопротивление  $1 \text{ Ом}$ , ток в гальванометре равен нулю.



/1,2

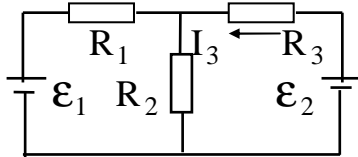
A; 0,4 A; 1,6 A /

89. В схеме, изображенной на рисунке,  $\mathcal{E}_1 = 1,5 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 1,6 \text{ В}$ ,  $R_1 = 1 \text{ кОм}$ ,  $R_2 = 2 \text{ кОм}$ . Определить показания вольтметра, если его сопротивление  $2 \text{ кОм}$ . Сопротивлением источников и проводов пренебречь.



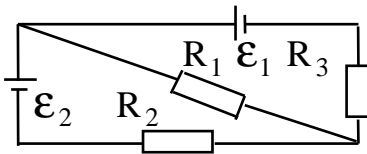
/0,35 В /

90. В электрической цепи ( $\mathcal{E}_1 = 2 \text{ В}$ ,  $R_1 = 100 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 50 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ) гальванометр регистрирует ток  $50 \text{ мА}$ , идущий в направлении, указанном стрелкой. Найти ЭДС второго элемента. Сопротивлением гальванометра и внутренними сопротивлениями элементов пренебречь.



/4 В /

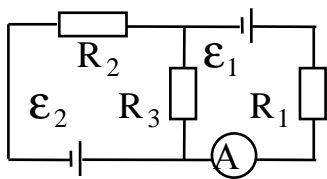
91. Определить силу тока  $I_3$ , напряжения на концах третьего и второго сопротивлений, если  $\mathcal{E}_1 = 4 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 3 \text{ В}$ ,  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 1 \text{ Ом}$ . Внутренним сопротивлением источников тока пренебречь.



/0; 0; 3 В /

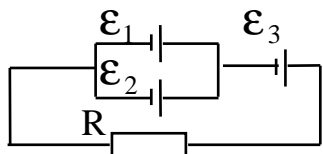
92. Найти токи в ветвях цепи, если  $\mathcal{E}_1 = 2,1 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 1,9 \text{ В}$ ,  $R_1 = 45 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом}$ . Внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

/0,04 A; 0,01 A; 0,03 A /



93. Три батареи с ЭДС  $12 \text{ В}$ ,  $5 \text{ В}$ ,  $10 \text{ В}$  и внутренними сопротивлениями, равными  $1 \text{ Ом}$ , соединены между собой одноименными полюсами. Определить токи, идущие через батареи.

/3 A; 1 A; 4 A /

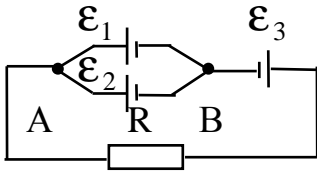


94. В схеме  $\mathcal{E}_1 = 2 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 4 \text{ В}$ ,  $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$  и падение потенциала на сопротивлении  $R_2$  равно  $1 \text{ В}$ . Найти показание амперметра. Сопротивлениями элементов и амперметра пренебречь.

/2 A /

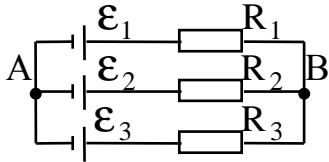


95. Три гальванических элемента с ЭДС 1,3 В, 1,5 В, 2 В и внутренними сопротивлениями, равными 0,2 Ом, включены, как показано на схеме. Сопротивление  $R = 0,55 \text{ Ом}$ . Найти токи в элементах.



/1,5 А; 2,5 А; 4 А /

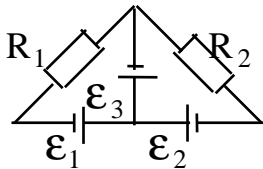
96. Найти все токи в цепи, если  $r_1 = r_2 = r_3 = 1 \text{ Ом}$ ,  $\epsilon_1 = 10 \text{ В}$ ,  $\epsilon_2 = 20 \text{ В}$ ,  $\epsilon_3 = 30 \text{ В}$ ,  $R = 2 \text{ Ом}$ . Найти разность потенциалов между точками А и В.



/10 А; 20 А; 10 А; 0 /

97. Три источника тока с ЭДС  $\epsilon_1 = 11 \text{ В}$ ,  $\epsilon_2 = 4 \text{ В}$ ,  $\epsilon_3 = 6 \text{ В}$  и три реостата с сопротивлениями  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 2 \text{ Ом}$ , соединены, как показано на рисунке. Найти токи в сопротивлениях и разность потенциалов между точками А и В. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

/0,8 А; 0,3



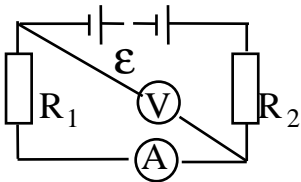
А; 0,5 А; 7 В /

98. Найти токи в сопротивлениях (см. рис. к задаче 97), если  $\epsilon_1 = 5 \text{ В}$ ,  $\epsilon_2 = 3 \text{ В}$ ,  $\epsilon_3 = 10 \text{ В}$ ,  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 4 \text{ Ом}$ .

/0,21 А; 1,57 А; 1,36 А /

99. В схеме, приведенной на рисунке,  $R_1 = 0,8 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 0,3 \text{ Ом}$ ,  $\epsilon_1 = 1,2 \text{ В}$ ,  $\epsilon_2 = 2 \text{ В}$ . Найти, чему должна быть равна ЭДС третьего источника тока, чтобы ток через него был равен нулю, если  $r_1 = 0,2 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 0,7 \text{ Ом}$ .

/1,6 В /



100. Найти показания амперметра и вольтметра в схеме, если ЭДС батареи равна 100 В, сопротивления  $R_1 = 400 \text{ Ом}$  и  $R_2 = 600 \text{ Ом}$ , сопротивление вольтметра 1 кОм.

/0,09 А; 36 В /

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики. - М.: Высш. шк., 1989. - 607 с.
2. Месеняшин А. И. Электрическая сепарация в сильных полях. - М.: Недра, 1978. - 175 с.
3. Воробьев Б. М. и др. Основы горного дела и обогащения полезных ископаемых. - М.: Недра, 1966. - 485 с.
4. Ржевский В. В., Новик Г. Я. Основы физики горных пород. - М.: Недра, 1984. - 359 с.
5. Чертов А. Г. и др. Задачник по физике. - М.: Высш. шк., 1981. - 496 с.
6. Киселев Н. Д. Очистка воздуха от пыли методом искусственной ионизации. - М.: Машиностроение, 1966. - 72 с.
7. Справочник по борьбе с пылью в горнодобывающей промышленности/ Под ред. А. С. Кузьмича. - М.: Недра, 1982. - 240 с.
8. Дахнов В. Н. К познанию недр Земли. - М.: Недра, 1968. - 144 с.
9. Новик Г. Я., Кузяев Л. С. Основы физики горных пород: Сб. задач и упражнений. - М.: МГИ, 1983. - 46 с.
10. Холидей Д., Резник Р. Вопросы и задачи по физике. - М.: Просвещение, 1969. - 240 с.
11. Темко С. В. и др. Физика раскрывает тайны Земли. - М.: Просвещение, 1976. - 128 с.
12. Иванов А. Г. Физика в разведке земных недр. - М.: Недра, 1971. - 200 с.
13. Кондрашев С. Н. Пьезоэлектрический метод разведки. - М.: Недра, 1980. - 181 с.
14. Хорбенко И. Г. За пределами слышимого. - М.: Машиностроение, 1986. - 208 с.
15. Фирганг Е. В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. - М.: Высш. шк., 1977. - 351 с.

16. Аузин В. А. и др. Электроразведка. - М.: Недра, 1977. - 134 с.
17. Поройков И. В. Краткий курс лекций по физике. - М.: Высш. шк., 1965. - 500 с.
18. Гукетлев Ю. Излучение в технике. - М.: Знание, 1970. - 30 с.
19. Дмитриев А. П. Термическое разрушение горных пород. - М.: Недра, 1990.- 254 с.
20. Ржевский В. В., Ямщиков В. С. Акустические методы исследования и контроля горных пород в массиве. - М.: Наука, 1973. - 224 с.
21. Гурьев Л. Г. и др. Сборник задач по общему курсу физики. - М.: Высш. шк., 1972. - 432 с.
22. Асонов В. А. и др. Буровзрывные работы. - М.: Госстройиздат, 1960. - 408 с.
23. Гуцин В. И. Задачник по взрывным работам. - М.: Недра, 1990. - 174 с.
24. Иродов И. Е. Задачи по общей физике. - М.: Наука, 1988. - 416 с.
25. Комаров В. Б. Рудничная вентиляция. - М.: Недра, 1969. - 416 с.
26. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. - М.: Наука, 1990. - 396 с.
27. Шимановский С. В. Методы измерения температуры горных пород. - М.: Изд-во АН СССР, 1952. - 64 с.
28. Вирабов А. А. Шахтные электровозы и гировозы. - М.: Недра, 1972. - 263 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

	с.
1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА	3
<i>Примеры решения задач</i>	3
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	20
1.1. Закон Кулона. Напряженность электрического поля	20
1.2. Потенциал. Работа в электрическом поле	22
1.3. Емкость. Энергия заряженных тел	24
2. ПОСТОЯННЫЙ ТОК	26
<i>Примеры решения задач</i>	26
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	42
2.1. Законы постоянного тока	42
2.2. Работа и мощность тока	43
2.3. Правила Кирхгофа	44
Список использованной литературы	47

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики. - М.: Высш. шк., 1989. - 607 с.
2. Месеняшин А. И. Электрическая сепарация в сильных полях. - М.: Недра, 1978. - 175 с.
3. Воробьев Б. М. и др. Основы горного дела и обогащения полезных ископаемых. - М.: Недра, 1966. - 485 с.
4. Ржевский В. В., Новик Г. Я. Основы физики горных пород. - М.: Недра, 1984. - 359 с.
5. Чертов А. Г. и др. Задачник по физике. - М.: Высш. шк., 1981. - 496 с.
6. Киселев Н. Д. Очистка воздуха от пыли методом искусственной ионизации. - М.: Машиностроение, 1966. - 72 с.
7. Справочник по борьбе с пылью в горнодобывающей промышленности/ Под ред. А. С. Кузьмича. - М.: Недра, 1982. - 240 с.
8. Дахнов В. Н. К познанию недр Земли. - М.: Недра, 1968. - 144 с.
9. Новик Г. Я., Кузьяев Л. С. Основы физики горных пород: Сб. задач и упражнений. - М.: МГИ, 1983. - 46 с.
10. Холидей Д., Резник Р. Вопросы и задачи по физике. - М.: Просвещение, 1969. - 240 с.
11. Темко С. В. и др. Физика раскрывает тайны Земли. - М.: Просвещение, 1976. - 128 с.
12. Иванов А. Г. Физика в разведке земных недр. - М.: Недра, 1971. - 200 с.
13. Кондрашев С. Н. Пьезоэлектрический метод разведки. - М.: Недра, 1980. - 181 с.
14. Хорбенко И. Г. За пределами слышимого. - М.: Машиностроение, 1986. - 208 с.
15. Фирганг Е. В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. - М.: Высш. шк., 1977. - 351 с.
16. Аузин В. А. и др. Электроразведка. - М.: Недра, 1977. - 134 с.
17. Поройков И. В. Краткий курс лекций по физике. - М.: Высш. шк., 1965. - 500 с.
18. Гукетлев Ю. Излучение в технике. - М.: Знание, 1970. - 30 с.
19. Дмитриев А. П. Термическое разрушение горных пород. - М.: Недра, 1990. - 254 с.
20. Ржевский В. В., Ямщиков В. С. Акустические методы исследования и контроля горных пород в массиве. - М.: Наука, 1973. - 224 с.
21. Гурьев Л. Г. и др. Сб. задач по общему курсу физики. - М.: Высш. шк., 1972. - 432 с.
22. Ассонов В. А. и др. Буровзрывные работы. - М.: Госстройиздат, 1960. - 408 с.
23. Гущин В. И. Задачник по взрывным работам. - М.: Недра, 1990. - 174 с.

24. Иродов И. Е. Задачи по общей физике. - М.: Наука, 1988. - 416 с.
25. Комаров В. Б. Рудничная вентиляция. - М.: Недра, 1969. - 416 с.
26. Волькенштейн В. С. Сб. задач по общему курсу физики. - М.: Наука, 1990. - 396 с.
27. Шимановский С. В. Методы измерения температуры горных пород. - М.: Изд-во АН СССР, 1952. - 64 с.
28. Вирабов А. А. Шахтные электровозы и гировозы. - М.: Недра, 1972. - 263 с.

Электричество: Методические рекомендации к решению задач по физике с горнотехническим уклоном.

Авторы: Л. Н. Лукашевич, ст. преподаватель  
Л. К. Катанова, доц., канд. физ.-мат. наук  
И. А. Келарева, ст. преподаватель  
С. А. Фризен, доц., канд. техн. наук  
Н. А. Шварте, ст. преподаватель  
О. В. Садырева, аспирант

Корректурa кафедры физики  
Подписано к печати  
Формат бумаги 60 x 84 1/16  
Печ. л. 3,1. Тираж 100 экз. Заказ №  
Цена С.

---

Лаб. множительной техники УГГГА  
620144, Екатеринбург, Куйбышева, 30