

Лабораторная работа № 4.4

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В RLC -КОНТУРЕ

4.4.1. Цель работы

Целью лабораторной работы является экспериментальное подтверждение закономерностей при вынужденных колебаниях в RLC -контуре.

4.4.2. Краткая теория

Колебание – любой физический процесс, характеризующийся той или иной повторяемостью в пространстве и времени.

Для того, чтобы в реальном колебательном контуре колебания продолжались длительное время, необходимо восполнять потери энергии. Для этого в цепь колебательного контура необходимо добавить дополнительный источник энергии: генератор с ЭДС, изменяющейся по гармоническому закону. В этом случае колебания будут не свободными, а вынужденными.

Вынужденными колебаниями называются процессы, происходящие в контуре, содержащем конденсатор, катушку индуктивности, резистор и источник с переменной ЭДС, которые включены последовательно и образуют замкнутую электрическую цепь (рис. 4.4.1).

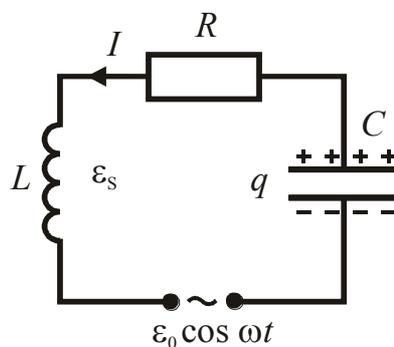


Рис. 4.4.1. Колебательный контур, в котором возникают вынужденные колебания

Для того, чтобы определить закон, по которому с течением времени изменяется заряд конденсатора, используем второе правило Кирхгоффа:

$$U_C + U_R = \varepsilon_S + \varepsilon(t) = \varepsilon_S + \varepsilon_0 \cos \omega t, \quad (4.4.1)$$

где $U_C = \frac{q}{C}$ – напряжение на конденсаторе;

$U_R = IR$ – напряжение на резисторе;

$\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}$ – ЭДС самоиндукции в катушке;

$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos \omega t$ – переменная ЭДС источника тока.

Сила тока в цепи (по определению)

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (4.4.2)$$

Подставив записанные выше выражения в формулу (4.4.1), получим дифференциальное уравнение для заряда конденсатора в случае вынужденных колебаний:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \omega t, \quad (4.4.3)$$

где $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – собственная частота колебательного контура;

$\beta = \frac{R}{2L}$ – коэффициент затухания.

В установившемся режиме (через $t = 5\tau$, где τ – время, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в $e = 2,72$ раза) заряд конденсатора

$$q(t) = q_m \cos(\omega t + \Psi), \quad (4.4.4)$$

где q_m – амплитуда колебаний заряда конденсатора;

Ψ – начальная фаза вынужденных колебаний.

Сила тока в цепи при установившихся вынужденных колебаниях в контуре

$$I(t) = I_m \sin(\omega t + \Psi), \quad (4.4.5)$$

где I_m – амплитуда тока.

Напряжение на конденсаторе в цепи колебательного контура

$$U_C(t) = U_{Cm} \cos(\omega t + \Psi), \quad (4.4.6)$$

где U_{Cm} – амплитуда колебаний напряжения на конденсаторе.

В RLC -контуре при вынужденных колебаниях возможны резонанс тока и резонанс напряжения.

Амплитуда колебаний напряжения на конденсаторе U_{Cm} существенно зависит от частоты ω . При некотором значении этой частоты значение U_{Cm} достигает максимального. Это явление называется *резонансом напряжения*, а соответствующая частота – резонансной частотой $\omega_{\text{рез}}^U$.

$$\omega_{\text{рез}}^U = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \quad (4.4.7)$$

Амплитуда напряжения на конденсаторе при резонансе пропорциональна амплитуде ЭДС и добротности контура Q , т. е.

$$U_{0C} = Q \cdot \varepsilon_0. \quad (4.4.8)$$

Отсюда можно оценить *добротность контура*, которая определяет, во сколько раз амплитуда колебаний напряжения на конденсаторе при резонансе больше амплитуды колебаний ЭДС генератора.

$$Q = \frac{U_{0C}}{\varepsilon_0}. \quad (4.4.9)$$

Резонансной кривой называется зависимость амплитуды напряжения на конденсаторе от частоты ЭДС. Чем больше добротность, тем «острее» резонансная кривая.

Резонансом тока называется явление резкого увеличения амплитуды колебаний тока при приближении частоты ЭДС к некоторому значению, называемому резонансной частотой $\omega_{\text{рез}}^I$. Максимум амплитуды тока будет тогда, когда $\omega_{\text{рез}}^I = \omega_0$.

4.4.3. Порядок выполнения работы

Запустите программу «Открытая физика 1.1». Выберите «Электричество и магнетизм» и «Вынужденные колебания в RLC -контуре». Нажмите сверху внутреннего окна кнопку с изображением страницы. Прочитайте краткие теоретические сведения. Закройте внутреннее окно, нажав кнопку с крестом справа сверху этого окна.

Внимательно рассмотрите рис. 4.4.2. Найдите регуляторы с движками, задающими сопротивление контура R , его индуктивность L , емкость конденсатора C , и запишите их в соответствующую таблицу в отчете (см. с. 6). Перерисуйте схему электрической цепи, используя обозначения, принятые в нашей теоретической части (ε_0 вместо V , U_{0C} вместо V_C , U_{0L} вместо V_L и U_{0R} вместо V_R).

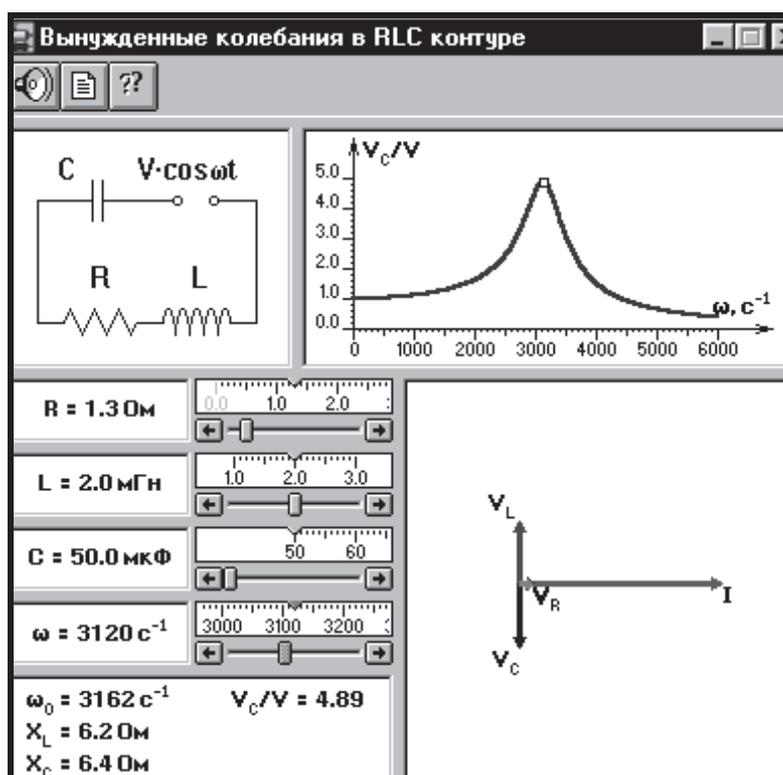


Рис. 4.4.2. Вынужденные колебания

Изменяйте величину емкости конденсатора и наблюдайте изменение резонансной кривой.

Зацепив мышью, перемещайте движки регуляторов соответствующих регуляторов и установите значения R и L_1 , указанные в табл. 4.4.1 для вашей бригады. Значение L_1 запишите под заголовком табл. 4.4.2.

Таблица 4.4.1

Значения характеристик

Бригады	1	2	3	4	5	6	7	8
R , Ом	1	1	1	1	2	2	2	2
L_1 , мГн	1,0	1,1	1,2	1,3	1,0	1,2	1,4	1,6
L_2 , мГн	1,5	1,4	1,5	1,6	1,7	1,9	2,1	2,3
L_3 , мГн	2,0	1,8	1,9	2,0	2,4	2,6	2,8	3,0

Установите первое значение емкости конденсатора, указанное в табл. 4.4.2. Изменяя величину частоты ЭДС (ω), следите за перемещением метки (маленького квадратика) на резонансной кривой и числовым значением добротности (U_{0C}/ε_0). Добейтесь максимального значения добротности (метка должна находиться в точке максимума на резонансной кривой), соответствующие значения частоты источника ЭДС ($\omega = \omega_{рез}$), собственной частоты контура ω_0 и его добротности ($Q = U_{0C}/\varepsilon_0$), занесите в табл. 4.4.2.

Таблица

4.4.2

Результаты измерений

$L_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ мГн

C , мкФ	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
$\omega_{рез}$, 1/с											
ω_0 , 1/с											
U_{0C}/ε_0											
$1/\sqrt{C}$											

Повторите измерения для других значений емкости конденсатора, указанных в табл. 4.4.2.

Повторите измерения для двух других значений индуктивности катушки, перечисленных в табл. 4.4.1 для вашей бригады. Полученные результаты запишите в табл. 4.4.3 и 4.4.4.

Таблица

4.4.3

Результаты измерений

$L_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ мГн

$C, \text{ мкФ}$	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
$\omega_{\text{рез}}, 1/\text{с}$											
$\omega_0, 1/\text{с}$											
U_0C/ε_0											
$1/\sqrt{C}$											

Таблица

4.4.4

Результаты измерений

$L_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ мГн

$C, \text{ мкФ}$	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
$\omega_{\text{рез}}, 1/\text{с}$											
$\omega_0, 1/\text{с}$											
U_0C/ε_0											
$1/\sqrt{C}$											

4.4.4. Обработка результатов измерений

1. Рассчитайте в системе СИ последнюю строку в таблицах 4.4.2–4.4.4.
2. Постройте на одном листе графики зависимости резонансной частоты $\omega_{\text{рез}}$ от величины $1/\sqrt{C}$ при трех значениях индуктивности.
3. Для каждой прямой определите котангенс угла наклона

$$\text{ctg}(\varphi) = \frac{\Delta(1/\sqrt{C})}{\Delta\omega_{\text{рез}}} \equiv A_{\text{экср.}}$$

(4.4.10)

4. Вычислите теоретическое значение константы $A_{\text{теор}}$ для каждой прямой

$$A_{\text{теор}} = \sqrt{L}. \quad (4.4.11)$$

Рассчитанные значения запишите в табл. 4.4.5.

Таблица 4.4.5

Итоговая таблица

Номер опыта	$A_{\text{эксп}}, \text{Гн}^{1/2}$	$A_{\text{теор}}, \text{Гн}^{1/2}$	E_A	ΔA
1				
2				
3				

5. Для каждого опыта рассчитайте относительную погрешность

$$E_A = |A_{\text{теор}} - A_{\text{практич}}| / A_{\text{теор}}. \quad (4.4.12)$$

Полученные значения запишите в табл. 4.4.5.

6. Рассчитайте средние абсолютные погрешности и запишите результаты также в табл. 4.4.5 (см. с. 8).

7. Для каждого опыта запишите окончательные результаты и сделайте выводы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется колебанием?
2. Дайте определение вынужденным колебаниям.
3. Что такое колебательный контур?
4. Запишите дифференциальное уравнение вынужденных колебаний для заряда конденсатора.
5. Как выглядит решение этого уравнения в установившемся режиме?

6. Как определяется сила тока в цепи при вынужденных колебаниях?
7. Запишите формулу для напряжения на конденсаторе в цепи.
8. Что называется резонансом напряжения?
9. Что называется резонансом тока?
10. На какой частоте наблюдается резонанс тока?
11. На какой частоте наблюдается резонанс напряжения?
12. Как определить добротность контура?
13. Что такое резонансная кривая?