

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

Л. Н. Лукашевич, Л. К. Катанова, И. А. Келарева, О. В. Садырева

АТОМ, ТВЕРДОЕ ТЕЛО, ЯДРО
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ

ЕКАТЕРИНБУРГ, 2000

ОДОБРЕНО

Методической комиссией
геофизического факультета
“ “ _____ 2000 г.

Председатель комиссии
_____ проф. И. Г. Сквородников

АТОМ, ТВЕРДОЕ ТЕЛО, ЯДРО
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ

Атом, твердое тело, ядро: Учебно-методическое пособие к решению задач по физике для студентов всех направлений / Л. Н. Лукашевич, Л. К. Катанова, И. А. Келарева, О. В. Садырева; Уральская госуд. горно-геол. академия, каф. физики, - Екатеринбург: изд. УГГГА, 2000. - 52 с.

Методическое пособие охватывает три раздела современной физики: физики атома, твердого тела и ядра. В каждом разделе приводятся 6-8 примеров решения физических задач с краткими пояснениями о применении рассматриваемых законов и явлений в горном деле. Здесь же приводятся условия задач для самостоятельного решения.

Пособие предназначено для студентов всех направлений и преподавателей кафедры физики.

Методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры физики 29 марта 2000 года (протокол № 4) и рекомендовано для издания в УГГГА.

Рецензент: С. А. Игумнов, доц., канд. геол.-минерал. наук

Авторы: Л. Н. Лукашевич, ст. преподаватель
Л. К. Катанова, доц., канд. физ.-мат. наук
И. А. Келарева, ст. преподаватель
О. В. Садырева, ассистент

© Уральская государственная
горно-геологическая
академия, 2000

СОДЕРЖАНИЕ

	с.
1. АТОМНАЯ ФИЗИКА	3
<i>Примеры решения задач</i>	3
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	13
2. ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА	17
<i>Примеры решения задач</i>	17
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	31
3. ФИЗИКА ЯДРА	35
<i>Примеры решения задач</i>	35
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	45
Список использованной литературы	49

1. АТОМНАЯ ФИЗИКА

Примеры решения задач

1.1/1-3/

Найти наименьшую и наибольшую длины волн спектральных линий водорода в серии Бальмера (рис. 1.1).

$$\begin{array}{|l} Z = 1 \\ R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1} \\ \lambda_{\text{МИН}} - ? \\ \lambda_{\text{МАКС}} - ? \end{array}$$

Решение

Исследования спектров излучения разреженных газов показали, что каждому газу соответствует вполне определенный линейчатый спектр, состоящий из отдельных спектральных линий. Самым изученным является спектр атома водорода. Каждой линии спектра соответствует определенная длина волны.

Длины волн спектральных линий определяем, пользуясь серийной формулой Бальмера

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где R - постоянная Ридберга;

n_1 - квантовое число для состояния атома после излучения;

n_2 - квантовое число состояния до излучения;

Z - порядковый номер элемента в таблице Менделеева (для водорода $Z = 1$).

Наименьшая длина волны соответствует линии, для которой $n_1 = 2$, а $n_2 = \infty$. Эта линия называется границей серии Бальмера.

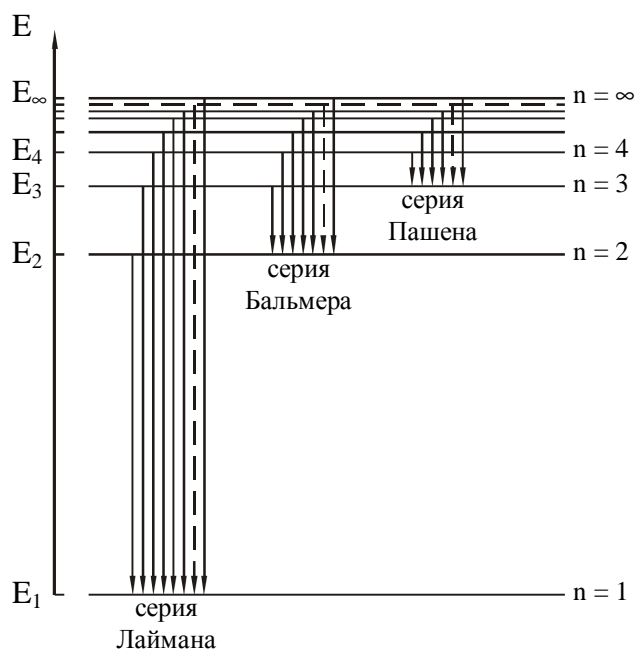


Рис. 1.1

$$\frac{1}{\lambda_{\text{МИН}}} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{4}; \quad \lambda_{\text{МИН}} = \frac{4}{1,097 \cdot 10^7} \text{ м} = 365 \text{ нм.}$$

В серии Бальмера для линии с наибольшей длиной волны $n_1 = 2$, а $n_2 = 3$.

$$\frac{1}{\lambda_{\text{МАКС}}} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = \frac{5R}{36}; \quad \lambda_{\text{МАКС}} = \frac{36}{5 \cdot 1,097 \cdot 10^7} \text{ м} = 656 \text{ нм.}$$

С помощью атомных спектров можно проводить количественный элементный анализ, так называемый атомно-флюоресцентный анализ. Физическую основу его составляют два процесса: резонансное поглощение излучения внешнего источника, в результате которого атомы переходят в возбужденное состояние, и спонтанный переход возбужденных атомов в исходное энергетическое состояние, сопровождающийся излучением квантов света той же частоты, что и в поглощенном излучении. Флюоресценцию анализируемого образца обычно вызывают ультрафиолетовым облучением от ртутно-кварцевых ламп или лазеров. Свечение анализируется на спектрометре.

Атомно-флюоресцентный анализ используют для диагностики минералов (циркона, апатита, урановых солей и др.) в горных выработках, для определения микропримесей элементов (Ag, Cd, Cu, Zn) в различных горных породах. С помощью атомно-флюоресцентного анализа определяют примерно пятьдесят элементов в различных горных породах, нефтепродуктах, почвах.

1. 2 /3-6/

Параллельный пучок моноэнергетических электронов направлен нормально на узкую щель шириной 1 мкм (рис. 1.2). Найти скорость электронов, если на экране, отстоящем на расстоянии 20 см от щели, ширина центрального дифракционного максимума составляет 48 мкм.

$$\begin{array}{l} a = 1 \text{ мкм} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м} \\ L = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м} \\ l = 48 \text{ мкм} = 48 \cdot 10^{-6} \text{ м} \\ \hline V - ? \end{array}$$

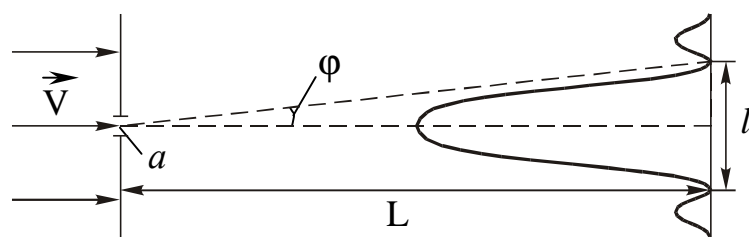


Рис. 1.2

Решение

Согласно гипотезе де Бройля, электроны и любые другие частицы материи наряду с корпускулярными (энергия и импульс) обладают также волновыми свойствами (частота и длина волны).

Электрону, движущемуся со скоростью V , соответствует длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{mV},$$

где h - постоянная Планка, равная $6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с;

m - масса электрона, равная $9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Отсюда скорость электрона

$$V = \frac{h}{\lambda m}.$$

Длину волны можно найти из условия дифракционного минимума для щели

$$a \cdot \sin \varphi = k\lambda,$$

где порядок минимума $k = 1$, так как ширина центрального дифракционного максимума - это расстояние между минимумами первого порядка.

Так как угол φ мал, то

$$\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{l}{2L}.$$

Решая совместно последние три равенства, получим, что

$$V = \frac{2Lh}{a l m}.$$

Подставляем численные значения

$$V = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}}{1 \cdot 10^{-6} \cdot 48 \cdot 10^{-6} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \text{ м/с} = 6,1 \cdot 10^6 \text{ м/с} = 6,1 \frac{\text{Мм}}{\text{с}}.$$

Помимо дифракции электронов была экспериментально обнаружена и исследована дифракция нейтронов, атомов, молекул и других частиц. Явление дифракции электронов сразу же было применено для исследования поверхностных явлений и структуры малых кристаллов. Благодаря меньшей проникающей способности электроны оказались более подходящими по сравнению с рентгеновскими лучами для изучения тонких пленок веществ.

Дифракция электронов используется в электронном микроскопе, который применяется для исследования неоднородностей размерами $1 \div 1000$ нм. Такие исследования - один из источников геологической информации, характеризующей параметры охлаждения и образования минералов и горных пород или условия их деформации. Геофизики уделяют большое внимание изучению микротрещин в горных породах, пытаясь выявить и объяснить изменения их упругих характеристик.

1.3 /2-4, 7, 8/

Оценить размытость энергетического уровня в атоме водорода, находящегося в основном и в возбужденном состояниях. Время жизни в основном состоянии бесконечно велико, а в возбужденном состоянии составляет 10^{-8} с. Оценить относительную неопределенность энергии фотона, излученного при переходе из возбужденного состояния ($n_2 = 2$) в основное ($n_1 = 1$).

$n_1 = 1, n_2 = 2$
$\tau_1 = \infty, \tau_2 = 10^{-8} \text{ с}$
$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
$\Delta E_1, \Delta E_2 - ?$
$\Delta E/E - ?$

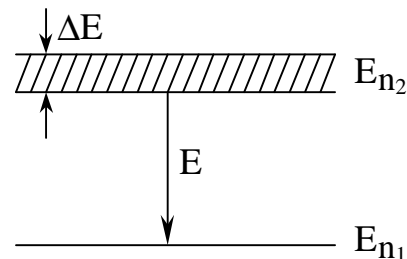


Рис. 1.3

Решение

Запишем соотношение неопределенностей для энергии и времени:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h,$$

где ΔE - неопределенность энергии системы в момент ее измерения;

Δt - неопределенность длительности процесса измерения (время пребывания атома в том или ином состояниях);

h - постоянная Планка.

Время жизни атома в основном состоянии бесконечно велико, то есть $\Delta t = \tau_1 = \infty$. Чем больше это время, тем точнее определяется энергия. Из соотношения неопределенностей

$$\Delta E_1 = \frac{h}{\tau_1} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{\infty} \rightarrow 0.$$

Время 10^{-8} с не может считаться малым по атомным масштабам. В возбужденном состоянии имеет место размытость энергетического уровня.

$$\Delta E_2 = \frac{h}{\tau_2} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{10^{-8}} \text{ Дж} = 6,62 \cdot 10^{-26} \text{ Дж} \approx 4 \cdot 10^{-7} \text{ эВ}.$$

Время жизни энергетического состояния определяет степень неопределенности ΔE (рис. 1.3) в величине его энергии. Таким образом, энергия атома в возбужденном состоянии может быть зафиксирована с точностью $E \pm \Delta E$, где $E \sim 10$ эВ.

Погрешность фиксации энергии уровня составляет

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{4 \cdot 10^{-7}}{10} \approx 4 \cdot 10^{-8}, \text{ то есть } 4 \cdot 10^{-6} \text{ \%}.$$

Столь же мала естественная ширина спектральных линий, испускаемых атомом при переходе из возбужденного состояния в основное. При взаимодействии квантов света с атомом происходит передача энергии от кванта к атому или наоборот, что приводит к неодинаковой частоте света и к некоторой ширине спектральных линий.

В 1958 году Мессбауэр показал, что при определенных условиях излучаемый γ -квант передает импульс не одному излучающему ядру, а всему кристаллу в целом. Чрезвычайная малость естественной ширины многих γ -линий по сравнению с энергией γ -переходов позволяет использовать эффект Мессбауэра для проведения тончайших экспериментов с чувствительностью, достигающей 10^{-16} .

Одним из самых перспективных направлений использования эффекта Мессбауэра в горном деле является применение его для фазового анализа руд, содержащих Fe, Pt, Au, Zn, Sn. В принципе эффект Мессбауэра мог бы позволить измерять непосредственно давление на поверхности штрекового коридора практически без изменения структуры породы.

Определить длину волны коротковолновой границы спектра тормозного излучения, если скорость электронов, бомбардирующих антикатод в рентгеновской трубке, составляет 80 % скорости света в вакууме.

$m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг
$V = 0,8 c$
$\lambda_0 - ?$

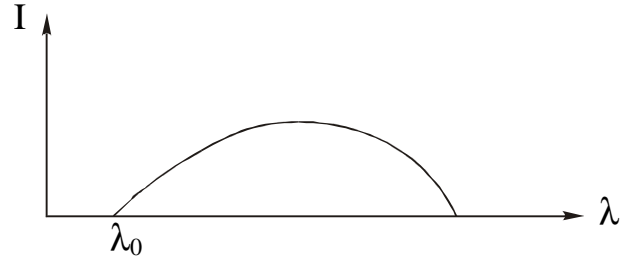


Рис. 1.4

Решение

Наиболее распространенным источником рентгеновского излучения является рентгеновская трубка, в которой ускоренные электрическим полем электроны бомбардируют анод (антикатод), испытывая на нем резкое торможение. При этом возникает рентгеновское излучение, сплошной спектр которого называется тормозным (рис. 1.4). Коротковолновая граница λ_0 этого спектра соответствует случаю, когда вся кинетическая энергия T электрона переходит в излучение (I - интенсивность излучения).

$$T = h\nu = \frac{hc}{\lambda_0},$$

где h - постоянная Планка, равная $6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с;

ν - частота излучения;

c - скорость света в вакууме, равная $3 \cdot 10^8$ м/с.

Используем для расчета кинетической энергии релятивистскую формулу, так как скорость электронов близка к скорости света.

$$T = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} - m_0c^2 = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} - 1 \right).$$

Подставляем численные значения

$$T = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0,8^2}} - 1 \right) \text{ Дж} = 5,5 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}.$$

Искомая длина волны из первого выражения

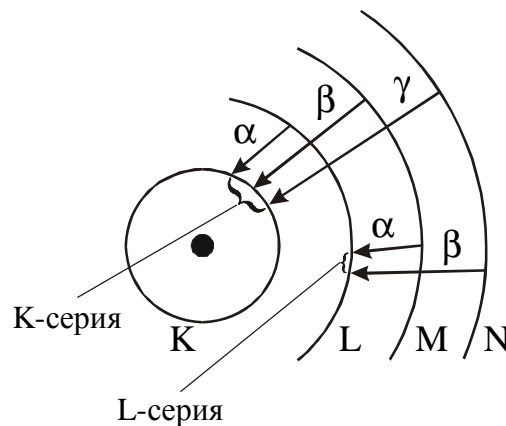
$$\lambda_0 = \frac{hc}{T} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,5 \cdot 10^{-14}} \text{ м} = 3,6 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 3,6 \text{ пм.}$$

В минералогии и металловедении широко применяют рентгеновскую проекционную микроскопию. Наиболее высокопроизводительная аппаратура рентгеноспектрального анализа - квантометры. Их используют для определения породообразующих элементов в горных породах. Рентгеновские анализаторы удобны, когда надо выявить рудные элементы в горных породах, медь в штейнах и шлаках медеплавильного производства и т. п.

1.5 /3, 10-12/

Определить энергию и длину волны K_α - линии (рис. 1.5) характеристического рентгеновского спектра, излучаемого вольфрамом ${}_{74}\text{W}$ при бомбардировке его быстрыми электронами. Найти разность потенциалов, которую надо приложить к рентгеновской трубке, чтобы в спектре возникла эта линия.

$n_1 = 1$
$n_2 = 2$
$Z = 74$
$E_{K\alpha} - ?$
$\lambda_{K\alpha} - ?$
$U - ?$



Решение

При достаточно большой энергии электронов, бомбардирующих антикатод рентгеновской трубки, на фоне сплошного спектра (см. рис. 1.4) появляются отдельные резкие линии – линейчатый спектр, называемый характеристическим. Электроны, достигая анода, выбивают электроны из внутренних слоев его атомов. Когда электроны выбиваются из K-слоя, то на освободившееся место переходят электроны из L, M, N, ... слоев и в спектре образуется серия

Рис. 1.5

линий, называемая К-серией. Головную линию этой серии называют K_{α} , следующую K_{β} и т. д.

Длину волны рентгеновских лучей определяем из формулы

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - a)^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где R - постоянная Ридберга, равная $1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$;

a - постоянная экранирования, то есть поправка на экранирование ядра, учитывающая уменьшение действия ядра на электрон, переходящий из n_2 - слоя в n_1 - слой.

Для K_{α} -линии $a = 1$, $n_1 = 1$, $n_2 = 2$ и энергия фотона

$$E_{K_{\alpha}} = hc \frac{1}{\lambda_{K_{\alpha}}} = hcR(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} hcR(Z - 1)^2,$$

где h - постоянная Планка, равная $6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$;

c - скорость света в вакууме, равная $3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Подставим числовые данные.

$$E_{K_{\alpha}} = \frac{3}{4} \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,1 \cdot 10^7 \cdot (74 - 1)^2 \text{ Дж} = 8,7 \cdot 10^{-15} \text{ Дж}.$$

Определим длину волны K_{α} - линии.

$$\lambda_{K_{\alpha}} = \frac{hc}{E_{K_{\alpha}}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{8,7 \cdot 10^{-15}} \text{ м} = 2,3 \cdot 10^{-11} \text{ м}.$$

Так как энергия электронов, подлетающих к антикатоде, равна работе электрического поля по перемещению электрона, запишем, что

$$|e|U = E_{K_{\alpha}},$$

где e - заряд электрона ($e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$);

U - разность потенциалов, приложенная к трубке.

Отсюда

$$U = \frac{E_{K\alpha}}{|e|} = \frac{8,7 \cdot 10^{-15}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ В} = 5,4 \cdot 10^4 \text{ В} = 54 \text{ кВ.}$$

Для изучения структуры и состава горных пород широко применяются рентгеновские методы анализа.

При порошковом рентгеноспектральном методе горную породу облучают радиоизотопным источником, способным возбудить характеристическое рентгеновское излучение анализируемого элемента. Это излучение фиксируется счетчиком, позволяющим выделить импульсы с амплитудой, соответствующей характеристическому излучению.

Широко используется рентгенорадиометрический каротаж, при котором регистрируется γ -излучение, состоящее из характеристического излучения элементов среды и рассеянного γ -излучения источника. Характеристическое излучение пропорционально концентрации исследуемого элемента, зависит от его атомного номера.

1.6 /7, 10/

Электрон находится в одномерном бесконечно глубоком прямоугольном потенциальном ящике шириной l . Вычислить вероятность того, что электрон в низшем возбужденном состоянии ($n = 2$) будет находиться в средней трети ящика.

$$\begin{array}{l} l/3 < x < 2l/3 \\ n = 2 \\ \omega = ? \end{array} \left| \right.$$

Решение

Вероятность обнаружить частицу в интервале $x_1 < x < x_2$ определяется равенством

$$\omega = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi_n(x)|^2 dx,$$

где $\Psi_n(x)$ - нормированная собственная ψ -функция, отвечающая данному состоянию.

Нормированная собственная ψ -функция, описывающая состояние электрона в потенциальном ящике, имеет вид

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x.$$

Возбужденному состоянию ($n = 2$) отвечает собственная функция

$$\Psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{2\pi}{l} x,$$

график которой показан на рис. 1.6.

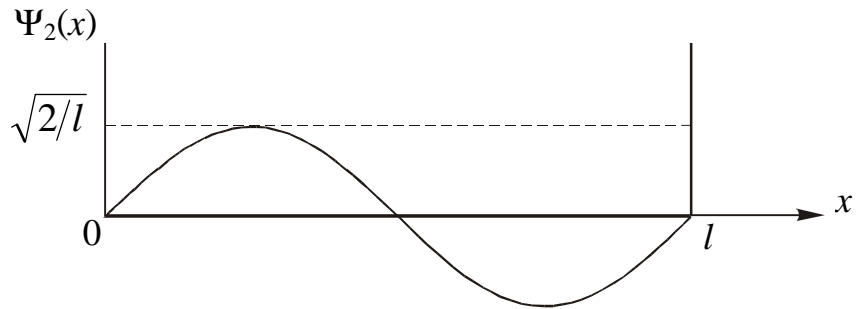


Рис. 1.6

Подставив $\Psi_2(x)$ в подынтегральное выражение для ω и вынося постоянные величины за знак интеграла, получим

$$\omega = \frac{2}{l} \int_{x_1}^{x_2} \sin^2 \frac{2\pi}{l} x dx.$$

Согласно условию задачи $x_1 = l/3$ и $x_2 = 2l/3$ (рис. 1.7).

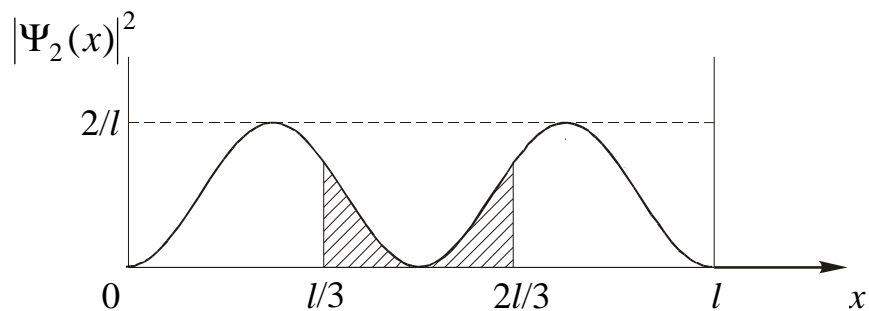


Рис. 1.7

Произведем замену $\sin^2 \frac{2\pi}{l} x = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{4\pi}{l} x \right)$, подставим пределы интегрирования и разобьем интеграл на два:

$$\omega = \frac{2}{l} \int_{l/3}^{2l/3} \sin^2 \frac{2\pi}{l} x dx = \frac{1}{l} \left\{ \int_{l/3}^{2l/3} dx - \int_{l/3}^{2l/3} \cos \frac{4\pi}{l} x dx \right\} =$$

$$= \frac{1}{l} \left\{ \frac{l}{3} - \frac{l}{4\pi} \sin \frac{4\pi}{l} x \Big|_{l/3}^{2l/3} \right\} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi} \left(\sin \frac{8\pi}{3} - \sin \frac{4\pi}{3} \right).$$

Заметив, что $\sin \frac{8\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{3}$, а $\sin \frac{4\pi}{3} = -\sin \frac{\pi}{3}$, получим

$$\omega = \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi} 2 \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi} = 0,333 - 0,138 = 0,195.$$

Задачи для самостоятельного решения

1.1. Теория Бора

501. Определить длину волны, соответствующую границе серии Бальмера для водорода. Выделить эту спектральную линию на схеме энергетических уровней атома водорода. Постоянная Ридберга равна $1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$. /364,7 нм/

502. Вычислить длину волны, соответствующую второй линии первой инфракрасной серии. Начертить схему энергетических уровней атома водорода и объяснить происхождение данной спектральной линии. /1280 нм/

503. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена). Начертить схему энергетических уровней атома водорода. /1870 нм; 820 нм/

504. Вычислить для атомарного водорода длины волн первых трех линий серии Бальмера. Начертить схему энергетических уровней атома водорода. /657 нм; 487 нм; 434 нм/

505. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны 121,5 нм. Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода. /0,212 нм/

506. Определить, во сколько раз увеличится радиус орбиты электрона в атоме водорода, находящегося в основном состоянии, при возбуждении его квантом с энергией 12,1 эВ. /9/

507. Длины волн головной линии серии Лаймана и границы серии Бальмера в спектре атомарного водорода равны 121,5 нм и 364,7 нм. Постоянная Планка равна $6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, скорость света $3 \cdot 10^8$ м/с. Вычислить на основании этих данных энергию ионизации атома водорода.
/13,6 эВ/

508. Вычислить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.
/12,1 эВ/

509. Вычислить постоянную Ридберга, если известно, что для иона He^+ разность длин волн между головными линиями серий Бальмера и Лаймана составляет 133,7 нм.
/1,097 · 10⁷ м⁻¹/

510. Вычислить квантовое число, соответствующее возбужденному состоянию иона He^+ , если известно, что при переходе в основное состояние ион испустил два фотона с длинами волн 106,5 нм и 30,4 нм.
/5/

1.2. Волны де Бройля

511. Определить длины волн де Бройля для электрона и протона, движущихся со скоростью 1000 км/с. Масса электрона $9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, масса протона $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.
/0,73 нм; 0,0004 нм/

512. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна 0,10 нм ?
/150 В/

513. Определить длину дебройлевской волны электрона, находящегося на второй орбите атома водорода.
/0,67 нм/

514. Определить длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.
/0,33 нм/

515. Определить длину волны де Бройля для электрона с кинетической энергией 1 кэВ.
/0,039 нм/

516. Вычислить длину волны де Бройля для электрона и атома водорода, кинетические энергии которых равны 100 эВ.
/0,123 нм; 0,00286 нм/

517. Рассчитать дебройлевскую длину волны для протона с кинетической энергией, равной энергии покоя электрона, которая составляет 0,51 МэВ.
/4 · 10⁻⁵ нм/

518. Найти скорость и кинетическую энергию электрона, если длина волны де Бройля 0,10 нм.
/7,3 · 10⁶ м/с; 150 эВ/

519. Электрон, движущийся со скоростью $6 \cdot 10^6$ м/с, попадает в продольное ускоряющее однородное электрическое поле напряженностью 5 В/см. Какое расстояние должен пройти электрон в таком поле, чтобы его длина волны стала равной 0,10 нм? /9,7 см/

520. Какую энергию необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от 0,1 нм до 0,05 нм? /450 эВ/

1.3. Рентгеновские лучи

521. Найти коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на 23 кВ увеличивает искомую длину волны в два раза. /27 пм/

522. При переходе электрона в атоме с L-слоя на K-слой испускаются рентгеновские лучи с длиной волны 0,079 нм. Постоянную экранирования принять равной единице. Определить порядковый номер данного элемента. /40/

523. Найти длину волны K_α -линии меди ($Z = 29$), если известно, что длина волны K_α -линии железа ($Z = 26$) равна 193 пм. /154 пм/

524. Найти напряжение на рентгеновской трубке с никелевым антикатодом ($Z = 28$), если разность длин волн K_α -линии и коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра равна 84 пм. /15 кВ/

525. Сколько элементов содержится в ряду между теми, у которых длины волн K_α -линий равны 250 пм и 179 пм? /три/

526. Найти длину волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если скорость электронов, подлетающих к антикатоде трубки, составляет 0,85 скорости света. /2,7 пм/

527. Узкий пучок рентгеновских лучей падает на монокристалл NaCl. Наименьший угол скольжения, при котором еще наблюдается зеркальное отражение от системы кристаллических плоскостей с межплоскостным расстоянием 0,28 нм, равен $4,1^\circ$. Каково напряжение на рентгеновской трубке? /31 кВ/

528. Для определения постоянной Планка к рентгеновской трубке приложили напряжение 16 кВ и определили минимальную длину волны сплошного рентгеновского излучения ($\lambda_{\text{мин}} = 77,6$ пм). Вычислить по этим данным постоянную Планка. / $6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с/

529. В результате эксперимента было определено, что граничная частота К-серии характеристического рентгеновского излучения некоторого элемента равна $5,5 \cdot 10^{18}$ Гц. Чему равен порядковый номер этого элемента? /42/

530. Определить длину волны и энергию фотона, принадлежащего головной линии К-серии характеристического спектра платины ($Z = 78$). Постоянная экранирования для К-серии равна единице. /20,5 пм; 60,5 кэВ/

1.4. Простейшие случаи движения микрочастиц

531. Волновая функция, описывающая состояние частицы в потенциальной яме, имеет вид: $\Psi_n(x) = C_n \sin(\pi n x / l)$. Используя условие нормировки, определить постоянную C_n . / $C_n = \sqrt{2/l}$ /

532. Частица в потенциальной яме находится в основном состоянии. Какова вероятность обнаружить частицу в крайней трети ямы? /0,195/

533. В одномерной потенциальной яме шириной l находится электрон. Найти вероятность нахождения электрона на первом энергетическом уровне в интервале $l/4$, равноудаленном от стенок ямы. /0,476/

534. Частица в потенциальной яме шириной l находится в низшем возбужденном состоянии. Определить вероятность нахождения частицы в интервале $l/4$, равноудаленном от стенок ямы. /0,091/

535. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной l с бесконечно высокими стенками. Определить вероятность обнаружения электрона в средней трети ямы, если электрон находится в возбужденном состоянии ($n = 3$). /1/3/

536. Вычислить величину момента импульса L орбитального движения электрона, находящегося в атоме водорода в S-состоянии и в P-состоянии. /0; $1,49 \cdot 10^{-34}$ Дж·с/

537. Определить возможные значения проекции момента импульса L_z орбитального движения электрона в атоме водорода на направление внешнего магнитного поля. Электрон находится в S-состоянии.

$$/0; \pm 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}; \pm 2,108 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}/$$

538. Момент импульса орбитального движения электрона в атоме водорода равен $1,49 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$. Определить магнитный момент, обусловленный орбитальным движением электрона.

$$/1,31 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/Тл}/$$

539. Определить возможные значения орбитального момента импульса L электрона в возбужденном атоме водорода, если энергия возбуждения $12,09 \text{ эВ}$.

$$/0; 1,49 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}; 2,58 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}/$$

540. Определить наименьший угол, который может образовать вектор орбитального момента импульса электрона в атоме водорода с направлением внешнего магнитного поля. Электрон в атоме находится в d-состоянии.

$$/35^\circ 20'/$$

2. ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Примеры решения задач

2.1 /13, 14/

Найти период решетки хлористого натрия NaCl (рис. 2.1), если его плотность $2,2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, молярная масса $58 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

$\rho = 2,2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
$\mu = 58 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
$a - ?$

Решение

Кристаллическая структура NaCl может быть представлена как совокупность двух гранецентрированных решеток Браве из ионов Na и Cl, смещенных относительно друг друга на половину ребра куба.

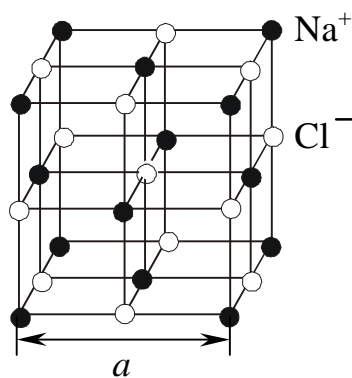


Рис. 2.1

На одну элементарную ячейку объемом a^3 приходится четыре иона натрия и четыре иона хлора, то есть четыре молекулы NaCl.

$$n_{\text{Na}} = 8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4, \quad n_{\text{Cl}} = 12 \cdot \frac{1}{4} + 1 = 4, \quad n = 4.$$

На один моль кристалла, содержащий число молекул, равное числу Авогадро ($N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹), приходится объем

$$V = a^3 \frac{N_A}{n} = \frac{\mu}{\rho}.$$

Отсюда период решетки (расстояние между ближайшими одноименными ионами)

$$a = \sqrt[3]{\frac{n\mu}{\rho N_A}}.$$

Подставив численные значения, получим

$$a = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 58 \cdot 10^{-3}}{2,2 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} \text{ м} = 5,6 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 0,56 \text{ нм}.$$

Кристаллическую структуру типа NaCl имеют фтористый калий, фтористый натрий, хлористое серебро, окись магния и другие вещества. Поваренная соль используется в различных производствах: металлургии, производстве пластмасс, красок и т. д.

Россия богата месторождениями ископаемой каменной соли, соляными озерами и источниками. Для добычи каменной соли широко применяется метод подземного растворения, при котором затраты на добычу соли ниже, чем при шахтном способе добычи.

2.2 /13, 15/

α - железо имеет кубическую объемноцентрированную структуру с периодом 0,286 нм, γ - железо - кубическую структуру с центрированными гранями с периодом 0,356 нм (рис. 2.2). Найти относительное изменение плотности железа при его переходе из α - в γ - модификацию?

$$\begin{array}{l}
 a_1 = 0,286 \text{ нм} \\
 n_1 = 2 \\
 a_2 = 0,356 \text{ нм} \\
 n_2 = 4 \\
 \hline
 E - ?
 \end{array}$$

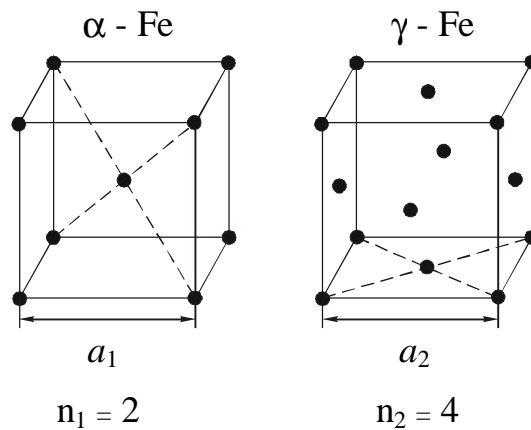


Рис. 2.2

Решение

Плотность можно определить по формуле

$$\rho = \frac{n\mu}{a^3 N_A},$$

где a - период решетки, равный длине ребра куба в случае кубической решетки;

n - число атомов, приходящихся на одну элементарную ячейку;

μ - молярная масса;

N_A - число Авогадро, равное $6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹.

Относительное изменение плотности железа

$$E = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 = \frac{n_2 \cdot a_1^3}{n_1 \cdot a_2^3} - 1.$$

Подставив численные значения, получим

$$E = \frac{4 \cdot 2,86^3}{2 \cdot 3,56^3} - 1 = 0,04, \quad \text{то есть } 4 \%.$$

Свойство некоторых веществ существовать в нескольких кристаллических фазах называется полиморфизмом. Каждая из этих фаз, стабильная в определенной области температур и давлений, называется полиморфной модификацией. Для чистого железа при атмосферном дав-

лении известны три модификации: α - железо переходит в γ - железо при 910°C , а γ - железо при 1400°C превращается в δ - железо.

Известным примером полиморфизма являются алмаз и графит - две кристаллические модификации углерода. При температуре выше 1000°C алмаз легко и быстро переходит в графит, при этом объем увеличивается на 36 %. Превратить графит в алмаз удастся лишь при температурах более 3000°C и давлениях до 10^8 Па.

Обладая исключительно высокой твердостью, алмазы незаменимы при изготовлении различных инструментов и приборов (буровые коронки и долота, сверла, резцы, стеклорезы и т. д.).

2.3 /10, 11/

Пользуясь классической теорией, вычислить удельные теплоемкости кристаллов NaCl и CaCl₂.

$$\mu_1 = 0,058 \text{ кг/моль}$$

$$n_1 = 2$$

$$\mu_2 = 0,111 \text{ кг/моль}$$

$$n_2 = 3$$

$$C_1^{\text{уд}} - ?$$

$$C_2^{\text{уд}} - ?$$

Решение

По классической теории молярная теплоемкость химически сложных тел (состоящих из различных атомов) определяется в соответствии с законом Неймана - Коппа:

$$C_\mu = n \cdot 3R,$$

где n - общее число частиц в химической формуле соединения;

R - универсальная газовая постоянная, равная $8,3 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{K})$.

Удельные теплоемкости NaCl и CaCl₂ соответственно

$$C_1^{\text{уд}} = \frac{3R n_1}{\mu_1} = \frac{3 \cdot 8,3 \cdot 2}{0,058} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}} = 860 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K});$$

$$C_2^{\text{уд}} = \frac{3R n_2}{\mu_2} = \frac{3 \cdot 8,3 \cdot 3}{0,111} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}} = 670 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K}).$$

Удельная теплоемкость минералов и горных пород изменяется от $0,4 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$ (богатые магнетитовые руды) до $3-4 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$ (мел, мергель); обычно рудные минералы имеют более низкую теплоемкость по сравнению с нерудными.

Теплоемкость горной породы является функцией теплоемкости слагающих минералов, не зависит от структурных и текстурных особенностей и может быть рассчитана по формуле

$$C = \sum_{i=1}^n C_i m_i,$$

где C_i - теплоемкость породообразующих минералов;
 m_i - относительное массовое содержание минерала.

2.4 /10, 13/

Используя квантовую теорию теплоемкости Эйнштейна, вычислить изменение внутренней энергии киломоля кристалла при нагревании его на 2 К от температуры, равной половине характеристической.

$\nu = 10^3$ моль	Решение
$\Delta T = 2$ К	Изменение внутренней энергии вещества
$T = 0,5 \theta$	
$\Delta U - ?$	$\Delta U = \nu C_{\mu} \Delta T.$

По квантовой теории Эйнштейна молярная теплоемкость

$$C_{\mu} = 3R \left(\frac{\Theta}{T} \right)^2 \frac{e^{\Theta/T}}{(e^{\Theta/T} - 1)^2},$$

где R - универсальная газовая постоянная, равная 8,3 Дж/(моль·К);

Θ - характеристическая температура Эйнштейна;

T - абсолютная температура тела;

e - основание натурального логарифма.

Подставив C_{μ} в выражение для ΔU , получим

$$\Delta U = \nu 3R \left(\frac{\Theta}{T} \right)^2 \frac{e^{\Theta/T}}{(e^{\Theta/T} - 1)^2} \Delta T.$$

Произведем вычисления

$$\Delta U = 10^3 \cdot 3 \cdot 8,3 \cdot \left(\frac{1}{0,5} \right)^2 \cdot \frac{2,72^2}{(2,72^2 - 1)^2} \cdot 2 \text{ Дж} = 36 \text{ кДж}.$$

При температуре ниже характеристической начинает проявляться квантовый характер теплоемкости. Параметр Θ используется в описании ряда свойств твердого тела (электропроводности, теплопроводности и других). Для большинства веществ характеристическая температура лежит в пределах 300 - 800 К. У алмаза она равна 2000 К (табл. 2.1).

Таблица 2.1

Значения характеристических температур некоторых веществ

Вещество	Θ , К	Вещество	Θ , К
Свинец	94	Алюминий	418
Цинк	308	Никель	456
Хлористый натрий	320	Железо	467
Медь	339	Кремний	658
Германий	366	Алмаз	2000

Исследования кристаллов минералов природного происхождения, например алмаза, позволили выявить несоответствие результатов экспериментальных определений теплоемкости законам классической физики. Это привело к созданию квантовой теории твердого тела.

2.5 /18-20/

В опыте Дэвиссона и Джермера, обнаруживших дифракционную картину при отражении пучка электронов от монокристалла никеля, оказалось, что в направлении, составляющем угол 55° с направлением падающих электронов, наблюдается максимум отражения четвертого порядка при кинетической энергии электронов 180 эВ (рис. 2.3). Найти расстояние между атомными плоскостями никеля.

$$\begin{array}{l} \alpha = 55^\circ \\ k = 4 \\ T = 180 \text{ эВ} = 2,88 \cdot 10^{-17} \text{ Дж} \\ \hline d - ? \end{array}$$

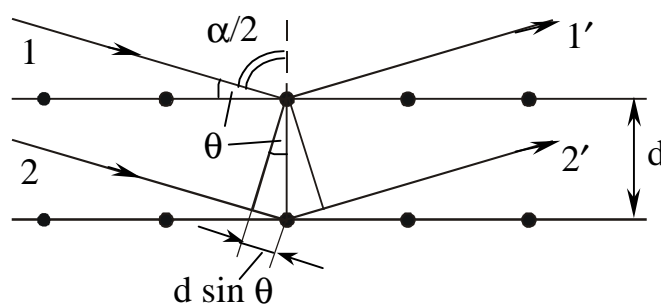


Рис. 2.3

Решение

Пучок монохроматических параллельных рентгеновских лучей (1 и 2), падает под углом скольжения θ и возбуждает атомы (ионы) кристаллической решетки, которые становятся источниками вторичных когерентных волн (1' и 2'), интерферирующих между собой. Дифракционные максимумы интенсивности наблюдаются в тех направлениях, в которых отраженные рентгеновские волны будут находиться в одинаковой фазе. Эти направления удовлетворяют формуле Вульфа-Брэгга

$$2d \sin \theta = k\lambda \quad (\theta = 90^\circ - \alpha/2),$$

откуда расстояние между соседними кристаллографическими плоскостями

$$d = \frac{k\lambda}{2 \sin (90^\circ - \alpha/2)} = \frac{k\lambda}{2 \cos(\alpha/2)}.$$

Для нахождения длины волны воспользуемся формулой де Бройля и выразим импульс электронов через их кинетическую энергию

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mT}},$$

где h - постоянная Планка, равная $6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с;
 m - масса электрона, равная $9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Тогда окончательная расчетная формула примет вид

$$d = \frac{kh}{2 \cos(\alpha/2) \sqrt{2mT}}.$$

Производим вычисления

$$d = \frac{4 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 0,887 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2,88 \cdot 10^{-17}}} \text{ м} = 0,206 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 0,206 \text{ нм}.$$

Формула Вульфа-Брэгга оказалась справедливой и в случае дифракции нейтронов и рентгеновских лучей. На явлении дифракции

рентгеновских лучей при отражении от плоскостей кристаллической решетки основан рентгеноструктурный анализ. Он применяется для изучения структуры бурых и каменных углей, торфообразователей, торфяных битумов и т. д. Определяя линейный размер кристаллической решетки в различных направлениях под углом к поверхности образца, можно определить деформацию горных пород и установить их напряженное состояние.

2.6 /11, 18-20/

Удельная электропроводность меди при комнатной температуре $5,9 \cdot 10^7 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, плотность $8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, энергия Ферми $6,2 \text{ эВ}$. Определить среднюю скорость, время релаксации, длину свободного пробега и концентрацию электронов проводимости в меди при абсолютном нуле, а также дрейфовую скорость электронов при напряженности внешнего поля 100 В/см .

$\sigma = 5,9 \cdot 10^7 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ $E_F = 9,9 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ $E = 10^4 \text{ В/м}$ $ e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ $V_{\text{CP}}, \lambda_F, V_D, \tau, n - ?$
--

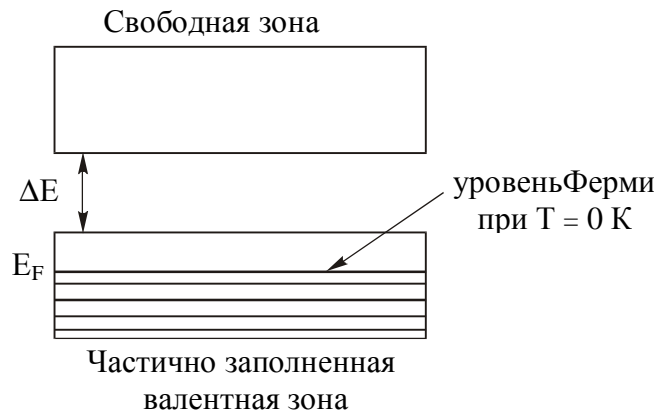


Рис. 2.4

Решение

Согласно квантовым представлениям электроны твердых тел распределены по определенным энергетическим состояниям, уровням. Уровень Ферми (рис. 2.4) – это наивысший энергетический уровень, занятый электронами при абсолютном нуле. Энергия Ферми (максимальная кинетическая энергия электронов при $T = 0 \text{ К}$)

$$E_F = \frac{1}{2m} \left(\frac{3h^3}{8\pi} n \right)^{2/3},$$

где h - постоянная Планка, равная $6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с;

n - концентрация электронов проводимости.

Учитывая, что средняя энергия электронов при абсолютном нуле составляет $3/5 E_F$, найдем среднюю скорость

$$V_{CP} = \sqrt{\frac{2E_{CP}}{m}} = \sqrt{\frac{6E_F}{5m}}.$$

Производим вычисления.

$$V_{CP} = \sqrt{\frac{6 \cdot 9,9 \cdot 10^{-19}}{5 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}} \text{ м/с} = 1,1 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Концентрацию электронов проводимости можно вычислить двумя способами: из выражения для энергии Ферми или из определения концентрации атомов, если предположить, что все валентные электроны являются электронами проводимости.

$$n = n' \frac{N_A}{V_\mu} = n' \frac{N_A \rho}{\mu},$$

где n' - число свободных электронов (один), приходящихся на атом;

N_A - число Авогадро, равное $6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹;

V_μ - молярный объем;

μ - молярная масса меди, равная $63,5 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Подставив численные значения, получим

$$n = \frac{1 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 8,9 \cdot 10^3}{63,5 \cdot 10^{-3}} \text{ м}^{-3} = 8,4 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

Время релаксации находим из выражения

$$\tau = \frac{\sigma m}{n e^2}.$$

$$\tau = \frac{5,9 \cdot 10^7 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{8,4 \cdot 10^{28} \cdot 2,56 \cdot 10^{-38}} \text{ с} = 2,5 \cdot 10^{-14} \text{ с.}$$

Длина свободного пробега электронов, движущихся со скоростью V_F , на уровне Ферми

$$\lambda_F = V_F \cdot \tau = \sqrt{\frac{2E_F}{m}} \cdot \tau.$$

$$\lambda_F = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,9 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \cdot 2,5 \cdot 10^{-14} \text{ м} = 3,7 \cdot 10^{-8} \text{ м.}$$

Дрейфовая скорость, то есть скорость направленного движения электронов под действием внешнего электрического поля.

$$V_D = \frac{|e| \tau}{m} \cdot E.$$

Подставляем числовые значения.

$$V_D = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,5 \cdot 10^{-14} \cdot 10^4}{9,1 \cdot 10^{-31}} \text{ м/с} = 44 \text{ м/с.}$$

Горные породы и слагающие их минералы очень различаются по своим электрическим свойствам. Ток проводимости в чистых самородных металлах обусловлен переносом зарядов электронами, проводимость минералов-диэлектриков в основном ионная, в полупроводниковых минералах электропроводность может быть обусловлена как электронами, так и ионами.

Различие в проводимости веществ объясняется различием в энергетической структуре их кристаллов, в ширине запрещенной зоны ΔE . Для горных пород-полупроводников ширина этой зоны лежит в пределах $0,1 \div 2$ эВ.

Электропроводность минералов обусловлена в основном примесями, поэтому она изменяется в широких пределах.

Знание электрических свойств минералов и их взаимосвязей с другими свойствами позволяет изучать и прогнозировать процессы, происходящие в массивах горных пород. Электрические свойства минералов широко используются и для решения многих практических задач горного производства. Это разведка месторождений полезных ископаемых электрическими методами, обогащение и разделение минералов при электрической сепарации, подземная газификация угля и др.

2.7 /11, 20, 21/

Электрическое сопротивление полупроводникового образца базальта при температуре 200 °С составляет $2 \cdot 10^8$ Ом. Определить его сопротивление при 400 °С. Ширина запрещенной зоны $1 \cdot 10^{-19}$ Дж.

$$\begin{array}{l} R_1 = 2 \cdot 10^8 \text{ Ом} \\ T_1 = 473 \text{ К} \\ T_2 = 673 \text{ К} \\ \Delta E = 1 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \\ \hline R_2 - ? \end{array}$$

Решение

Удельная электропроводность полупроводников изменяется с температурой по закону

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}},$$

где σ_0 - постоянная, зависящая от природы полупроводника и не зависящая от температуры;

k - постоянная Больцмана, равная $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Учитывая, что

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{R} \cdot \frac{l}{S},$$

отношение сопротивлений образца при температурах T_2 и T_1

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = e^{\frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)}.$$

Отсюда искомое сопротивление

$$R_2 = R_1 \cdot e^{\frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)}$$

Производим вычисления.

$$R_2 = 2 \cdot 10^8 \cdot e^{\frac{1 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \left(\frac{1}{673} - \frac{1}{473} \right)} \text{ Ом} = 2 \cdot 10^7 \text{ Ом}$$

Большинство минералов и горных пород по своим электрическим свойствам относятся к классу полупроводников и диэлектриков. Главные породообразующие минералы (кварц, слюда, кальцит, полевые шпаты) имеют низкую электропроводность $10^{-12} \div 10^{-20} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$. Высокую электропроводность имеют рудные минералы (магнетит, пирротин, халькопирит), что является их диагностическим признаком. Например, у магнетита электропроводность $10^2 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$.

Электропроводность минералов сильно зависит от генезиса горных пород и различных факторов (температуры, влажности, давления, пористости, примесей, величины зерен, частоты приложенного поля). С повышением температуры электропроводность металлов уменьшается, а у полупроводниковых минералов экспоненциально возрастает. Например, у кварца, кальцита электропроводность изменяется в $10^4 \div 10^5$ раз при нагревании от 20 до 600 °С.

2.8 /3, 10, 22, 23/

Полупроводник в виде тонкой пластины шириной 1 см и длиной 10 см помещен в однородное магнитное поле с индукцией 0,2 Тл (рис. 2.5). Вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости пластины. Между точками 1 и 2 пластины приложено постоянное напряжение 300 В. Определить холловскую разность потенциалов и подвижность носителей заряда. Удельное сопротивление 0,5 Ом·м, коэффициент Холла $0,1 \text{ м}^3/\text{Кл}$.

$d = 0,01 \text{ м}$
 $l = 0,1 \text{ м}$
 $B = 0,2 \text{ Тл}$
 $U = 300 \text{ В}$
 $\rho = 0,5 \text{ Ом}\cdot\text{м}$
 $R_X = 0,1 \text{ м}^3/\text{Кл}$
 $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

 $U_X - ?$
 $u - ?$

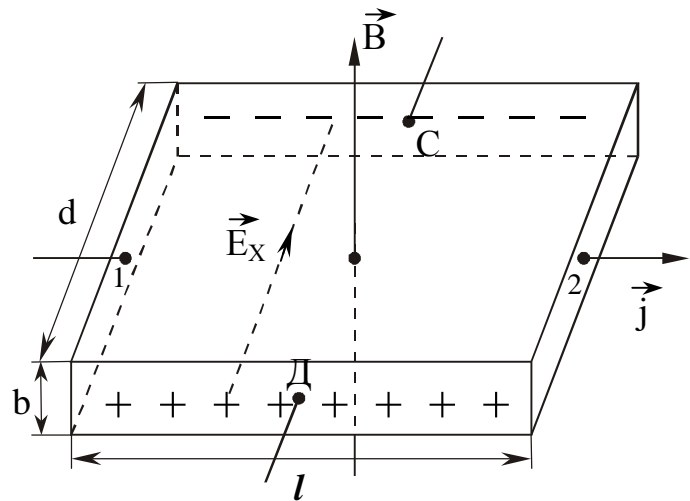


Рис. 2.5

Решение

Эффектом Холла называется возникновение в металле (или полупроводнике) с током плотностью \vec{j} , помещенном в магнитное поле с индукцией \vec{B} , электрического поля \vec{E}_X в направлении, перпендикулярном \vec{B} и \vec{j} . На рис. 2.5 показан полупроводник p-типа.

Поперечная холловская разность потенциалов

$$U_X = R_X \frac{IB}{b},$$

где R_X - коэффициент Холла, зависящий от вещества.

Сила тока

$$I = jS = \sigma Ebd = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{U}{l} bd,$$

где S - площадь поперечного сечения пластины;

b - толщина пластины;

σ - удельная электропроводность;

E - напряженность приложенного электрического поля.

С учетом последнего выражения получим, что

$$U_X = R_X \frac{UBd}{\rho l}.$$

Производим подстановку данных

$$U_x = \frac{0,1 \cdot 300 \cdot 0,2 \cdot 0,01}{0,5 \cdot 0,1} \text{ В} = 1,2 \text{ В}.$$

Для полупроводников с одним типом проводимости

$$R_x = \frac{A}{|e|n} = \frac{3\pi}{8} \cdot \frac{1}{|e|n},$$

где A - холл-фактор;

n - концентрация носителей заряда.

Из выражения для удельной электропроводности

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = |e|n u,$$

с учетом выражения для коэффициента Холла, найдем подвижность носителей заряда

$$u = \frac{1}{|e|n\rho} = \frac{8R_x}{3\pi\rho}.$$

Производим вычисления

$$u = \frac{8 \cdot 0,1}{3 \cdot 3,14 \cdot 0,5} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с}) = 0,17 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с}).$$

Эффект Холла применяется для исследования электрофизических свойств минералов и горных пород. По измеренному значению коэффициента Холла можно определить знак, концентрацию и подвижность носителей тока. Эти данные необходимы для выяснения механизма электропроводности и закономерностей электрических и электрохимических процессов в массивах горных пород.

Широкое применение в горном деле находят датчики Холла, которые используются, например, для регистрации смещений элементов горных пород, вызванных волновыми процессами при производстве взрывных работ. В магнитных полях напряженностью $(2,5 \div 4) \cdot 10^5$ А/м можно получить чувствительность порядка 10 мВ/мм.

В области геофизических измерений датчик Холла используется в сейсмографах, имеющих в 100 раз большую чувствительность по сравнению с электродинамическими сейсмографами.

Датчики Холла применяются в технике для измерения магнитных полей в широком диапазоне температур и частот, измерения постоянных и импульсных токов в десятки и сотни тысяч ампер, измерения мощности СВЧ-колебаний.

Задачи для самостоятельного решения

2.1. Элементарная ячейка. Параметры решетки

541. Определить постоянную кристаллической решетки алюминия (гранцентрированный куб). Плотность алюминия 2600 кг/м^3 .

/0,404 нм/

542. Определить постоянную кристаллической решетки ванадия (объемноцентрированный куб). Плотность ванадия $6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

/0,303 нм/

543. Определить плотность кристалла хрома (объемноцентрированный куб), если расстояние между ближайшими соседними атомами 0,25 нм.

/7,2 · 10³ кг/м³/

544. Вычислить плотность кристалла хлористого натрия (решетка кубическая гранцентрированная), если постоянная решетки (расстояние между одноименными ионами) равна 0,564 нм.

/2,17 · 10³ кг/м³/

545. Вычислить плотность кристалла бромистого калия, имеющего кубическую гранцентрированную кристаллическую решетку с постоянной, равной 0,659 нм.

/2,74 · 10³ кг/м³/

546. Вычислить плотность кристалла неона при 20 К, если известно, что решетка имеет структуру гранцентрированного куба. Постоян-

ная решетки при этой температуре 0,452 нм. Молярная масса неона 0,0202 кг/моль. /1,45·10³ кг/м³/

547. Найти постоянную решетки и расстояние между ближайшими соседними атомами вольфрама. Решетка объемноцентрированная кубическая. Плотность вольфрама 19,3·10³ кг/м³.

/0,316 нм; 0,274 нм/

548. Определить постоянную решетки и плотность кристалла кальция, если расстояние между ближайшими соседними атомами равно 0,393 нм. Решетка кубическая гранецентрированная.

/0,556 нм; 1550 кг/м³/

549. Золото имеет гранецентрированную кубическую решетку. Определить постоянную решетки и плотность кристалла, если расстояние между ближайшими соседними атомами равно 0,288 нм.

/0,407 нм; 19,3·10³ кг/м³/

550. Плотность кристалла бария 3,5·10³ кг/м³, решетка кубическая объемноцентрированная. Определить постоянную решетки и расстояние между ближайшими соседними атомами.

/0,501 нм; 0,434 нм/

2.2. Теория теплоемкостей

551. Удельная теплоемкость алюминия составляет 840 Дж/(кг·К) при 20 °С. Выполняется ли при этой температуре для него закон Дюлонга и Пти? /нет/

552. На нагревание металлического предмета массой 100 г от 1020 до 1050 °С затрачено 8300 Дж. Определить массу моля металла, из которого изготовлен предмет, если указанный интервал температур выше характеристической температуры. /0,009 кг/моль/

553. Определить удельную теплоемкость цинка при 100 °С. Характеристическая температура цинка 308 К. Молярная масса цинка равна 0,065 кг/моль. /380 Дж/(кг·К)/

554. Найти по классической теории теплоемкости изменение внутренней энергии кристалла никеля при нагревании его от 0 до 200 °С. Масса кристалла 20 г. Молярная масса никеля равна 0,059 кг/моль. Вычислить теплоемкость. /1,7 кДж; 8,5 Дж/К/

555. Пользуясь классической теорией теплоемкости, вычислить удельную теплоемкость кристалла свинца. Молярная масса свинца равна 0,207 кг/моль. /120 Дж/(кг·К)/

556. Найти частоту колебаний атомов серебра по теории теплоемкости Эйнштейна, если характеристическая температура серебра 165 К. Чему равна нулевая энергия моля кристалла серебра? / $3,44 \cdot 10^{12}$ Гц; 2,06 кДж/

557. Определить по теории Эйнштейна среднюю энергию колебаний, приходящуюся на одну степень свободы узла решетки при температуре, равной характеристической (200 К). / $2,98 \cdot 10^{-21}$ Дж/

558. Во сколько раз изменится средняя энергия колебаний узла кристаллической решетки, приходящаяся на одну степень свободы, при повышении температуры от $T_1 = 1/2 \theta$ до $T_2 = \theta$, где θ - характеристическая температура Эйнштейна? /1,64/

559. При нагревании серебра массой 10 г от $T_1 = 10$ К до $T_2 = 20$ К было подведено 0,71 Дж теплоты. Найти характеристическую температуру θ_D Дебая для серебра. Молярная масса серебра 0,108 кг/моль. Считать $T \ll \theta_D$. /212 К/

560. Пользуясь теорией теплоемкости Дебая, определить изменение ΔU_m молярной внутренней энергии кристалла при нагревании его от нуля до температуры $T = 0,1 \theta_D$. Характеристическую температуру θ_D Дебая принять для данного кристалла равной 300 К. Считать, что $T \ll \theta_D$. /14,6 Дж/

2.3. Энергия Ферми. Распределение Ферми-Дирака

561. Вычислить энергию Ферми при 0 К для меди. Считать, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон. Плотность меди 8900 кг/м³. /7,04 эВ/

562. Определить концентрацию электронов в металле, при которой уровень Ферми равен 2,14 эВ, если валентный электрон находится в S-состоянии.

$$/1,43 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}/$$

563. Определить отношение концентраций свободных электронов при 0 К в литии и цезии, если известно, что уровень Ферми в этих металлах соответственно равен 4,72 эВ и 1,53 эВ.

$$/5,41/$$

564. Найти среднюю энергию электронов при абсолютном нуле температур, если их концентрация в металле 10^{29} м^{-3} .

$$/4,72 \text{ эВ}/$$

565. Какова вероятность заполнения электронами в металле энергетического уровня, расположенного на 0,01 эВ ниже уровня Ферми при температуре 18 °С?

$$/0,6/$$

566. Во сколько раз уменьшится вероятность заполнения электронами энергетического уровня в металле, если он расположен на 0,1 эВ выше уровня Ферми, и температура изменится от 1000 до 300 К?

$$/11,5/$$

567. Определить вероятности того, что электрон в металле займет энергетическое состояние, лежащее на 0,05 эВ ниже и выше уровня Ферми при температуре 290 К.

$$/0,88; 0,12/$$

568. Вычислить среднее значение кинетической энергии электронов в меди при абсолютном нуле и полную энергию электронов в одном моле, если энергия Ферми для меди 7 эВ.

$$/4,2 \text{ эВ}; 25 \cdot 10^{23} \text{ эВ/моль}/$$

569. Определить максимальную скорость электронов в металле при абсолютном нуле, если энергия Ферми 5 эВ.

$$/1,33 \cdot 10^6 \text{ м/с}/$$

570. Вычислить среднюю квадратичную скорость электронов в металле через максимальную скорость при абсолютном нуле температур.

$$/0,77 V_{\text{МАКС}}/$$

3. ФИЗИКА ЯДРА

Примеры решения задач

3.1 /8, 24/

В урановой руде соотношение числа ядер урана ${}^{238}_{92}\text{U}$ к числу ядер свинца ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ равно 2,8. Оценить возраст руды, считая, что весь свинец является конечным продуктом распада уранового ряда. Период полураспада ядер урана $4,5 \cdot 10^9$ лет.

$$\begin{array}{l} \eta = 2,8 \\ T = 4,5 \cdot 10^9 \text{ лет} \\ t - ? \end{array}$$

Решение

По закону радиоактивного распада число ядер радиоактивного вещества в некоторый момент времени

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N_0 - число ядер в начальный момент времени;

λ - постоянная радиоактивного распада.

Число распавшихся ядер урана ${}^{238}\text{U}$, или число образовавшихся в конечном итоге ядер свинца ${}^{206}\text{Pb}$

$$N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

Согласно условию задачи

$$\eta = \frac{N}{N_0 - N} = \frac{e^{-\lambda t}}{1 - e^{-\lambda t}} = 2,8. \quad e^{-\lambda t} = 2,8 - 2,8 \cdot e^{-\lambda t}; \quad 3,8 \cdot e^{-\lambda t} = 2,8.$$

Отсюда возраст руды

$$t = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{3,8}{2,8} = \frac{T}{0,693} \cdot \ln \frac{3,8}{2,8},$$

так как

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{T}.$$

Выполним расчеты

$$t = \frac{4,5 \cdot 10^9}{0,693} \cdot \ln \frac{3,8}{2,8} \text{ лет} = 2 \cdot 10^9 \text{ лет.}$$

Независимость вероятности распада от времени дает возможность измерить возраст горной породы, то есть определить время, прошедшее с момента ее образования до момента измерения. Наилучшие результаты дал «свинцовый метод» - метод, основанный на измерениях изотопного состава свинца.

Полагая, что в момент образования Земли существовал только нерадиоактивный стабильный изотоп ^{204}Pb , можно определить возраст Земли. Оценка по отношениям изотопов свинца ^{206}Pb и ^{207}Pb к изотопу ^{204}Pb , равных 15-18 % и 15,3 % соответственно, дала для возраста Земли значение $4,3 \cdot 10^9$ лет.

3.2 /7, 24/

Определить возраст древних деревянных предметов, если известно, что удельная активность изотопа $^{14}_6\text{C}$ у них составляет шесть десятых удельной активности этого изотопа в только что срубленных деревьях. Период полураспада ядер $^{14}_6\text{C}$ составляет 5570 лет.

$a = 0,6 a_0$		Решение
$T = 5570 \text{ лет}$		
$t - ?$		
		Удельная активность - активность единицы массы вещества - меняется по закону

$$a = a_0 e^{-\lambda t},$$

где λ - постоянная радиоактивного распада;

t - промежуток времени, за который удельная активность уменьшилась от начального значения a_0 до значения a .

Постоянная радиоактивного распада

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{T}.$$

Используя эти соотношения, выразим

$$t = \frac{T}{0,693} \ln \frac{a_0}{a}.$$

Вычисляем возраст деревянных предметов

$$t = \frac{5570}{0,693} \cdot \ln \frac{5}{3} \text{ лет} = 4,1 \cdot 10^3 \text{ лет}.$$

Так как процентное содержание радиоуглерода $^{14}_6\text{C}$ в живом растении является практически неизменным (не зависящим от исторической эпохи), исследование радиоактивности найденного древнего деревянного предмета и сравнение результата со значением, соответствующим живой древесине, позволяет определить время, прошедшее с момента, когда было срублено дерево, из которого изготовили этот предмет.

Аналогичным образом можно определить и дату смерти живого существа, если измерить радиоактивность его останков. Такая возможность связана с тем, что животное (пока оно живет), как и растение, имеет постоянное количество ядер $^{14}_6\text{C}$ на 1 г углерода. Травоядное животное получает $^{14}_6\text{C}$ через растительные продукты питания, плотоядное - через травоядных животных.

3.3 /18, 21/

При измерении периода полураспада коротко живущего радиоактивного вещества используется счетчик импульсов. Определить постоянную радиоактивного распада и период полураспада, если в течение одной минуты было зарегистрировано 250 импульсов, а спустя один час после начала измерений 92 импульса в минуту.

$\Delta N_1 = 250$
$\Delta t_1 = 1 \text{ мин}$
$\Delta N_2 = 92$
$\Delta t_2 = 1 \text{ мин}$
$t = 1 \text{ час}$
$\lambda - ?$
$T - ?$

Решение

Так как радиоактивное вещество испускает частицы во все стороны равномерно, то число импульсов Δn , регистрируемых счетчиком за время Δt пропорционально числу распавшихся атомов (ядер) ΔN .

При первом измерении

$$\Delta n_1 \sim \Delta N_1 = N_1(1 - e^{-\lambda \Delta t_1}),$$

где N_1 - количество радиоактивных атомов к моменту начала отсчета;

λ - постоянная распада;

Δt_1 - время измерения (продолжительность счета импульсов).

При повторном измерении

$$\Delta n_2 \sim \Delta N_2 = N_2(1 - e^{-\lambda \Delta t_2}),$$

где N_2 - число радиоактивных атомов к моменту начала второго измерения.

Разделив первое выражение на второе и приняв во внимание, что по условию задачи Δt одинаково в обоих случаях, а также, что N_1 и N_2 связаны соотношением

$$N_2 = N_1 e^{-\lambda t},$$

получим

$$\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = e^{\lambda t},$$

где t - время между началом первого и второго измерений.

Прологарифмируем полученное выражение и найдем

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2}.$$

Подставляя данные, получим, что постоянная распада

$$\lambda = \frac{1}{1} \cdot \ln \frac{250}{92} \text{ ч}^{-1} = 1 \text{ ч}^{-1},$$

а период полураспада

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = 0,693 \text{ ч.}$$

Естественная радиоактивность пород обуславливается наличием в их составе минералов, содержащих радиоактивные элементы. При изучении радиоактивности горных пород и минералов применяются различные методы, использующие разнообразные физические (в первую очередь, радиоактивные) свойства урана, тория и продуктов их распада.

Основными методами изучения естественной радиоактивности земной коры и поисков скоплений радиоактивных минералов являются радиометрические методы (полевые и лабораторные) определения α -, β - и γ -активности и оценки содержания радиоактивных элементов по уровню активности препаратов. С помощью методов полевой γ -съемки, например, получены данные о γ -активности почв, рыхлых отложений, материнских горных пород большинства геологических структур континентов.

3.4 /25-27/

Какой массе радона соответствует радиационный фон, при котором счетчик Гейгера-Мюллера регистрирует 12 импульсов в минуту? Период полураспада радона $^{222}_{86}\text{Rn}$ равен 3,8 суток.

$\Delta N = 12$	
$\Delta t = 60 \text{ с}$	
$T = 3,8 \text{ суток} = 3,28 \cdot 10^5 \text{ с}$	
$\mu = 0,222 \text{ кг/моль}$	
$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	
$m - ?$	

Решение

Ионизационные счетчики регистрируют и в отсутствие радиоактивного препарата определенный фон. Присутствие фона может быть вызвано космическим излучением или радиоактивными загрязнениями.

Число ядер радона, распадающихся за время Δt (то есть число импульсов, регистрируемых счетчиком)

$$\Delta N = N_0(1 - e^{-\lambda t}) = N_0 \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot \Delta t} \right).$$

Число атомов (ядер), имеющих в данной массе m в момент времени $t = 0$

$$N_0 = \frac{m}{\mu} \cdot N_A.$$

Из этих выражений получаем

$$m = \frac{\Delta N \mu}{N_A \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot \Delta t} \right)} \approx \frac{\Delta N \mu T}{N_A \ln 2 \cdot \Delta t},$$

так как при малых значениях x

$$e^{-x} \approx 1 - x.$$

Производим вычисления

$$m = \frac{12 \cdot 0,222 \cdot 3,28 \cdot 10^5}{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 0,693 \cdot 60} \text{ кг} = 3,5 \cdot 10^{-20} \text{ кг}.$$

Радиоактивные изотопы, входящие в состав различных горных пород, вместе с природными водами выносятся на поверхность Земли и в виде примесей рассеиваются в почве и водоемах. Излучение этих изотопов составляет естественный радиоактивный фон в нижних слоях атмосферы и в почве. К этому фону добавляется проникающая радиация в виде космических лучей. Возникающий при этом общий радиоактивный фон вполне ощутим и может быть обнаружен с помощью специальных приборов, устанавливаемых, например, на самолетах.

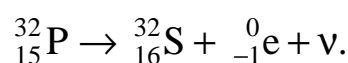
Радиоактивные методы разведки дают возможность выявить залежи каменного угля, руды, изучить структуру горных пород при бурении, установить скорость, границы и закономерности движения подземных вод, определить положение нефтяного пласта.

В геологических исследованиях методом меченых атомов часто используют радиоактивный изотоп фосфора ${}_{15}^{32}\text{P}$ с периодом полураспада 14,3 суток. При распаде ядра этого изотопа выбрасывается электрон и нейтрино. Написать ядерную реакцию распада изотопа фосфора и определить число атомов, распадающихся за 10 суток и 1 с, если первоначальное число атомов изотопа $1,9 \cdot 10^{19}$.

$$\begin{array}{l} T = 14,3 \text{ суток} \\ \Delta t_1 = 10 \text{ суток} \\ \Delta t_2 = 1 \text{ с} \\ N_0 = 1,9 \cdot 10^{19} \\ \hline \Delta N_1 - ? \\ \Delta N_2 - ? \end{array}$$

Решение

Запишем реакцию распада изотопа фосфора



Число ядер, распадающихся за промежуток времени Δt_1 ,

$$\Delta N_1 = N_0 \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot \Delta t_1} \right).$$

Так как $\Delta t_2 \ll T$, имеем

$$\Delta N_2 \approx \lambda N_0 \Delta t_2 = N_0 \frac{\ln 2}{T} \Delta t_2.$$

Выполняем вычисления

$$\begin{aligned} \Delta N_1 &= 1,9 \cdot 10^{19} \cdot \left(1 - 2^{-\frac{10}{14,3}} \right) = 7,3 \cdot 10^{18}, \\ \Delta N_2 &= 1,9 \cdot 10^{19} \cdot \frac{0,693}{14,3 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,1 \cdot 10^{13}. \end{aligned}$$

Добавление небольшого количества атомов радиоактивного изотопа к нерадиоактивным изотопам того же самого элемента составляет основу метода «меченых атомов». Во всех дальнейших физических и

химических процессах меченые атомы движутся вместе с немечеными и позволяют по своему излучению следить за движением элемента.

Этот метод дает возможность проследить за движением подземных вод, определить нефтяные или газовые пласты, а также места повреждений в буровых скважинах.

Метод «меченой воды» используется для изучения физических свойств торфа и процессов, протекающих в нем. Можно проследить за процессами передвижения воды в торфяной залежи при ее осушении и работой осушительных устройств, определить характеристики пористой структуры влажного торфа. Изучение физических и физико-химических свойств торфа непосредственно связано с созданием теоретических основ полевой сушки, брикетирования и химической технологии торфа.

3.6 /7, 29-31/

Определить среднюю плотность горной породы при радиометрическом зондировании, если толщина поглощающего слоя 23 см, массовый коэффициент ослабления $0,004 \text{ м}^2/\text{кг}$, а интенсивность излучения уменьшилась в 10 раз.

$x = 0,23 \text{ м}$
$\mu_0 = 0,004 \text{ м}^2/\text{кг}$
$I_0/I = 10$
$\rho - ?$

Решение

При прохождении γ - лучей через слой вещества происходит их поглощение за счет трех факторов: фотоэффекта, эффекта Комптона и образования пар частиц (электрон-позитрон).

При этом интенсивность γ - лучей экспоненциально убывает в зависимости от толщины x слоя вещества

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

где μ - линейный коэффициент ослабления, зависящий от природы поглощающего и рассеивающего вещества и энергии квантов.

Для неоднородных сплошных материалов практически целесообразно измерять толщину каждого поглотителя в единицах массы, приходящейся на единицу площади по всей толщине материала.

Тогда

$$I = I_0 e^{-\mu_0 \rho x},$$

где μ_0 - массовый коэффициент ослабления;

ρ - плотность поглотителя.

После логарифмирования получаем для плотности

$$\rho = \frac{1}{\mu_0 x} \ln \frac{I_0}{I}.$$

Вычисляем плотность породы на просвечиваемом участке

$$\rho = \frac{1}{0,004 \cdot 0,23} \cdot \ln 10 \text{ кг/м}^3 = 2,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Принципиальная схема радиометрического зондирования пород в шахте состоит в следующем. Пробурируют в почве выработки два строго параллельных шпура. В один из них опускают небольшой металлический контейнер, содержащий радиоактивный ${}^{60}_{27}\text{Co}$ (источник излучения γ - лучей), а во второй шпур - счетчик импульсов.

Полученная формула дает надежный, довольно точный метод измерения плотности (или толщины) поглотителя, если μ_0 считать постоянным.

Разработаны плотностемеры для измерения и регулирования плотности пульпы на обогатительных фабриках и плотности различных жидкостей на заводах цветной металлургии.

На обогатительных фабриках применяются γ - реле для контроля за заполнением бункеров при автоматизации их загрузки и выгрузки.

Гамма-реле используются для измерения уровня засыпки шихты в шахтных электрических печах, для контроля наличия руды на транспортерах, автоматизации загрузки скипа и цеховых дробилок.

3.7 /26/

Определить энергию ядерной реакции ${}^9_4\text{Be} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + {}^1_0\text{n} + \gamma$.
Выделяется или поглощается энергия при этой реакции?

$m_{\text{Be}} = 9,01219 \text{ а.е.м.}$	
$m_{\text{He}} = 4,00260 \text{ а.е.м.}$	
$m_{\text{C}} = 12,00000 \text{ а.е.м.}$	
$m_{\text{n}} = 1,00867 \text{ а.е.м.}$	
$\Delta E - ?$	

Решение
Энергия ядерной реакции

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2,$$

где Δm - дефект массы реакции;
 c - скорость света в вакууме.

Если Δm выражать в атомных единицах массы, а ΔE в мегаэлектронвольтах, то

$$\Delta E = 931,4 \Delta m .$$

Дефект массы ядерной реакции

$$\Delta m = (m_{\text{Be}} + m_{\text{He}}) - (m_{\text{C}} + m_{\text{n}}).$$

Так как число электронов до и после реакции одинаковое, то вместо значений масс ядер воспользуемся значениями масс нейтральных атомов. Тогда энергия ядерной реакции

$$\begin{aligned} \Delta E &= 931,4 \cdot ((9,01219 + 4,00260) - (12,00000 + 1,00867)) \text{ МэВ} = \\ &= 931,4 \cdot 0,00612 \text{ МэВ} = 5,70 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Так как $\Delta E > 0$, то реакция идет с выделением энергии и называется экзотергической в отличие от эндотергической реакции, идущей с поглощением энергии.

В нейтрон - нейтронных методах изучения геологических разрезов скважин источником нейтронов обычно является смесь α - излучателя (чаще всего полония ${}_{84}\text{Po}$) с порошком бериллия ${}_{4}\text{Be}$. В результате реакции, о которой идет речь в задаче, возникает ядро стабильного углерода, испускаются нейтрон ${}_{0}^1\text{n}$ и γ - квант. Такой источник дает около $2 \cdot 10^6$ нейтронов в секунду на 1 Ки (Кюри) полония.

При прохождении нейтронов через горные породы их энергия в результате рассеяния уменьшается до тепловой, затем наблюдается интенсивное поглощение нейтронов. Определение состава горных пород производится по данным измерения плотности нейтронов, замедленных

окружающей источник средой до тепловых (0,025 эВ) или надтепловых (0,05 ÷ 1 эВ) энергий.

Задачи для самостоятельного решения

3.1. Радиоактивность

571. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за секунду. Во сколько раз уменьшится активность препарата стронция ${}_{38}^{90}\text{Sr}$ через 100 лет? Период полураспада равен 28 лет.

/11,8/

572. Сколько β -частиц испускает в течение одного часа 1 мкг изотопа ${}_{11}^{24}\text{Na}$, период полураспада которого составляет 15 часов?

$/1,2 \cdot 10^{15}/$

573. Препарат ${}_{92}^{238}\text{U}$ массой 1 г излучает $1,24 \cdot 10^4$ α -частиц в секунду. Найти период полураспада этого изотопа урана и активность препарата.

$/4,5 \cdot 10^9$ лет; $1,2 \cdot 10^4$ с⁻¹/

574. Найти число распадов за одну секунду в 1 г радия, период полураспада которого 1590 лет. Молярная масса радия 0,226 кг/моль.

/1 Ки/

575. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за одну секунду. Во сколько раз уменьшится активность йода ${}_{53}^{124}\text{I}$ спустя 12 суток? Период полураспада равен четырем суткам.

/8/

576. Сколько β -частиц испускается в течение суток при распаде изотопа фосфора ${}_{15}^{32}\text{P}$ массой 1 мкг? Период полураспада 14,3 суток.

$/9,2 \cdot 10^{14}/$

577. Активность препарата уменьшилась в 256 раз. Сколько периодов полураспада составляет промежуток времени, за который произошло такое уменьшение активности?

/8/

578. За один год начальное количество радиоактивного вещества уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за два года?

/9/

579. Какая доля начального количества радиоактивного вещества останется нераспавшейся через промежуток времени, равный двум периодам полураспада?

/0,25/

580. За восемь дней распалось 75% начального количества радиоактивного йода $^{124}_{53}\text{J}$. Определить период полураспада этого изотопа.

/4 суток/

3.2. Ядерные реакции

581. Дефект массы ядра $^{15}_7\text{N}$ равен 0,12396 а.е.м. Определить массу атома. ($m_{^1_1\text{H}} = 1,00783$ а.е.м.; $m_{^1_0\text{n}} = 1,00867$ а.е.м.)

/15,00021 а.е.м./

582. Найти удельную энергию связи ядра $^{12}_6\text{C}$, если известно, что $m_{^1_1\text{H}} = 1,00783$ а.е.м.; $m_{^1_0\text{n}} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{^{12}_6\text{C}} = 12,00000$ а.е.м.

/7,68 МэВ/нуклон/

583. Рассчитать массу нейтрального атома, если ядро его состоит из трех протонов и двух нейтронов, а энергия связи ядра равна 26,3 МэВ.

($m_{^1_1\text{H}} = 1,00783$ а.е.м.; $m_{^1_0\text{n}} = 1,00867$ а.е.м.)

/5,013 а.е.м./

584. Определить энергию связи ядра изотопа кислорода $^{16}_8\text{O}$, если $m_{^1_1\text{H}} = 1,00783$ а.е.м.; $m_{^1_0\text{n}} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{^{16}_8\text{O}} = 15,99491$ а.е.м.

/127,6 МэВ/

585. Определить энергию связи, приходящуюся на один нуклон ядра атома $^{23}_{11}\text{Na}$, если $m_{^{23}_{11}\text{Na}} = 22,98977$ а.е.м.; $m_{^1_1\text{H}} = 1,00783$ а.е.м.;

$m_{^1_0\text{n}} = 1,00867$ а.е.м.

/7,8 МэВ/нуклон/

586. Найти дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра ${}^7_3\text{Li}$, если известно, что $m_{{}^7_3\text{Li}} = 7,01601$ а.е.м.; $m_{{}^1_1\text{H}} = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}^1_0\text{n}} = 1,00867$ а.е.м. /0,04216 а.е.м.; 39,2 МэВ; 5,6 МэВ/нуклон/

587. Энергия связи электрона с ядром невозбужденного атома водорода ${}^1_1\text{H}$ равна 13,6 эВ. Определить, на сколько масса атома водорода меньше суммы масс свободных протона и электрона? /1,49·10⁻⁸ а.е.м./

588. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра ${}^{11}_5\text{B}$, если известны следующие массы: $m_{{}^{11}_5\text{B}} = 11,00931$ а.е.м.; $m_{{}^1_1\text{H}} = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}^1_0\text{n}} = 1,00867$ а.е.м. /0,08186 а.е.м.; 12,2 пДж/

589. Найти энергию, которую нужно затратить для отрыва нейтрона от ядра ${}^{23}_{11}\text{Na}$, если известны следующие массы: $m_{{}^1_0\text{n}} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}^{23}_{11}\text{Na}} = 22,98977$ а.е.м.; $m_{{}^{22}_{11}\text{Na}} = 21,99444$ а.е.м. /1,99 пДж/

590. Найти энергию отрыва нейтрона от ядра ${}^4_2\text{He}$, если известны массы: $m_{{}^1_0\text{n}} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}^4_2\text{He}} = 4,00260$ а.е.м.; $m_{{}^3_2\text{He}} = 3,01603$ а.е.м. /20,6 МэВ/

591. Найти энергию, необходимую для удаления одного протона из ядра ${}^{16}_8\text{O}$ (${}^{16}_8\text{O} \rightarrow {}^{15}_7\text{N} + {}^1_1\text{H}$). $m_{{}^1_1\text{H}} = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}^{16}_8\text{O}} = 15,99491$ а.е.м.; $m_{{}^{15}_7\text{N}} = 15,00011$ а.е.м. /12,1 МэВ/

592. Найти изменение массы при следующей ядерной реакции: ${}^{27}_{13}\text{Al} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{30}_{15}\text{P} + {}^1_0\text{n}$, если $m_{{}^{27}_{13}\text{Al}} = 26,98154$ а.е.м.; $m_{{}^4_2\text{He}} = 4,00260$ а.е.м.; $m_{{}^{30}_{15}\text{P}} = 29,97263$ а.е.м.; $m_{{}^1_0\text{n}} = 1,00867$ а.е.м. /0,00284 а.е.м./

593. Вычислить энергетический эффект ядерной реакции: ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$, если $m_{{}^2_1\text{H}} = 2,01410$ а.е.м.; $m_{{}^3_1\text{H}} = 3,01605$ а.е.м.; $m_{{}^1_0\text{n}} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}^4_2\text{He}} = 4,00260$ а.е.м. /17,6 МэВ/

594. В термоядерном реакторе с дейтериевым горючим может происходить вторичная термоядерная реакция ${}^3_2\text{He} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_1\text{H}$. Вычислить энергию этой реакции. ($m_{{}^3_2\text{He}} = 3,01603$ а.е.м.; $m_{{}^2_1\text{H}} = 2,01410$ а.е.м.; $m_{{}^4_2\text{He}} = 4,00260$ а.е.м.; $m_{{}^1_1\text{H}} = 1,00783$ а.е.м.) /18,3 МэВ/

595. Вычислить энергию ядерной реакции ${}^{14}_7\text{N} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{14}_6\text{C} + {}^1_1\text{H}$. ($m_{{}^{14}_7\text{N}} = 14,00307$ а.е.м.; $m_{{}^1_0\text{n}} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}^{14}_6\text{C}} = 14,00324$ а.е.м.; $m_{{}^1_1\text{H}} = 1,00783$ а.е.м.) /0,624 МэВ/

596. Определить энергию ядерной реакции ${}^6_3\text{Li} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He}$. ($m_{{}^6_3\text{Li}} = 6,01513$ а.е.м.; $m_{{}^2_1\text{H}} = 2,01410$ а.е.м.; $m_{{}^4_2\text{He}} = 4,00260$ а.е.м.) /22,4 МэВ/

597. Определить энергию ядерной реакции ${}^9_4\text{Be} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^{10}_5\text{B} + {}^1_0\text{n}$. ($m_{{}^9_4\text{Be}} = 9,01219$ а.е.м.; $m_{{}^2_1\text{H}} = 2,01410$ а.е.м.; $m_{{}^1_0\text{n}} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}^{10}_5\text{B}} = 10,01294$ а.е.м.) /4,36 МэВ/

598. Какую минимальную энергию должен иметь квант для вырывания нейтрона из ядра ${}^{14}_6\text{C}$? Известны массы: $m_{{}^{14}_6\text{C}} = 14,00324$ а.е.м.; $m_{{}^1_0\text{n}} = 1,00867$ а.е.м.; $m_{{}^{13}_6\text{C}} = 13,00335$ а.е.м. /8,17 МэВ/

599. Найти, какую минимальную энергию необходимо затратить, чтобы разделить ${}^{12}_6\text{C}$ на три равные части? ($m_{{}^{12}_6\text{C}} = 12,00000$ а.е.м.; $m_{{}^4_2\text{He}} = 4,00260$ а.е.м.) /7,25 МэВ/

600. Определить энергию ядерной реакции ${}^{44}_{20}\text{Ca} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^{41}_{19}\text{K} + {}^4_2\text{He}$. ($m_{{}^{44}_{20}\text{Ca}} = 43,95549$ а.е.м.; $m_{{}^1_1\text{H}} = 1,00783$ а.е.м.; $m_{{}^4_2\text{He}} = 4,00260$ а.е.м.; $m_{{}^{41}_{19}\text{K}} = 40,96184$ а.е.м.) /1,043 МэВ/

Список использованной литературы

1. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1990. – 396 с.
2. Горная энциклопедия / Гл. ред. Е. А. Козловский. – Т. 1. – М.: Сов. энцикл., 1984. – 560 с.
3. Трофимова Т. И. Курс физики. – М.: Высш. школа, 1990. – 478 с.
4. Трофимова Т. И., Павлова З. Г. Сборник задач по курсу физики с решениями. – М.: Высш. школа, 1999. – 591 с.
5. Грабовский Р. И. Курс физики. – М.: Высш. школа, 1980. – 607 с.
6. Электронная микроскопия в минералогии / Под ред. Г. Р. Венке. – М.: Мир, 1979. – 541 с.
7. Мухин К. Н. Занимательная ядерная физика. – М.: Атомиздат, 1985. – 311 с.
8. Применение методов атомной и ядерной физики в горном деле. – М.: Наука, 1969. – 206 с.
9. Комяк Н. М. и др. Рентгеновские лучи в технике. – М.: Знание, 1978. – 62 с.
10. Чертов А. Г. и др. Задачник по физике (с примерами решения задач и справочными материалами). – М.: Интеграл-Пресс, 1997. – 544 с.
11. Ржевский В. В., Новик Г. Я. Основы физики горных пород. – М.: Недра, 1984. – 359 с.
12. Заворотько Ю. М. Геофизические методы исследования скважин. – М.: Недра, 1983. – 208 с.
13. Бушманов Б. Н., Хромов Ю. А. Физика твердого тела. – М.: Высшая школа, 1971. – 224 с.
14. Аренс В. Ж. Геотехнология в системе горных наук // Вестник АН СССР. – 1987. – № 4. – С. 62-67.
15. Шаскольская М. Л. Кристаллография. – М.: Высшая школа, 1984. – 375 с.
16. Новые физические методы исследования торфа: Сборник статей. – М., Л.: Госэнергоиздат, 1980. – С. 155.

17. Ямщиков В. С. Методы и средства исследования и контроля горных пород и процессов. – М.: Недра, 1982. – 296 с.
18. Новик Г. Я., Кузьяев Л. С. Основы физики горных пород: Сборник задач и упражнений. – М.: Изд-во МГИ, 1983. – 46 с.
19. Физические основы электрической сепарации / Под ред. В. И. Ревнивцева. – М.: Недра, 1983. – 271 с.
20. Мисник Ю. М., Хоминский В. А. Разрушение горных пород электрофизическим методом: Учебное пособие. – Л.: Изд-во ЛГИ, 1984. – 94 с.
21. Физические свойства горных пород и полезных ископаемых: Справочник геофизика / Под ред. Н. Б. Дортман. – М.: Недра, 1984. – 455 с.
22. Кобус. А., Тушинский Я. Датчики Холла и магниторезисторы: Перевод с польского / Под ред. О. К. Хомерики. – М.: Энергия, 1971. – 352 с.
23. Ямщиков В. С. Волновые процессы в массиве горных пород: Учебник для вузов. – М.: Недра, 1984. – 271 с.
24. Иродов И. Е. Задачи по общей физике. – М.: Наука, 1988. – 416 с.
25. Дмитриев А. П., Кузьяев Л. С. Термодинамические процессы в горных породах. Выпуск 1: Термостатика горных пород. – М.: Изд-во МГИ, 1970. – 106 с.
26. Дахнов В. И. К познанию недр Земли: Геофизическое исследование скважин. – М.: Недра, 1968. – 144 с.
27. Темко С. В. и др. Физика раскрывает тайны Земли. – М.: Просвещение, 1976. – 128 с.
28. Физика процессов торфяного производства: Сб. научных трудов. – Калинин: Изд-во КГУ, 1984. – С. 116.
29. Зисман Г. А., Тодес Е. С. Курс общей физики. Т. 3. – М.: Наука, 1972. – 495 с.
30. Радиоактивные изотопы в обогащении и металлургии // Изв. Вузов. Цв. мет. – 1960. - № 6. – С. 163-165.
31. Применение радиоактивных изотопов и ядерных излучений в промышленности. – М., 1961. – Вып. 31. – 15 с.

Атом, твердое тело, ядро: Учебно-методическое пособие к решению задач по физике для студентов всех направлений.

Авторы: Л. Н. Лукашевич, ст. преподаватель
Л. К. Катанова, доц., канд. физ.-мат. наук
И. А. Келарева, ст. преподаватель
О. В. Садырева, ассистент

Ответственный
за выпуск: В. В. Жаворонкова, доц., канд. геол.-минерал. наук

Корректурa кафедры физики

Подписано к печати

Формат бумаги 60 × 84 1/16

Печ. л. 3,25. Тираж 100 экз. Заказ №

Цена С.